

СТАНОВИЩЕ

от доц. д-р Милена Ганчева Димова,

Институт по математика и информатика - Българска академия на науките

Университет за национално и световно стопанство, София

относно дисертационен труд на

Красимир Андреев Ангелов

на тема

„Числено изследване на двумерното уравнение на Бусинеск“

за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5 Математика,
докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката“

Настоящото становище е изготвено въз основа на заповед № 93 от 01.03.2023 г. на Директора на Института по математика и информатика при БАН и според изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за неговото прилагане, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния правилник на Института по математика и информатика на БАН.

1. Обща характеристика на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд е с обем от 99 страници и е структуриран в 4 глави и списък с използвана литература. Дисертацията съдържа 30 фигури, 18 таблици и списък с 45 литературни източника.

Дисертационният труд е посветен на численото изследване на двумерното Парадигматично уравнение на Бусинеск (ПУБ) с квадратична нелинейност. Уравненията от типа на Бусинеск описват сложни нелинейни процеси, включващи разпространение на вълни в плитки води, надлъжни вълни в еластичен прът, вълни в диелектрици с нелинейна поляризация и др. Характерни за разглежданите задачи са законите за запазване на масата, момента и енергията в процеса на еволюция във времето.

Основната цел на предложения труд е получаване на числени решения на двумерното ПУБ със свойства, които наподобяват свойствата на солитонните вълни. Като първа стъпка за реализация на тази цел са получени начални условия от тип стационарно разпространяващи се локализиращи вълни с дадена скорост, които от своя страна са решения на двумерна елиптична задача.

В първата глава на дисертацията, Въведение, е направен кратък обзор на известните числени подходи за изследване на поствените задачи, формулирани са целите на изследванията, основните характеристики на използваните методи, както и основните резултати, които са описани подробно в Глави 2, 3 и 4.

Глава 2 на дисертацията има спомагателен характер и съдържа резултати, необходими

за изследванията в Глави 3 и 4. Въведени са основните понятия и означения, свързани с дискретизацията на задачата, изследване на реда на сходимост, квадратурни формули използвани при пресмятане на дискретните функционали на енергията и масата. Представен е бърз и директен метод за обръщане на дискретния двумерен оператор на Лаплас, който е обобщение на известен метод в литературата, и е коментирана изчислителната сложност.

Глава 3 е посветена на численото решаване на т.н. двумерно стационарно уравнение на Бусинеск. От математическа гледна точка това е двумерно елиптично уравнение от четвърти ред, което с подходяща смяна се свежда до система от две елиптични уравнения от втори ред. За решаването на тази система е използван методът на простата итерация с адаптивен алгоритъм за избор на стъпка по фиктивното време. При конструиране на диференчните схеми са използвани апроксимации от 2-ри и по-висок ред - 4-ти и 6-ти. Предложени са два различни подхода за избор на начална итерация. При първия подход е използвано известното от литературата "best fit" приближение на стационарно движеща се вълна с дадена скорост. При втория подход като начална итерация се използва решението на разглежданата елиптичната задача при нулева скорост, пресметнато чрез метода на стрелбата. Подчертано е, че и при двата подхода итерационният процес се сходят към едно и също числено решение, а разликата е само в скоростта на сходимост, като предимство има първия подход. Изследвана е точността на метода и реда на сходимост чрез правилото на Рунге. Проведени са числени експерименти за изследване на характерните свойства на получените решения и на зависимостта на формата на вълната, максимума и асимптотичното поведение от дисперсните параметри и скоростта. Направен е сравнителен анализ между решението на елиптичната задача, получено с използване на апроксимации от 6-ти ред, и "best fit" приближението. Като извод е отбелязано, че съществени различия настъпват при по-високи скорости.

На базата на анализа на асимптотиката на производните от четвърти ред и нелинейните членове е изведено ново гранично условие. Сравнени са числените резултати получени с използване на нулевото гранично условие и новото гранично условие.

Обект на изследване в Глава 4 е численото решаване на двумерното ПУБ. Предложени са два различни подхода за решаване на хиперболичната задача. При първият е конструирана неявна диференчна схема с втори ред на апроксимация. Доказано е, че полученото по тази схема числено решение запазва дискретната енергия във времето и е доказана условна устойчивост на линейната част от предложената диференчна схема. За изследване на сходимостта на дискретното решение към точното и запазването на дискретната енергия са проведени числени експерименти върху последователност от вложени мрежи, които демонстрират втори ред на сходимост.

Вторият числен подход за решаване на ПУБ се базира на метода на Тейлор и метода на правите. Прилагайки метода на правите се получава система от ОДУ относно времевата променлива, за чието решаване се използва явен метод на Тейлор с втори, четвърти и шести ред на апроксимация. Производните в развитието на Тейлор се пресмятат чрез непосредствено диференциране на дискретизираното относно пространствените променливи ПУБ. Редът на сходимост е изследван с помощта на правилото на Рунге като резултатите съответстват на реда на апроксимация с отклонения при 6-ти ред на апроксимация. Направен е анализ на зависимостта на формата на решението и поведението на максимума от реда на апроксимация и дискретните стъпки по времето и пространството. Сравненията между резултатите от прилагане на консервативната схема и метода на Тейлор с втори ред на апроксимация показват, че методът на Тейлор запазва във времето дискретната енергия.

Важен акцент са проведените числени експерименти при стойности на дисперсните параметри и скоростта, за които има данни в литературата. Числените решения, пресметнати с метод на Тейлор с по-висок ред на апроксимация, са сравнени с известните в литературата и са отчетени предимствата им.

2. Основни научни и научно-приложни постижения

Ще отбележа най-съществените, от моя гледна точка, научни приноси на докторанта.

- Конструирани са диференчни схеми за решаване на стационарното уравнение на Бусинеск на базата на метода на простата итерация с 4-ти и 6-ти ред на апроксимация. С помощта на асимптотичен анализ е изведено ново гранично условие. Чрез подходящо избраните начални приближения са получени решения от тип стационарно разпространяващи се локализиращи вълни, които са използвани като начални данни за решаване на двумерното ПУБ.
- Разработен е числен метод (т.н. метод на Тейлор) за решаване на двумерното ПУБ с 4-ти и 6-ти ред на апроксимация. Числените експерименти показват, че формата на вълната и максимумът се запазват по-добре при по-висок ред на апроксимация и по-малки дискретни стъпки. Методът на Тейлор запазва дискретната енергия при проведените числени експерименти.
- Предложеният числен подход, съчетаващ двата метода с висок ред на апроксимация за решаване на стационарното и нестационарното ПУБ, дава възможност за получаване на числени решения, които, в сравнение с известните до момента в литературата, запазват най-дълго във времето формата и максимума на вълната, характерни за солитонните решенията.

Дисертационният труд показва, че докторантът Красимир Андреев Ангелов притежава необходимите теоретични познания и професионални умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

3. Аprobация на резултатите

Резултатите в дисертацията са представени в 4 публикации: 1 статия в научно списание, реферирано и индексирено в Scopus с SJR; 2 статии в трудове на международни конференции, публикувани в реферирани поредици с SJR, една статия в национално списание реферирано в Zentralblatt.

Резултатите са докладвани на 4 международни конференции и 1 научен национален семинар.

Две от публикациите по дисертацията са самостоятелни и две са в съавторство като приемам за равностойно участието на докторанта в тях.

4. Критични бележки и препоръки

Основните ми бележки и препоръки са свързани с оформянето на дисертационния труд. Първата ми препоръка към докторанта е да използва по-рядко понятия, които нямат ясна математическа дефиниция. „По-строгий“ математически език би направил изложението по-прецизно. Забелязват се и неточности при техническото оформяне на текста и правописни грешки (например при формулиране на принос номер 2) и др.

Като препоръка бих отбелязала, че е добре в края на дисертационния труд или автореферата да се посочат перспективите за бъдеща работа по тематиката на дисертацията, например изследване на двумерното ПУБ с друга нелинейност, различна

от квадратична, както и за прилагане на разработените методи за решаване на други дисперсни уравнения.

5. Качества на автореферата

Авторефератът съдържа 35 страници и точно отразява съдържанието на дисертацията. В него е обоснована актуалността на тематиката, формулирани са задачите и целите на изследването, представени са основните научни приноси.

6. Заключение

Въз основа на направения до тук анализ, считам, че представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, както и правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и в Института по математика и информатика на БАН.

Постигнатите научни резултати ми дават основание да дам положителна оценка на дисертационния труд и да препоръчам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор” на Красимир Андреев Ангелов в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма: „Математическо моделиране и приложение на математиката“.

29.05.2023 год.

гр. София

Подпис:.....

(доц. д-р Милена Димова)