Provided for non-commercial research and educational use.
Not for reproduction, distribution or commercial use.

Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

The attached copy is furnished for non-commercial research and education use only. Authors are permitted to post this version of the article to their personal websites or institutional repositories and to share with other researchers in the form of electronic reprints. Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to third party websites are prohibited.

For further information on
Serdica Bulgaricae Mathematicae Publicationes
and its new series Serdica Mathematical Journal
visit the website of the journal http://www.math.bas.bg/~serdica
or contact: Editorial Office
Serdica Mathematical Journal
Institute of Mathematics and Informatics
Bulgarian Academy of Sciences
Telephone: (+359-2)9792818, FAX:(+359-2)971-36-49
e-mail: serdica@math.bas.bg

ИНВАРИАНТНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И НЕПРИВОДИМЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ И ПУАССОНОВЫХ СУПЕРАЛГЕБР ЛИ

А. В. ШАПОВАЛОВ

В этой работе описаны неприводимые представления конечномерных гамильтоновых (серия H) и пуассоновых (серия $\widehat{H}$) супералгебр Ли и шести ассоциированных с ними серий SH, CH, SCH, $S\widehat{H}$, $C\widehat{H}$, SCH. Полученные результаты применяются для описания дифференциальных операторов в тензорных полях, инвариантных относительно произвольных из указанных выше супералгебр Ли.

1. Гамильтоновы и пуассоновы супералгебры Ли. Основное поле в статье — алгебраически замкнутое поле k, $\operatorname{char} k=0$. Необходимые сведения и обозначения см. в [2; 4; 5].

Пусть M есть $(0, n)$-мерное супермногообразие с координатами $\xi=(\xi_1, \ldots, \xi_n)$. Пусть $\alpha=dt+\Sigma\xi_i d\xi_i$ — форма связности в расслоении $\mathcal{E}$ над M с $(1, 0)$-мерным слоем. При $n\geqq 4$ положим

$$C\widehat{H}(0, n)=\{D\in \operatorname{Vect}\mathcal{E}\mid L_D\alpha=\lambda\alpha,\quad \lambda\in k\},\quad \widehat{H}(0, n)=\{D\in \operatorname{Vect}\mathcal{E}\mid L_D\alpha=0\}.$$

Лемма. *Суперпространство $\widehat{H}(0, n)$ изоморфно $C^\infty(M)=\mathbb{C}[\xi]$.*

Доказательство. Вложим $\widehat{H}(0, n)$ в контактную супералгебру Ли $K(1, n)$, определение которой см. в [5]. Каждому контактному векторному полю взаимнооднозначно соответствует функция на $\mathcal{E}$, причем $\widehat{D}_f(\alpha)=(-1)^{p(f)}\cdot 2f'_t\cdot\alpha$, где $\widehat{D}_f$ — поле, соответствующее $f\in C^\infty(\mathcal{E})$. Поэтому, если $\widehat{D}_f(\alpha)=0$, то f не зависит от t.

Определим фильтрацию в $\widehat{H}(0, n)$, воспользовавшись изоморфизмом из леммы: $\widehat{H}(0, n)_i=\{\widehat{D}_f\in\mathbb{C}[\xi]\mid\widehat{D}_f\in(\xi)^{i+2}\}$, где (ξ)—максимальный идеал в $\mathbb{C}[\xi]$.

Очевидно, в силу леммы, что $C\widehat{H}(0, n)=\widehat{H}(0, n)\oplus\mathbb{C}t$. Продолжим эту фильтрацию с $\widehat{H}(0, n)$ на $C\widehat{H}(0, n)$, положив $t\in C\widehat{H}(0, n)_0$.

Интегралом Березина [2] выделяют еще две серии супералгебр Ли

$$S\widehat{H}(0, n)=\{\widehat{D}_f\in\widehat{H}(0, n)/\textstyle\int\widehat{D}_f\Delta_\xi=0\},\quad SC\widehat{H}(0, n)=S\widehat{H}(0, n)\oplus\mathbb{C}t.$$

Определим супералгебры Ли $H(0, n)$ и $SH(0, n)$ как образ $\widehat{H}(0, n)$ и $S\widehat{H}(0, n)$ при отображении, которое функцию f переводит в векторное поле $D_f=-(-1)^{p(f)}\Sigma\dfrac{\partial f}{\partial\xi_i}\dfrac{\partial}{\partial\xi_i}\cdot$ Константы при этом, очевидно, переходят в 0.

Нетрудно убедиться, что супералгебра Ли $H(0, n)$ допускает следующую геометрическую интерпретацию. Каждое $(0, n)$-мерное супермногообразие M симплектическое: на нем есть невырожденная замкнутая 2-форма $\omega=\Sigma(d\xi_i)^2$.

Утверждение. $H(0, n)\Rightarrow$ {векторные поля X на $M | X(\omega)=0$}.

Положим $CH(0, n)=$ {векторные поля X на $M | X(\omega)=c\,.\,\omega,\ c\in\mathbb{C}$}. Нетрудно видеть, что $CH(0, n)=H(0, n)\oplus\mathbb{C}\Sigma\,\xi_i\,\frac{\partial}{\partial\xi_i}$. Супералгебра Ли $SCH(0,n)$ определяется аналогично, она равна $SH(0, n)\oplus\mathbb{C}\Sigma\xi_i\frac{\partial}{\partial\xi_i}$.

Основные супералгебры $\widehat{H}(0, n)$ и $H(0, n)$ называются пуассоновой и гамильтоновой соответственно.

2. **Описание пространств представлений**. 1. Пусть L — супералгебра Ли одной из серий SH, H, SCH, CH, $S\widehat{H}$, $\widehat{H}$, $SC\widehat{H}$, $C\widehat{H}$.

Пусть p — представление алгебры Ли L_0/L_1 в пространстве V. Положим $L_1V=0$ и рассмотрим V как суперпространство размерности ($\dim V$, 0). Элементы суперпространства $T(V)=\mathrm{Hom}_{U(L_0)}(U(L),\ V)$, где L — из серии SH, H, SCH или CH, назовем тензорными полям типа V или типа p.

2. Пусть $\widehat{H}(2m, 0)$ — пуассонова алгебра Ли, т. е. алгебра Ли функций со скобкой Пуассона. Физические соображения мотивировали Б. Константа назвать представление алгебры Ли $\widehat{H}(2m, 0)$ в функциях „предквантованием“ [3]. Все предквантования — неприводимые представления алгебры Ли $\widehat{H}(2m, 0)$ в тензорных полях — описаны в [1]. Опишем соответствующий конечномерный аналог. Элементы суперпространства

$$T_\hbar(V)=\mathrm{Hom}_{U(L_0)}(U(L)/(\widehat{D}_1-\hbar),\ V),\ \hbar\in\mathbb{C},$$

где L — из серии $S\widehat{H}$, $\widehat{H}$, $SC\widehat{H}$ или $C\widehat{H}$, называем тензорными полями типа V или типа p веса $\hbar$. Кратное параметра $\hbar$ играет в случае алгебр Ли важную роль; физики называют его за это постоянной Планка.

3. Выделим в дифференциальных r-формах компоненты вида $T(\chi)$, где χ — старший вес неприводимого L_0-модуля — так называемые „примитивные формы“. Это делается аналогично случаю многообразий, см. [1] и теорему 1 ниже.

Пусть $W(0, n)$ — супералгебра Ли векторных полей на M, а $j: W(0, n)\to\Omega^1(M)$ — изоморфизм, определенный формулой $j(D_1)(D_2)=\omega(D_1,D_2)$. Продолжим j до изоморфизма $j_2:\Lambda^2(W(0, n))\to\Omega^2(M)$, где Λ^2 — 2-ая внешняя степень, и положим

$$\chi_+:\Omega^r\to\Omega^{r+2},\quad \varphi\to\omega\varphi$$

$$\chi_-:\Omega^r\to\Omega^{r-2},\quad \varphi\ j_2^{-1}(\omega)(\varphi);$$

$$H=[\chi_+,\ \chi_-].$$

Нетрудно заметить, что $\Omega^i=T(S^i(id))$, где id — стандартное представление алгебры Ли L_0/L_1.

Очевидно, что $\Omega^i_\hbar=T_\hbar(S^i(id))$, $T_\hbar(V)=T(V)\oplus\Omega^0_\hbar$. Продолжим операторы χ_+, χ_- и H на $\Omega_\hbar=\Omega\oplus\Omega^0_\hbar$, взяв соответственно $\chi_+\oplus 1$ и т. п. Полученные операторы на $\Omega_\hbar$ обозначим коротко χ_+ и т. п.

Пусть D_+ — связность в $\Omega_\hbar$, а $D_-=[D_+,\ \chi_-]$.

Примитивными r-формами называем элементы суперпространства $p^r = \Omega^r/\operatorname{Im}\chi_+$, а Γ — примитивными r-формами веса $\hbar$ — элементы суперпространства $\Pi^r_\hbar = p^r_\hbar/\operatorname{Im} D_+$.

3. Теоремы. Теорема 1. а. *Операторы χ_+, χ_- и H задают представление алгебры Ли* Sl (2) *в суперпространстве Ω, коммутирующее с действием супералгебр Ли серии H.*

б. *Операторы χ_+, χ_-, H и D_+, D_- — задают представление супер алгебры Ли* osp (1, 2) *в суперпространстве $\Omega_\hbar$, коммутирующее с действием супералгебр Ли серий $\widehat{H}$.*

Инвариантность следует из определений, поэтому достаточно проверить, что

$$[H, \chi_\pm] = \pm 2\chi_\pm,\ [H, D_\pm] = \pm D_\pm,\ [\chi_+, \chi_-] = \chi,\ [D_+, D_-] = \hbar H,\ [\chi_\pm, D_\mp] = \pm D_\pm$$
$$[D_\pm, D_\pm] = \mp 2\hbar\chi_\pm,$$

а прочие коммутаторы равны 0. Эти формулы проверяются непосредственно.

Теорема 2. $p^r_\hbar = \Pi^r_\hbar \oplus D_+\Pi^{r-1}_\hbar$.

Пусть V_1 и V_2 — неприводимые L_0/L_1-модули.

Теорема 3. *Если L — супералгебра Ли одной из серий SH, H, SCH или CH, а $c: T(V_1) \to T(V_2)$ есть L — инвариантный дифференциальный оператор порядка 0, то $V_1 \cong V_2$, а c — скалярный оператор, продолжающий этот изоморфизм.*

Если L — супералгебра Ли одной из серий $\widehat{SH}$, $\widehat{H}$, $\widehat{SCH}$ или $\widehat{CH}$, а c есть L-инвариантный дифференциальный оператор порядка 0, то $\hbar_1 = \hbar_2 = \hbar$, $V_1 = V_2 = V$ и размерность суперпространства $\operatorname{Hom}_L(T_\hbar(V), T_\hbar(V))$ равна (1, 0), если V не фундаментальное представление простой компоненты в L_0/L_1 и равна (2, 0) в противном случае.

Инвариантные операторы порядков $\geqq 1$ описаны в теоремах 4—7, где d_p — композиция внешнего дифференциала d и проекции на примитивные формы, а δ — оператор, сопряженный к d.

Теорема 4. *Пусть $L = SH(0, n)$ или $H(0, n)$. Тогда или* 1) $T(V_1)$ *и* $T(V_2)$ — *соседние члены в последовательностях*

$$p^0 \overset{d_p}{\underset{\delta}{\rightleftarrows}} p^1 \overset{d_p}{\underset{\delta}{\rightleftarrows}} \cdots, \tag{1}$$

а с пропорционален d_p или δ, или

2) $T(V_1) \cong T(V_2) \cong p^r$, $r \geq 1$, *а с пропорционален или $d_p\chi_- d$,*

3) $T(V_1) \cong T(V_2) \cong p^0$, *а с пропорционален δ.*

Теорема 5. *Пусть $L = SCH(0, n)$ или $CH(0, n)$. Тогда или* 1) $T(V_1)$ *и* $T(V_2)$ — *соседние члены в последовательностях*

$$p^0 \otimes T(\langle\omega^\lambda\rangle) \overset{d_p}{\underset{\delta}{\rightleftarrows}} p^1 \otimes T(\langle\omega^\lambda\rangle) \overset{d_p}{\underset{\delta}{\rightleftarrows}} \cdots, \tag{2}$$

а с пропорционален d_p или δ, или

2) $T(V_1) \cong p^r \otimes T(\langle\omega^\lambda\rangle)$, $T(V_2) \cong p^{r+1} \otimes T(\langle\omega^\lambda\rangle)$ $r \geq 1$, *а с пропорционален $d_p\chi_- d$, где $\langle\omega^\lambda\rangle$ есть (1, 0)-мерное пространство представления L_0/L_1 с весом 2λ относительно элемента t и тривиальное на простой компоненте, или*

3) $T(V_1)=T(\langle\omega^\lambda\rangle)$, $T(V_2)=T(\langle\omega^{\lambda-1}\rangle)$, *а c пропорционален δ.*

Теорема 6. *Пусть $L=S\widehat{CH}(0, n)$ или $\widehat{CH}(0, n)$. Тогда $T(V_1)$ и $T(V_2)$ — соседние члены в последовательностях*

$$(3)\qquad p^0_\hbar\otimes T_\hbar(\langle\omega^\lambda\rangle)\underset{D_-}{\overset{D_+}{\rightleftarrows}} p^1_\hbar\otimes T_\hbar(\langle\omega^\lambda\rangle)\underset{D_-}{\overset{D_+}{\rightleftarrows}}\ldots,$$

а c пропорционален D_+ или D_-.

Теорема 7. *Пусть $L=S\widehat{H}(0, n)$ или $\widehat{H}(0, n)$. Тогда $T(V_1)$ и $T(V_2)$ — соседние члены в последовательностях*

$$(4)\qquad p^0_\hbar\underset{D_-}{\overset{D_+}{\rightleftarrows}} p^1_\hbar\underset{D_-}{\overset{D_+}{\rightleftarrows}}\ldots,$$

а *c пропорционален D_+ или D_-.*

Пусть p — представление в $H(n)$-модуле W. При четном n определим деформацию представления p, положив $p_\lambda/_{SH(n)}=p$, а $p_\lambda(\widehat{D}_{\xi_1\ldots\xi_n})=\lambda+p(\widehat{D}_{\xi_1\ldots\xi_n})$, где $\lambda\in k$. Пусть W_λ — модуль, отвечающий представлению p_λ.

Теорема 8. *Пусть L — супералгебра Ли серии SH, H, SCH или CH (соотв. $S\widehat{H}$, $\widehat{H}$, $S\widehat{CH}$ или $\widehat{CH}$). В каждом L-модуле $T(V)$ (соотв. $T_\hbar(V)$) есть неприводимый L-подмодуль $\operatorname{irr}T(V)$ (соотв. $\operatorname{irr}T_\hbar(V)$), который совпадает с $T(V)$ (соотв. с $T_\hbar(V)$), если $T(V)$ (соотв. $T_\hbar(V)$) не изоморфен ни одному из членов последовательностей* (1)—(2), *соотв.* (3)—(4). *Для остальных $T(V)$ (соотв. $T_\hbar(V)$) имеем*

$$\begin{aligned}&\operatorname{irr}p^0=\langle 1\rangle,\ \operatorname{irr}T(\langle\omega^\lambda\rangle)=\langle\omega^\lambda\rangle,\\ &\operatorname{irr}p^r=\operatorname{Im}d_p\chi_-d,\quad r\geq 1,\\ &\operatorname{irr}p^r\otimes T(\langle\omega^\lambda\rangle)=\operatorname{Im}d_p\chi_-d,\quad r\geq 1,\\ &\operatorname{irr}p^r_\hbar=\Pi^r_\hbar,\quad \operatorname{irr}p^r_\hbar\otimes T_\hbar(\langle\omega^\lambda\rangle)=\Pi^r_\hbar\otimes T_\hbar(\omega^\lambda\rangle).\end{aligned}$$

Пусть $L\neq H(n)$ (соотв. $L\neq\widehat{H}(n)$), где n четно. Тогда модули $\operatorname{irr}T(V)$ и $\Pi(\operatorname{irr}T(V))$ (соотв. $\operatorname{irr}T_\hbar(V)$) и $\Pi(\operatorname{irr}T_\hbar(V))$) попарно неэквивалентны и исчерпывают неприводимые конечномерные представления супералгебры Ли L. Модули $\operatorname{irr}T(V)_\lambda$ и $\Pi(\operatorname{irr}T(V)_\lambda)$ (соотв. $\operatorname{irr}T_\hbar(V)_\lambda$ и $\Pi(\operatorname{irr}T_\hbar(V)_\lambda)$) неприводимы, попарно неэквивалентны и исчерпывают неприводимые конечномерные модули над $H(n)$, соотв. $\widehat{H}(n)$, когда n четно.

Теорема 9. *Пусть W — группа Вейля, а ϱ — полусумма положительных корней алгебры Ли L_0/L_1, $\{\varphi_i\}$-веса. L_0/L_1-модуля L/L_0, а $D=\Sigma_{w\in W}\operatorname{sgn}we^{w\varrho}$, $N=\Pi(1+\varepsilon e^{\varphi_i})$.*

Тогда $\operatorname{ch}\Omega^0_\hbar=N$, а если $T(V)$ (соотв. $T_\hbar(V)$) не содержится среди членов последовательностей (1) *и* (2) *(соотв.* (3) *и* (4)), *то* $\operatorname{ch}T(V)=\operatorname{ch}T_\hbar(V)=N\operatorname{ch}V$,

$$\operatorname{ch}\Pi^r_\hbar=(N/D)\Sigma_{w\in W}\operatorname{sgn}w\,.\,w\Big[e^\rho\frac{1-(-\varepsilon)^re^{r\varphi_1}}{1+\varepsilon e^{\varphi_1}}\Big],$$

$$\operatorname{chirr}p^r=\sum_{1\leq l\leq r}(-\varepsilon)^l\operatorname{ch}p^{r-l}-(1-\varepsilon^r).$$

4. Доказательства. Отметим, что для супералгебры Ли $L = CH(0, n)$ или $CS\widehat{H}(0, n)$ суперпространство $V(L)/(\widehat{D_1} - \hbar)$ равно 0 при $\hbar \neq 0$. Действительно, если $c \in L$ и $\operatorname{ad} C \mid L_i = i$, то $[c, \widehat{D}_1 - \hbar] = [c, \widehat{D}_1] = -D\widehat{D}_1 \in (\widehat{D_1} - \hbar)$, откуда $\hbar \in (\widehat{D}_1 - \hbar)$, следовательно, $(\widehat{D}_1 - \hbar) = V(L)$ и $V(L)/(\widehat{D}_1 - \hbar) = 0$.

Как и в [1; 2; 4], чтобы доказать теоремы 6—12, опишем сперва особые векторы в индуцированных модулях. Для супералгебр Ли $H(0, n)$, $CSH(0, n)$ и $CH(0, n)$ — индуцированный модуль, рассмотренный как $SH(0, n)$-модуль относительно стандартного вложения $SH(0, n)$ — тоже индуцированный модуль.

Индуцированный $C\widehat{H}(0, n)$-модуль (соотв. $CSH(0, n)$-модуль) нетривиален только при $\hbar = 0$, а $C\widehat{H}(0, n)$-модуль $I_0(V)$ фактически является индуцированным $CH(0, n)$-модулем. То же верно для модулей $I_0(V)$ над $CS\widehat{H}(0, n)$, $\widehat{H}(0, n)$ и $S\widehat{H}(0, n)$.

Если $\hbar \neq 0$, то $\widehat{H}(0, n)$-модуль $I_\hbar(V)$ фильтрован. Легко видеть, что градуированный модуль $G_r I_\hbar(V)$ изоморфен $I_0 V$ и старшая компонента w особого вектора $u \in I_\hbar(V)$ — особый вектор в $I_0 V$. Отсюда и из соображений четности следует, что в модуле, индуцированном с неодномерного модуля, нечетные старшие особые векторы — такие же, а к четным надо добавить старший вектор степени 0.

Мы свели вычисление особых векторов для $H(0, n)$, $CH(0, n)$, $CSH(0, n)$, $C\widehat{H}(0,n)$ и $CS\widehat{H}(0, n)$ к проверке особых векторов для $SH(0, n)$, описанных в [4], теорема 3, на особость оносительно операторов из L_1, не содержащихся в $SH(0, n)_1$. Из соображений градуировки ясно, что особость может портиться только при $n = 4$ для вектора степени -2, однако непосредственная проверка показывает, что и тут особость сохраняется.

Так как модули $T_\hbar(V)$ не имеют градуировки, а лишь фильтрованы (в отличие от градуированных модулей $T(V)$), то особость вектора еще не гарантирует, что на него натянут собственный подмодуль. Назовем содержащиеся в собственном подмодуле особые векторы и с т и н н ы м и.

Обозначим через u^+, u^- и u_2 старшие особые векторы, являющиеся образами старшего вектора $v \in V$ при отображениях, заданных особыми векторми из [4]. Выявим истинные особые векторы в подпространстве $W = \langle u_2, v \rangle$. Если $u \in W$, то определим эндоморфизм B_u модуля $(I_\hbar(V))_0$ условием $B_u V = u$. Ясно, что $B_u W \subset W$.

Л е м м а. *Вектор $u \in W$ — истинно особый тогда и только тогда, когда $B_u \mid W$ вырожден.*

Нетрудно вычислить, что $B_{u_2}(u_2) = cu_2$, где $c \neq 0$ при $\hbar \neq 0$ и отсюда истинно особыми будут векторы $u_2^+ = u_2$ и $u_2^- = u_2 - cv$. Легко проверить, что $u^+ \in (u_2^+)$, а $u^- \in (u_2^-)$, где $(x) = L(x)$. Поэтому особые векторы u^+ и u^- — тоже истинные.

Описание неприводимых подмодулей тензорных полей эквивалентно описанию неприводимых фактор-модулей индуцированных модулей, что, благодаря изложенной в [4] и [5] технике А. Н. Р у д а к о в а, для градуированных модулей сводится к описанию особых векторов.

$\widehat{H}(0, n)$ (соотв. $S\widehat{H}(0, n)$)-модуль $T_\hbar(V)$ двойственен модулю $I_\hbar(V)$, поэтому достаточно описать структуру подмодулей модуля $W = I_\hbar(V)$ при $\hbar \neq 0$. Обозначим через $W(u)$ подмодуль, порожденный в W вектороми, и пусть $W^+ = W(u^+)$, а $W^- = W(u^-)$.

Предложение. 1) $W^+ = W(u_2^+)$, $W^- = W(u_2^-)$,

2) $W = W^- \oplus W^+$,

3) W^+ *и* W^- — *неприводимые модули,*

4) p_h^0 — *неприводим при* $h \neq 0$.

Доказательство. 1. Из явного вида u^+, u_2^+, u^-, u_2^- сразу получаем, что $u_2^+ \in W^+$, а $u_2^- \in W^-$, см. [4].

2. $W^- + W^+ \ni v$, а $W^- \cap W^+$ — собственный подмодуль, не содержащий особых векторов, поэтому $W^- \cap W^+ = 0$.

3. То, что в W^- и W^+ нет собственных подмодулей, следует из описания особых векторов.

4. Нетрудно проверить, что $D_- : p_h^1 \to p_h^0$ — эпиморфизм при $h \neq 0$ и так как $D_-^2 = 0$, то $p_h^0 = \operatorname{Im} D \cong p_h^1 / \operatorname{Ker} D_- = p_h^1 / p_h^1 (u^+) \cong p_h^1 (u^-)$.

Ввиду теоремы 2 [4] неприводимые подмодули тензорных полей исчерпывают все неприводимые модули для суперaлгебр Ли $SH(0, n)$, $H(0, 2n+1)$, $CH(0, n)$, $CSH(0, n)$, $S\widehat{H}(0, n)$, $\widehat{H}(0, 2n+1)$, $C\widehat{H}(0, n)$ и $SCH(0, n)$. Пусть n четно и V — неприводимый $\widehat{H}(0, n)$ (соотв. $\widehat{H}(0, n)$) модуль, то рассмотрим его как $SH(0, n)$-модуль (соотв. как $S\widehat{H}(0, n)$-модуль), и пусть W—неприводимый подмодуль основы. Если $l \in L_{n-2}$, то W инвариантен относительно l и так как l коммутирует с L_0, то $l|_W = \lambda$, где $\lambda \in k$. Тогда пространство W лежит в основе модуля $V_{-\lambda}$, что завершает доказательство теорем 3—7.

Теорема 2 следует из теорем 3—7. Теоремы 8 и 9 следуют из теорем 3—7 и точности последовательностей (1)—(4) с отброшенным левым членом. Эта точность доказана в предложении 10 [4] относительно SH; рассуждения дословно переносятся на остальные случаи.

Я благодарен Д. А. Лейтесу за постановку задачи и помощь при геометрической интерпретации полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. N. Bernstein. Lie superalgebra osp (1, 2), connectios over symplectic manifolds and representations of Poissons algebras. *Ann. Sci. Ecole Norm. Super., Ser. V*, 1981.
2. И. Н. Бернштейн, Д. А. Лейтес. Инвариантные дифференциальные операторы и неприводимые представления суперaлгебр Ли векторных полей. *Сердика*, **7**, 1981, 320—334.
3. Б. Костант. Квантование и унитарные представления. Предквантования. *Успехи мат. наук*, **29**, 1973, № 6, 163—225.
4. А. В. Шаповалов. Конечномерные неприводимые представления гамильтоновых суперaлгебр Ли. *Мат. сборник*, **107**, 1978, 259—274.
5. Д. А. Лейтес. Неприводимые представления суперaлгебр Ли векторных полей и инвариантные дифференциальные операторы. *Функц. анализ и его прилож.* **16**, 1982 70—71.

Московский государственный университет
Москва СССР

Поступила 11. 2. 1980