

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д.м.н. **Виржиния Стойнева Кирякова**,
Институт по математика и информатика – БАН

по материалите, представени от
доц. д-р Емилия Григорова Бажлекова
за защита на дисертационен труд на тема:
„Принцип за субординация на обобщени дробни еволюционни уравнения“
за получаване на научната степен **„доктор на науките“**

в област на висше образование, 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5 „Математика“,
Научна специалност „Математически анализ“

Член съм на научното жури по тази процедура съгласно Заповед № 216 / 20.07.2022 г. на Директора на ИМИ – БАН. Съгласно решението на първото заседание на научното жури (Протокол № 1 / 21.07.2022 г.) съм определена за рецензент. Нека да отбележа, че ИМИ – БАН има дадена акредитация от НАОА по докторската програма „Математически анализ“.

Запознах се с представените от дисертантката Емилия Бажлекова изискуеми документи и трудове. От тях се убедих, че те и кандидатката удовлетворяват изискванията по Глава 2 от ЗРАСРБ. Тя има придобита о.н.с. „доктор“ през 2001 г. в Eindhoven University of Technology - Нидерландия, легализирана у нас с диплома № 000001/ 16.12.2011г. Всички допълнителни специфични изисквания от Правилника на ИМИ-БАН за прилагане на ЗРАСРБ (чл. 3, ал. (1), 1.) са удовлетворени и значително надхвърлени.

1. Кратки биографични данни

Г-жа Емилия Бажлекова е завършила Математическата гимназия „Гео Милев“ в г. Плевен (1981 г.), висше образование по математика с квалификация „магистър“ във Факултета по математика и информатика на СУ „Св. Климент Охридски“ (1986 г.) и едногодишна специализация пак там (1986-1987 г.), била е там и хоноруван асистент по математически анализ (1991-1992 г.). Беше редовен докторант през периода 1989-1993 г. към ИМИ-БАН, секция Комплексен анализ с ръководител чл.-кор. Иван Димовски, по тематика свързана с нелокални операционни смятания. Има трудов стаж в ИМИ-БАН от 1995 г., последователно като математик, асистент, а от 2014 г. – като доцент. Дългогодишен секретар на секция „Анализ, геометрия и топология“.

Като резултат от научната ѝ специализация в Нидерландия (в: Applied Analysis Group, Eindhoven University of Technology) през периода 1997-2001 г., тя защити там на 1 октомври 2001 г., пред международно научно жури, дисертация (за PhD, призната у нас като за „о.н.с.“) на тема „Дробни еволюционни уравнения в Банахови пространства“.

Научните ѝ интереси и резултати са в областта на математическия анализ – дробно смятане и дробни диференциални уравнения; операторно-теоретичен подход за абстрактни задачи в Банахови пространства; спектрални развиятия на решенията на гранични задачи, оценки и асимптотики; принцип на субординация; специални функции от типа на Митаг-Лефлер; интегрални трансформации; конволюционен смятане и приложенията му за намиране на Дюамелови представяния; числени алгоритми за нелокални гранични задачи;

приложения на дробното смятане и на такива уравнения в математическото моделиране, към задачи от механиката и др.

Преподавателска дейност – като хоноруван асистент по математически анализ във ФМИ на СУ, учител по математика и английски език, занимания по подготовка на студенти и консултации с докторанти.

2. Общо описание на представените материали:

- **Дисертационен труд (Дисертация) за получаване на научната степен „доктор на математическите науки” на тема „Принцип за субординация на обобщени дробни еволюционни уравнения“** (на английски език) – общо 200 стр., състои се от Предговор, Увод, 8 глави, Анотация на научните приноси, Библиография (вкл. 110 заглавия) и Указател на използваните символи и основни понятия. Тази дисертация е по научната специалност Математически анализ, по-точно - дробно смятане, операторни методи, специални функции, и приложенията им.

- **Автореферат на Дисертацията** – 33 страници, на български език и в превод на английски език.

- **Авторска справка за научните приноси в Дисертацията и свързаните трудове** (на български и английски)

- **Справка за цитиранията на публикациите по Дисертацията**

- **Научни трудове свързани с резултатите от Дисертацията – 11 научни статии.** Всичките са излезли от печат, на английски език, 6 от тях са самостоятелни.

Дисертантката не е участвала с тези трудове в предишни процедури (за о.н.с д-р - 2001 г. или за доц. - 2014 г.): всичките са от периода 2015-2021 г.

Те се разпределят така:

- **Научни статии в рецензирани и индексирани списания – 10 броя**
- **Научни статии в индексирани трудове на международни конференции в чужбина – 1 брой**

– **8 от представените статии са в списания с импакт-фактор** (Web of Science, Clarivate Analytics), в Q1 – 5 броя ; Q2 – 1 брой ; Q3 – 2 броя; със сумарен IF = 16.393

(те са в списанията: *Integral Transforms and Special Functions*; *Mathematical Methods in Applied Sciences*; *Fractional Calculus and Applied Analysis*; *J. of Computational and Applied Mathematics*, *Mathematics*, *Fractal and Fractional*)

– **1 статия - в списание индексирано в WoS и Scopus** (*Mathematics*, за 2015 г., впоследствие то е с ИФ в Q1)

– **1 статия - в списание индексирано в Scopus с SJR=0.268**, попадащо в Q3 (*Intern. J. Appl. Math.*)

– **1 статия е в сборник на международна конференция с импакт-ранг** (индексирана в Scopus) с **SRJ = 0.163** но не попадаща в Q (в изданието: *American Institute of Physics Conf. Proc.*)

Данните по т. Г и т. Д, са акуратно представени и точкувани в сравнителната таблица по-долу, свързана с минималните изисквания за БАН / ИМИ-БАН (които са по-високи от националните), те отговарят на данните са отразени в Соникс.

Група показатели	Показатели	Минимални изисквания	Стойност за дисертанта
Г	Сума от показателите от 5 до 10 Публикации по дисертацията (11 бр.): 5 публикации в Q1 (250 т.) 1 публикация в Q2 (40 т.) 2 публикации в Q3 (60 т.) 2 публикации със SJR (40 т.) 1 публикация в Scopus без SJR (12 т.)	100 т.	402 т.
	От публикациите по дисертацията:		
	Публикации в издания с IF или SJR	7 бр.	10 бр.
	Публикации в издания с IF (8 бр. с общ IF: 16.393)	4 бр.	8 бр.
Д	Показател I1 Цитирания (без автоцитирания) на публикациите по дисертацията в базата данни Scopus: 90 бр. (x 6т.) (повечето от тях са и в базата на WoS)	100 т.	540 т.

Таблицата показва, че всички науко-метричните показатели са съществено изпълнени.

3. Анализ на научните резултати и приноси в представената дисертация и свързаните публикации

Темата на дисертацията е в областта на дробното смятане (ДС, математически анализ с оператори за интегриране и диференциране от произволен, вкл. дробен ред), по-точно върху задълбочен анализ на еволюционни дробни диференциални уравнения чрез т.нар. принцип на субординация – основен личен принос на дисертантката. С изследванията си Бажлекова отвори път на това направление в ДС, наченки на което са дадени от Прус (Prüss, 1993) за интегрални уравнения на Волтера, но сега вече за широк клас абстрактни диференциални уравнения от дробен ред - с многобройни приложения към математически модели на явления от природен и социален характер. Някои нейни първоначални изследвания с помощта на този метод бяха представени в Глава 3 (само на 13 стр.) в предишната ѝ дисертация от 2001 г. В продължение на следващите 20-тина години, но най-вече в изследванията си от последните 7 години (2015-2021), Бажлекова успешно доразви тази своя теория и вече е призната като неин основен инициатор сред изследователите в областта на диференциалните уравнения от дробен ред и приложенията им.

При разработката на дисертацията са използвани тънки методи не само от областта на дробното смятане и специалните функции, но и от функционалния анализ, теория на полугрупите, резолвентни оператори, абстрактни диференциални уравнения, функции на Бернщайн и свързаните с тях класове функции.

Резултатите по Дисертацията могат да се характеризират в следните няколко основни направления:

В Увода и в Глава 1 са представени в сбита форма основните понятия, оператори, специални функции и свойствата им.

В Глава 2 са въведени функциите на Бернщайн и интегралните уравнения на Волтера; и са доказани две основни теореми за субординация, Т.2.1 (свеждане на въпроса за субординация към задача за функции на Бернщайн) и Т.2.2.

Глава 3 (също [B5],[B9]) е посветена на принципа за субординация за абстрактни дробни (по времето и пространството) еволюционни уравнения (включващи производна на Капуто и оператор $(-A)^{\alpha}$, където A поражда C_0 -полугрупа в Банахово пространство) – Т.3.1-Т.3.5. Като приложения са дадени интегрални представяния на фундаменталното решение и експлицитни представяния чрез специални функции (на Митаг-Лефлер и на Майнарди, и конфлуентната хипергеометрична функция).

В останалата част от дисертацията разглежданията са за обобщени еволюционни уравнения с дробни производни по времето.

Глава 4 (също [B10]) е посветена на дробно-редови аналог (с производна на Риман-Лиувил) на уравнение на Джефри за топлопроводност, удовлетворяващо два различни принципа на субординация и, съответно, различни типове поведение – на дифузия и на разпространение на вълни (Т.4.1-Т.4.4). Интегралното представяне на решението е подходящо за числено пресмятане и визуализация.

Глава 5 ([B1],[B2],[B3]) съдържа „субординационни“ резултати за уравнения за субдифузия от разпределен ред, както и с по-обща ядра на паметта. Разглежда се задача на Коши с обобщената конволюционна производна, въведена от Кочубей, и с оператор A пораждащ ограничена C_0 -полугрупа. Детайлно е изследван скаларният случай, в който решенията са функции на релаксация. В частния случай на производна на Капуто, функциите на релаксация се представят чрез функции на Митаг-Лефлер. Получените в Т.5.3 оценки са полезни при изследване на гранични задачи с развития по собствени функции.

В Глава 6 (и [B6]) изследването на еволюционни уравнения с релаксация с няколко (multi-term) производни по времето от различен ред се основава на използването и на резултати на автора (Т.6.2) за т.нар. мултиномна функция на Митаг-Лефлер (на Лучко и др.) и обобщението ѝ от типа на Прабхакар (на автора), Т.6.3-Т.6.4 (условия, при които тази функция е напълно монотонна).

В Глава 7 (и [B4],[B7]) се разглежда и частичен отговор (Тв. 7.1, 7.2) на отворен проблем (поставен от Горенфло-Лучко-Стойанович, виж §7.1) за интерпретация на фундаменталното решение на дифузионно-вълнови уравнения от разпределен ред като вероятностна плътност. Тук субординационните зависимости са представени в Т.7.1, Т.7.2.

В Глава 8 (и [B4],[B8],[B11]) принципът за субординация е илюстриран с приложения към математически модели описващи вълни във вискоеластични среди, като дробни обобщения от разпределен ред на законите на Максвел, Джефри и Зенер. Доказва се, че модулът на релаксация е напълно монотонна функция. Отново се намества апаратът на специалните функции, например - монотонна биномна функция на Митаг-Лефлер.

Накратко, ще коментирам така основната идея на **принципа за субординация**, на чието развитие и приложения в дробното смятане е посветена тази Дисертация: При две зададени задачи на Коши – (P) и (P^*) , за задачата (P) казваме, че е подчинена на задачата (P^*) , ако тя е разрешима винаги когато (P^*) е разрешима, и решението $u(x,t)$ на (P) има интегрално представяне чрез решението $u^*(x,t)$ на (P^*) с ядро, което е вероятностна плътност. Този

принцип позволява да се намерят/ представят решенията на сложни уравнения/ задачи чрез решенията (известни) на по-прости класически задачи, и да се извеждат техните свойства. В този смисъл, според рецензента, има известна аналогия с метода на трансмутациите (възникнал също от изследвания в областта на диференциалните уравнения, Делсарт и Лионс).

Личният ми интерес в тази област ми позволява да оценя високо използването на апарата на т.нар. специални функции на дробното смятане и резултатите на Бажлекова отразени в части от дисертационния труд и публикациите ѝ, за функциите на Митаг-Лефлер, Майнарди, мултиномната функция на Митаг-Лефлер и за въведеното от авторката обобщение от типа на Прабхакар.

Авторската справка отразява правилно и точно научните приноси на Емилия Бажлекова в представения дисертационен труд. За избягване на повторения, пропускам тяхното описание.

4. Обща характеристика на научно-изследователската и организационна дейност на кандидата:

Доц. Бажлекова е автор на над 50 научни публикации, от които 18 в издания с IF (общ IF=31), 17 в издания със SJR, 3 в други издания индексирани в WoS и Scopus, 11 – реферирани в другите световни бази данни.

Доц. Емилия Бажлекова е участвала и продължава да участва активно в многобройни научно-изследователски проекта по тематиката на дисертацията си: към Фонд „Научни изследвания” – МОН; международни – по ННП, по ОП; с Русия, по двустранно сътрудничество между БАН и Сръбската академия на науките и изкуствата; към секция АГТ по бюджетните проекти на ИМИ; и др. Тя бе член на организационните комитети на международни научни конференции у нас: TMSF’1996, TMSF’1999, TMSF’2011, САА’2013, TMSF’2017 и др. Дългогодишен секретар на секция "АГТ".

Тя работи активно като член на едно от основните научни направления („Приложен математически анализ“) към секция АГТ, свързано с тематиката на дисертацията, като ежегодно отчита редица научни публикации в престижни списания и поредици, и техните многобройни цитирания.

5. Отражение на резултатите на кандидата в трудове на други автори:

Публикациите на Е. Бажлекова (над 50) събират общо над 1500 броя цитирания (без самоцитирания). Данните за личния ѝ индекс на Хирш са съответно:

h = 9 (Scopus, изкл. автоцитати), **h = 10** (Web of Science), **h = 15** (Google Scholar & Harzing’s Publish or Perish). Изброените цитирания са основно в престижни международни издания, от чуждестранни автори, за което свидетелстват представената справка, данните в системата Соникс и от профилите ѝ в световните бази данни:

- Google Scholar: <https://scholar.google.com/citations?user=S1V5wscAAAAJ&hl=en>

50 публикации; над 1580 цитирания; h=15

- Scopus (Bazhlekova, Emilia; ID 6507427736):

<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6507427736>

37 публикации, от които 18 с импакт фактор; над 360 цитирания;

- Web of Science: <https://www.webofscience.com/wos/woscc/citation-report/ef1e6d5b-70de-40bb-ab0a-ca0097fd7950-53e76e0b> -> 36 публикации, брой цитирания 365 (10.14 средно на статия), h=10

- Research Gate:

50 публикации; над 1100 цитирания; h=13 (изключвайки автоцитати: h=12)

<https://www.researchgate.net/profile/Emilia-Bazhlekova>

За публикациите свързани с представената Дисертация (11 броя, неизползвани по предишни процедури), Е. Бажлекова е представила точен списък на забелязаните от нея **цитирания: 90 броя, от които 77 броя в издания с IF, други – със SJR.** Ще отбележа, че съгласно GoogleScholar профила ѝ, вторият най-цитиран труд (след дисертацията от 2001 г.) е статията по темата (и заглавието) на дисертацията: „Supordination principle for fractional evolution equations” с над 111 цитирания. Като добавим и намерените други 87 цитирания на трудове по тази дисертация, които в последните месеци (след оформянето и представянето ѝ) значително нараснаха, **предполагам че цитиранията по „принципа за субординация“ на Бажлекова са вече доста повече от 200.** Справка (В.К, 7 окт. 2022), с Google search: "Subordination"+"Bazhlekova" дава: 1980 results.

6. Аprobация на резултатите:

Резултатите на доц. Е. Бажлекова по свързаните с дисертацията трудове са публикувани в престижни международни издания, индексирани в първичните източници на световната библиографска мрежа и са цитирани многократно. Докладвани са на редица международни научни форуми (повече от 10), както у нас, така и в чужбина (Сърбия, Гърция, и др.), и на национални семинари и годишни отчетни сесии. Тези резултати са и съществена част от работните програми на редица научно-изследователски проекти (към ФНИ, ИМИ–БАН, по международни програми и двустранни сътрудничества).

7. Оценка на личния принос на кандидата:

По правило, дисертационният труд за научната степен „доктор на науките” се изготвя на самостоятелна подготовка и е лично дело на кандидата. От 11-те статии на Бажлекова свързани с резултатите по Дисертацията, 6 са самостоятелни, и 5 с по един съавтор - като в тях тя определено има водеща или равноправна роля. В дисертацията са описани само резултати, получени от автора; докато съавторите ѝ в [B7]-[B11] имат приноси в уточняване на математическите модели и приложенията им, и числените пресмятания. Цялостната идеологична насоченост и основните аналитични резултати по създаване, развиване и приложения на принципа на субординация към еволюционни уравнения от дробен ред са несъмнено личен принос на кандидата, резултат на дългогодишно професионално развитие като международно признат водещ експерт в областта си.

Няма установено плагиатство.

8. Критични бележки: Нямам.

Имам препоръка към доц. Бажлекова да продължи изследователската си дейност и да ускори процедура за професор. Тя отдавна покрива с резултатите и другите си трудове и критериите за тази академична длъжност.

9. Лични впечатления:

Познавам Емилия от 1989 г., когато постъпи като докторант, а след това като математик в секция „Комплексен анализ” на ИМИ. И тогава, и след завръщането си в България и в Института, тя прави впечатление със своята скромност, трудолюбие, добра математическа култура, и вкус към прецизно изследване на значими проблеми от математическия анализ.

Имах удоволствието да присъствам през 2001 г. на защитата на дисертационния ѝ труд в Технологичния университет в Айндохвен - Нидерландия, като член на международното жури по тази процедура, и лично да се убедя в безапелационното ѝ представяне довело до единодушно решение и връчване на дипломата ѝ за PhD. Повечето от резултатите и трудовете на Бажлекова са посветени на операционни методи за решаване на диференциални уравнения от дробен ред и със съществени резултати в приложенията на дробното смятане. Тя е член на международната редколегия на водещото в тази област списание "Fractional Calculus and Applied Analysis" и част от престижа и успехите му се дължат и на нейната професионална експертна дейност. Лично многократно съм се убеждавала във високото мнение за нея и резултатите ѝ на водещите фигури в световен мащаб в нашата област.

Моето лично мнение – от съвместната ни работа в ИМИ-колектива по тази тематика, от представените статии в престижни специализирани списания (някои от най-цитираните са публикувани в „Fractional Calculus and Applied Analysis“), и престижът ѝ сред колегите по дробно смятане – е, че доц. д-р Емилия Бажлекова е отдавна утвърден и световно признат учен в областта.

10. Заключение:

Прегледът на представения дисертационен труд, автореферата, и свързаните с него научни трудове и справки показват, че доц. д-р Е. Бажлекова е утвърден в международните среди специалист по математически анализ, и по-специално в бурно развиващата се област на дробното смятане и приложенията му. Несъмнени са личните ѝ приноси по темата на дисертацията.

Оценявам приносите в дисертационния труд като теоретични обобщения и разработване на теория в една трудна, но особено популярна понастоящем област на математическия анализ. Резултатите имат освен теоретичен, така и научно-приложен характер, и съответстват и спомагат за съвременното развитие на дробното смятане и дробните диференциални уравнения.

Съгласно Правилника на ИМИ–БАН за приложение на ЗРАСРБ, количествените критерии за присъждане на н. степен „доктор на науките“ в ИМИ и тяхното изпълнение в случая на дисертационния труд на доц. Бажлекова са:

1. от представените публикации за придобиване на научната степен „доктор на науките“ да има поне 7 публикации в издания с IF или SJR – такива са 10 броя от общо 11;
2. от тях поне 4 да са в списания с импакт фактор – такива са 8 броя;
3. публикациите по дисертацията да са получили цитирания за поне 100 т. – представен и проверен е списък от над 90 цитирания в Scopus (но повечето от тях са и в WoS) за 540 т. А броят на цитиранията на всичките ѝ публикации е над 1500.

Потвърждавам, че в представената дисертация и свързаните с нея публикации, които са близки до моята тясна научна специалност, **няма установено плагиатство.**

Видно е, че всички показатели са значително преизпълнени.

Имайки предвид гореизложеното, считам че представеният дисертационен труд на доц. д-р Емилия Бажлева удовлетворява всички изисквания на ЗРАСРБ и на Правилника на ИМИ–БАН по тази процедура, и предлагам на научното жури да ѝ присъди научната степен „доктор на науките“ в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, по професионално направление 4.5 „Математика”, научна специалност „Математически анализ”.

Давам положително заключение за присъждане на тази научна степен.

10 октомври 2022 г.

Рецензент и член на научното жури:

(проф. дмн В. Кирякова)
