Provided for non-commercial research and educational use.
Not for reproduction, distribution or commercial use.

Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

The attached copy is furnished for non-commercial research and education use only.
Authors are permitted to post this version of the article to their personal websites or institutional repositories and to share with other researchers in the form of electronic reprints.
Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to third party websites are prohibited.

For further information on
Serdica Bulgaricae Mathematicae Publicationes
and its new series Serdica Mathematical Journal
visit the website of the journal http://www.math.bas.bg/~serdica
or contact: Editorial Office
Serdica Mathematical Journal
Institute of Mathematics and Informatics
Bulgarian Academy of Sciences
Telephone: (+359-2)9792818, FAX:(+359-2)971-36-49
e-mail: serdica@math.bas.bg

ИНВАРИАНТЫ УЛЬМА—КАПЛАНСКОГО ГРУППЫ НОРМИРОВАННЫХ ЕДИНИЦ МОДУЛЯРНОГО ГРУППОВОГО КОЛЬЦА ПРИМАРНОЙ АБЕЛЕВОЙ ГРУППЫ

НАКО А. НАЧЕВ, ТОДОР Ж. МОЛЛОВ

Пусть L — коммутативное кольцо с единицей простой характеристики p, G — абелева p-группа и $S(LG)$ — группа нормированных единиц группового кольца LG группы G над кольцом L. В настоящей работе вычисляются инварианты Ульма—Капланского группы $S(LG)$, когда по крайней мере одно из множеств G и L бесконечно. Описание группы $S(LG)$, когда G и L конечны, дано Молловым (1971), а для поля L — Берманом (1967).

Пусть $S(LG)$ — группа нормированных единиц группового кольца LG абелевой p-группы G над коммутативным кольцом L с единицей простой характеристики p. Конечный случай, а также случай, когда G — прямое произведение циклических групп, изучены в [3]. Исследования этих групп начинается С. Д. Берманом [1], который дает описание $S(LG)$, когда G — счетная абелева p-группа, а L — счетное совершенное поле характеристики p. В [5] вычисляются инварианты Ульма—Капланского группы $S(LG)$, когда G — произвольная абелева группа, а L — поле характеристики p. В [2] вычисляются эти инварианты, когда G тоже является произвольной абелевой группой, а L — коммутативным кольцом с единицей характеристики p без нильпотентных элементов, причем предполагается, что если максимальная делимая подгруппа силовской p-подгруппы группы G не единична, то L — p-делимое кольцо, т. е. $L^p=L$.

В настоящей работе вычисляются инварианты Ульма—Капланского группы $S(LG)$, не предполагая никаких ограничений для коммутативного кольца L характеристики p и абелевой p-группы G. Основные результаты опубликованы в [6].

Используются следующие обозначения:

L — коммутативное кольцо с единицей простой характеристики;

G — абелева p-группа;

$S(LG)$ — группа нормированных единиц группового кольца LG;

$Z(p^\infty)$ — квазициклическая группа типа p^∞;

$\langle a\rangle$ — циклическая группа, порожденная элементом a;

$|M|$ — мощность множества M;

N — множество натуральных чисел;

$\aleph_0$ — наименьшее бесконечное кардинальное число;

$L^{p^0}=L$, $L^p=\{a^p \mid a\in L\}$ — индуктивно вводится L^{p^α} (аналогично вводится G^{p^α});

СЕРДИКА Българско математическо списание. Том 6, 1980, с. 258—263.

$A^{p^\alpha}[p]=\{a \mid a^p=1,\ a \in A^{p^\alpha}\}$, где A — абелева группа, т. е. нижний слой группы A^{p^α};

$S(LG)[p]$ — нижний слой группы $S(LG)$;

$L^{p^\alpha}(p)=\{a \mid a^p=0,\ a \in L^{p^\alpha}\}$;

$f_\alpha(G)$ — α-й инвариант Ульма—Капланского группы G ([6, 182]);

Π, $\times$ — знаки прямых произведений групп;

p-делимое кольцо K — кольцо K, для которого $K^p=K$;

$$n_G(x)=\Sigma_{i=1}^n a_i, \text{ где } x=\Sigma_{i=1}^n a_i g_i \ (a_i \in L,\ g_i \in G);$$

$a^0=1$, где $a \in K$, K — коммутативное кольцо характеристики p;
если $G=\Pi_{\alpha \in I} G_\alpha$, где $G_\alpha=Z(p^\infty)$ и образующие элементы группы G_α суть $a_{\alpha n}$ $(n=0, 1, 2, \ldots)$, удовлетворяющие соотношениям $a^p_{\alpha,\, n+1}=a_{\alpha n}$ $(n=0, 1, 2, \ldots,$ $a_{\alpha 0}=1)$, $\alpha \in I$, то $b_{\alpha n}=1-a_{\alpha n}$ $(n \in N)$.

Аналогично статье (4) устанавливается, что для произвольного порядкового числа α имеет место

$$S^{p^\alpha}(LG)=S(L^{p^\alpha}G^{p^\alpha}). \tag{1}$$

Очевидно для любого элемента $x \in LG$, где $G=\Pi_{\alpha \in I} G_\alpha$, $G_\alpha=Z(p^\infty)$, существует $n \in N$ такое, что x можно представить в виде

$$x=\sum_{k_{\alpha_1}, \ldots, k_{\alpha_s}=0}^{p^n-1} \lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} b^{k_{\alpha_1}}_{\alpha_1 n} \ldots b^{k_{\alpha_s}}_{\alpha_s n},\ \lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} \in L. \tag{2}$$

Эти обозначения и вышеупомянутое замечание используем в следующей лемме.

Лемма 1. *Множество G' всевозможных конечных произведений типа $\Pi_{\alpha \in I} x_\alpha$, где $x_\alpha=b^{t_1}_{\alpha 1} \ldots b^{t_n}_{\alpha n}$ $(n \in N,\ 0 \leq t_i \leq p^i-1)$, образует L-базис группового кольца LG, рассматриваемого в качестве модуля над L.*

Доказательство. Очевидно каждый элемент $a^{k_{\alpha_1}}_{\alpha_1 n} \ldots a^{k_{\alpha_s}}_{\alpha_s n}$ L-базиса G модуля LG является L-линейной комбинацией элементов множества G' и наоборот. Покажем, что множестто G' линейно независимо над L. Действительно, пусть некоторая линейная комбинация (2) равняется нулю. Покажем, что любой ее коэффициент $\lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}}=0$. Доказательство проведем посредством индукции относительно суммы степенных показателей членов вида $b^{k_{\alpha_1}}_{\alpha_1 n} \ldots b^{k_{\alpha_s}}_{\alpha_s n}$ суммы (2).

1) Пусть $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}=s(p^n-1)$. Тогда $k_{\alpha_1}=\cdots=k_{\alpha_s}=p^n-1$ и

$$\sum_{k_{\alpha_1}+\ldots+k_{\alpha_s}=s(p^n-1)} \lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} b^{k_{\alpha_1}}_{\alpha_1 n} \ldots b^{k_{\alpha_s}}_{\alpha_s n}=\lambda_{p^n-1, \ldots, p^n-1} b^{p^n-1}_{\alpha_1 n} \ldots b^{p^n-1}_{\alpha_s n}$$

$$=\lambda_{p^n-1, \ldots, p^n-1}(1-a_{\alpha_1 n})^{p^n-1} \ldots (1-a_{\alpha_s n})^{p^n-1}.$$

Принимая во внимание, что в развитии x член $\lambda_{p^n-1, \ldots, p^n-1} a^{p^n-1}_{\alpha_1 n} \ldots a^{p^n-1}_{\alpha_s n}$ не уничтожается ни с каким другим членом, то $\lambda_{p^n-1, \ldots, p^n-1}=0$;

2) Допустим, что если $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}>m, 0\leqq m\leqq s(p^n-1)-1$, то $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}=0$. Докажем, что если $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}=m$, то любой коэффициент $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}=0$. В этом случае

$$x=\sum_{k_{\alpha_1},\ldots,k_{\alpha_s}=0}^{m}\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}(1-a_{\alpha_1 n})^{k_{\alpha_1}}\ldots(1-a_{\alpha_s n})^{k_{\alpha_s}}=0.$$

В этой сумме каждое слагаемое $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}a_{\alpha_1 n}^{k_{\alpha_1}}\ldots a_{\alpha_s n}^{k_{\alpha_s}}$, для которого $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}=m$ не уничтожается ни с каким другим членом, т. е. коэффициент $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}$ должен равняться нулю, чем лемма доказана.

Лемма 2. *Элемент x группового кольца LG принадлежит группе $S(LG)$ тогда и только тогда, когда в представлении* (2) *элемента x имеет место $\lambda_{0\ldots 0}=1$.*

Доказательство. Из (2) видно, что $n_G(x)=\lambda_{0\ldots 0}$. Согласно [3], имеет место $x\in S(LG)$ тогда и только тогда, когда $\lambda_{0\ldots 0}=n_G(x)=1$.

Лемма 3. *Элемент x группы $S(LG)$ принадлежит $S(L^pG^p)$ тогда и только тогда, когда для произвольного слагаемого представления* (2) *элемента x имеет место $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}\in L^p$.*

Доказательство. Достаточность очевидна, если иметь в виду (2) и то, что из каждого $b_{\alpha_i n}^{k_{\alpha_i}}=(1-a_{\alpha_i n})^{k_{\alpha_i}}$ извлекается корень p-ой степени в LG.

Необходимость. Сначала рассмотрим сумму x' тех слагаемых равенства (2), для которых

1. $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}=s(p^n-1)$, т. е. каждое $k_{\alpha_i}=p^n-1$. Тогда $x'=\lambda_{p^n-1,\ldots,p^n-1}(1-a_{\alpha_1 n})^{p^n-1}\ldots(1-a_{\alpha_s n})^{p^n-1}$, откуда следует, что коэффициент перед $a_{\alpha_1 n}^{p^n-1}\ldots a_{\alpha_s n}^{p^n-1}$ в развитии x является $\lambda_{p^n-1,\ldots,p^n-1}$, т. е. $\lambda_{p^n-1,\ldots,p^n-1}\in L^p$.

2) Допустим, что если $k_{\alpha_1}+\cdots+k_{\alpha_s}>m, 0\leqq m<s(p^n-1)-1$, то $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}\in L^p$. Необходимо доказать, что если $k_{\alpha_1}+k_{\alpha_2}+\cdots+k_{\alpha_s}=m$, то $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}\in L^p$. Рассуждения аналогичны рассуждениям в случае 2 доказательства леммы 1.

Лемма 4. *Элемент x группы $S(LG)$ принадлежит $S(LG)[p]$ тогда и только тогда, когда в представлении* (2) *элемента x имеет место $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}\in L(p)$, если любое $k_{\alpha_i}\leqq p^{n-1}-1$ и $\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}\in L$ при условии, что, по крайней мере, одно $k_{\alpha_i}\geqq p^{n-1}$.*

Доказательство. Очевидно, $b_{\alpha_i n}^{l}=0$ тогда и только тогда, когда $l=kp^n$ $(k\in N)$. Достаточность очевидна.

Необходимость. Из (2) получается

$$x^p=\sum_{k_{\alpha_i}\leqq p^{n-1}-1}\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}^{p}b_{\alpha_1 n}^{pk_{\alpha_1}}\ldots b_{\alpha_s n}^{pk_{\alpha_s}}+\sum_{\exists k_{\alpha_i}\geqq p^{n-1}}\lambda_{k_{\alpha_1}\ldots k_{\alpha_s}}^{p}b_{\alpha_1 n}^{pk_{\alpha_1}}\ldots b_{\alpha_s n}^{pk_{\alpha_s}}=1,$$

откуда следует искомое.

Лемма 5. *Для фактор-групп аддитивных групп $L(p)$ и L соответственно по их подгруппам $L^p(p)$ и L^p имеют место $|L(p)/L^p(p)|\leqq|L/L^p|$.*

Доказательство. Если использовать теорему об изоморфизме, получается $L(p)/L^p(p)=L(p)/(L(p)\cap L^p)\cong(L(p)+L^p)/L^p\subseteq L/L^p$, откуда следует искомое неравенство.

Предложение 6. *Если $G \neq 1$ является делимой группой, то $f_0(S) \leq \max(|L/L^p|, |G|)$, где L/L^p — фактор-группа аддитивной группы L.*

Доказательство. Покажем, что если $|L/L^p| \geq |G|$, то $f_0(S) \leq |L/L^p|$. Пусть $x \in S(LG)[p]$. Если обозначим через y_i $(0 \leq i \leq p^n - 1)$ сумму тех членов в (2), для которых $k_{\alpha_1} + \cdots + k_{\alpha_s} = i$, то $x = 1 + y_1 + \cdots + y_{s(p^n-1)}$. Пусть M и T — полные системы представителей аддитивных групп $L(p)$ и L соответственно по их подгруппам $L^p(p)$ и L^p. Покажем, что если $x \in S(LG[p]$, то в смежном классе $xS(L^pG^p)[p]$ представитель x можно так изменить, что каждый коэффициент $\lambda_{k_1 \ldots k_{\alpha_s}}$ элемента x будет принадлежать множествам M или T. Проведем индукцию относительно индекса i $(1 \leq i \leq s(p^n - 1))$.

Пусть $i = 1$. В таком случае $y_1 = \Sigma_{k=1}^s c_{0 \ldots 1 \ldots 0} b_{\alpha_k n}$, где индекс 1 находится на k-ом месте в индексации коэффициента c. Тогда каждое $c_{0 \ldots 1 \ldots 0} = c'_{0 \ldots 1 \ldots 0} + c''_{0 \ldots 1 \ldots 0}$, где $c'_{0 \ldots 1 \ldots 0} \in M$ и $c''_{0 \ldots 1 \ldots 0} \in L^p(p)$ при $n > 1$ и $c'_{0 \ldots 1 \ldots 0} \in T$, $c''_{0 \ldots 1 \ldots 0} \in L^p$ при $n = 1$.

Полагая $\Sigma_{k=1}^s c''_{0 \ldots 1 \ldots 0} b_{\alpha_k n} = y''_1$, получим $1 - y''_1 \in S(L^pG^p)[p]$ и, следовательно, $xS(L^pG^p)[p] = x(1 - y''_1) S(L^pG^p)[p]$, откуда

$$xS(L^pG^p)[p] = [1 + (y_1 - y''_1) + (y_2 - y_1 y''_1) + \cdots (y_{s(p^n-1)} - y_{s(p^n-1)-1} y''_1)] S(L_pG^p)[p]$$
$$= (1 + y'_1 + y'_2 + \cdots + y'_{s(p^n-1)}) S(L^pG^p)[p],$$

где $y'_k = y_k - y_{k-1} y''_k$ $(k \geq 2)$ и коэффициенты элемента $y'_1 = y_1 - y''_1$ принадлежат M или T (в этих формулах степень y'_l относительно $b_{\alpha_1 n}, \ldots, b_{\alpha_s n}$ равняется l).

Допустим, что при $i \leq m$ $(1 < m < s(p^n - 1))$ утверждение верно. Докажем, что для $i = m + 1$ утверждение истинно. Пусть

$$y_{m+1} = \sum_{k_{\alpha_1} + \cdots + k_{\alpha_s} = m+1} \lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} b_{\alpha_1 n}^{k_{\alpha_1}} \ldots b_{\alpha_s n}^{k_{\alpha_s}}.$$

Для каждого коэффициента этой формулы имеет место $\lambda_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} = \lambda'_{k_{\alpha_1} \ldots {\alpha_s} k} + \lambda''_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}}$, где первое слагаемое из M, а второе — из $L^p(p)$, или первое из T, а второе — из L^p. Обозначая

$$\sum_{k_{\alpha_1} + \cdots + k_{\alpha_s} = m+1} \lambda''_{k_{\alpha_1} \ldots k_{\alpha_s}} \ldots b_{\alpha_1 n}^{k_{\alpha_1}} b_{\alpha_s n}^{k_{\alpha_s}} = y''_{m+1},$$

элемент $1 - y''_{m+1} \in S(L^pG^p)[p]$ и, следовательно,

$$xS(LG)[p] = x(1 - y''_{m+1}) S(L^pG^p)[p] = [(1 + y_1 + \cdots + y_m) + (y_{m+1} - y''_{m+1})$$
$$+ (y_{m+2} - y_1 y''_{m+1}) + \cdots + (y_{s(p^n-1)} - y_{s(p^n-1)-m-1} y''_{m+1})] S(L^pG^p)[p]$$
$$= (1 + y_1 + \cdots + y_m + y'_{m+1} + \cdots + y'_{s(p^n-1)}) S(L^pG^p)[p],$$

где $y'_k = y_k - y_{k-m-1} y''_{m+1}$ для $k > m + 1$, и коэффициенты элемента $y'_{m+1} = y_{m+1} - y''_{m+1}$ принадлежат M или T (в этих формулах степень y'_l относительно $b_{\alpha_1 n}, \ldots, b_{\alpha_s n}$ есть l).

Этим индукция законечна. Следовательно, $f_0(S) \leq \max(|L(p)/L^p(p)|, |L/L^p|) = |L/L^p|$, где последнее равенство следует из леммы 5.

Теорема 7. *Пусть G — абелева p-группа, L — коммутативное кольцо с единицей простой характеристики p, $S(LG)$ — группа нормированных единиц группового кольца LG и $f_\alpha(S)$ — α-ый инвариант Ульма—Капланского группы $S(LG)$, где α — произвольное порядковое число. Если группа G^{p^α} является делимой и $L^{p^\alpha}=L^{p^{\alpha+1}}$, то $S^{p^\alpha}(LG)$ — делимая группа и разлагается в прямое произведение квазициклических групп типа p^∞, мощность множества которого равняется $\max(|L^{p^\alpha}|, |G^{p^\alpha}|)$. Если по крайней мере одно из этих условий не выполнено и L^{p^α} или G^{p^α} бесконечны, то*

$$(3)\qquad f_\alpha(S)=\begin{cases}\max(|L^{p^\alpha}|, |G^{p^\alpha}|), \text{ если } G^{p^\alpha}\neq G^{p^{\alpha+1}};\\ \max(|L^{p^\alpha}/L^{p^{\alpha+1}}|, |G^{p^\alpha}|), \text{ если } G^{p^\alpha}=G^{p^{\alpha+1}},\ L^{p^\alpha}\neq L^{p^{\alpha+1}},\end{cases}$$

где $L^{p^\alpha}/L^{p^{\alpha+1}}$ — фактор-группа аддитивной группы L^{p^α} по ее подгруппе $L^{p^{\alpha+1}}$.

Доказательство. За исключением формулы (3), доказательство аналогично [5]. Если положим $S(LG)=S$, то очевидно $f_\alpha(S)=f_0(S^{p^\alpha})$. Следовательно, по формуле (1), имеет место $f_\alpha(S)=f_0[S(L^{p^\alpha}G^{p^\alpha})]$, т. е. достаточно вычислить инвариант $f_0[S(LG)]$, а $f_\alpha(S)$ получится от $f_0(S)$ посредством подстановки $L\to L^{p^\alpha}$ и $G\to G^{p^\alpha}$.

По формуле (1) $f_0(S)=\operatorname{rank}[S(LG)[p]/S(L^pG^p)[p]]$. Рассмотрим следующие случаи.

1. $G\neq G^p$. Образуем элементы

$$(4)\qquad x_{\lambda g}=1+\lambda g(1-a)^{p^n-1},\quad a\in G\setminus G^p,\ a^{p^n}=1,$$

удовлетворяющие следующие условия:

а) при $|L|\geq|G|$, λ пробегает L, а $g=1$;

б) при $|G|>|L|$, g пробегает полную систему H представителей группы G по подгруппе $\langle a\rangle$ без представителя единичного класса, а $\lambda=1$.

Очевидно $x_{\lambda g}\in S(LG)[p]$. Если, аналогично элементу (4), выберем элемент $x_{\nu f}$ ($\nu\in L$ и $f=1$) в случае а) и $f\in H$, а $\nu=1$ в случае б), то при $(\lambda, g)\neq(\nu, f)$ $x_{\lambda g}$ и $x_{\nu f}$ — представители различных смежных классов группы $S(LG)[p]$ по $S(L^pG^p)[p]$. Действительно, в противном случае

$$(5)\quad x_{\lambda g}x_{\nu f}^{-1}=[1+\lambda g(1-a)^{p^n-1}][1-\nu f(1-a)^{p^n-1}]=1+(\lambda g-\nu f)(1-a)^{p^n-1}\in S(L^pG^p),$$

что ведет к противоречию: в случае а) коэффициент перед элементом $a\notin G^p$ в правой части (5) является $\lambda-\nu\neq0$; в случае б) смежному классу $g\langle a\rangle$ в правой части (5) принадлежат только слагаемые из развития $g(1-a)^{p^n-1}$, откуда следует $ga^i\in G^p$ для $0\leq i\leq p^n-1$, т. е. $a\in G^p$, что, ввиду (4), невозможно. Так как $|H|=|G|$, то $f_0(S)=\max(|L|, |G|)$, т. е. выполнена первая часть формулы (3).

2. Пусть $G=G^p$. Образуем элементы

$$(6)\qquad x_{\lambda g}=1+\lambda g(1-a)^{p-1},\quad a\in G[p],$$

удовлетворяющие следующим условиям:

а) при $|L/L^p|\geq|G|$, где L/L^p — фактор-группа аддитивной группы L, λ пробегает полную систему M представителей аддитивной группы L по ее подгруппе L^p, а $g=1$;

б) при $|G|>|L/L^p|$ g пробегает полную систему H представителей группы G по $\langle a\rangle$, а λ — фиксированный элемент $L\setminus L^p$. Очевидно $x_{\lambda g}\in S(LG)[p]$. Аналогично элементу (6), выберем элемент $x_{\nu f}$ ($\nu\in M$ и $f=1$ в случае а) и $f\in H$, а $\nu\in L\setminus L^p$ в случае б)). Допустим, что если $(\lambda, g)\neq(\nu, f)$, то $x_{\lambda g}$ и $x_{\nu f}$ принадлежат одному и тому же смежному классу по $S(L^pG^p)[p]$. Тогда, рассуждая аналогично случаю 1, получим равенство вида (5), в котором $n=1$. Далее, для случая а) получим, аналогично случаю 1. а), что $\nu-\lambda\in L^p$, а для случая б) — что коэффициент λ перед g принадлежит L^p, что противоречит выбору λ и ν. Ввиду предложения 6 получим $f_0(S)=\max(|L/L^p|, |G|)$, чем доказывается вторая часть формулы (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Берман. Групповые алгебры счетных абелевых p-групп. *Publ. Math. (Debrecen)*, **14**, 1967, 365—405.
2. А. А. Бовди, З. Ф. Патай. О строении центра мультипликативной группы группового кольца p-группы над кольцом характеристики p. *Весцы АН БССР, серия физ. мат. н.* № 1, 1978, 5—11.
3. Т. Ж. Моллов. О мультипликативных группах модулярных групповых алгебр примарных абелевых групп произвольной мощности. *Publ. Math. (Debrecen)*, **18**, 1971, 9—21.
4. Т. Ж. Моллов. Силовские p-подгруппы групповых алгебр счетных абелевых групп над полем характеристики p. *Сердика*, **2**, 1976, 219—235.
5. Т. Ж. Моллов. Ульмовские инварианты силовских p-подгрупп групповых алгебр абелевых групп над полем характеристики p. *Плиска*, **2**, 1981 (в печати).
6. Н. А. Начев, Т. Ж. Моллов. Инварианты Ульма—Капланского группы нормированных единиц центра группового кольца FC-p-группы над коммутативным кольцом характеристики p. *Доклады БАН*, **32**, 1979, 1311—1313.
7. Л. Фукс. Бесконечные абелевы группы. Москва, 1974.

Пловдивский университет
4000 Пловдив

Поступила 27. 3. 1979