СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

6 декември 2008 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъжда по 1 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 3 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev08/.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Числото $503^4 - 502^2(503^2 + 2.503 + 3)$ е равно на:

А) 502; **Б)** 503; **В)** 2008; **Г)** 2009.

2. Ако диагоналите на ромб се увеличат с 10%, то лицето му ще се увеличи с:

А) 1%; **Б)** 11%; **В)** 21%; **Г)** 31%.

3. Последната цифра на числото

$$1 + 1.2 + 1.2.3 + \cdots + 1.2.3\ldots.2008$$

е равна на :

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4.

4. За колко стойности на реалния параметър a уравнението $|x-1| = x + a$ има точно едно решение.

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** безбройно много.

5. Най-малката стойност на израза

$$a^2 + b^2 - ab - a - b$$

е равна на:

А) -1; **Б)** -2; **В)** -3; **Г)** -4.

6. Броят на двойките цели числа (x, y), за които $8x^2 - 6xy + y^2 = 5$ е равен на:

А) 2; **Б)** 4; **В)** 6; **Г)** безбройно много.

7. Нека $x = 2008 + \dfrac{1}{2008}$, $y = 2009 + \dfrac{1}{2009}$ и $z = 2008.2009 + \dfrac{1}{2008.2009}$. Числото

$$x^2 + y^2 + z^2 - xyz$$

е равно на:

А) 2; **Б)** 4; **В)** 6; **Г)** 8.

8. Броят на естествените числа n, за които $\dfrac{n^2 - n - 12}{n - 3}$ е естествено число е равен на:

А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 7.

9. Колко най-много остри ъгли може да има изпъкнал шестоъгълник?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5.

10. Колко четирицифрени числа $N = \overline{abcd}$ изпълняват следните три условия:
(1) $4000 \leq N < 6000$
(2) N се дели на 5
(3) $3 \leq b < c \leq 6$

А) 10; **Б)** 18; **В)** 24; **Г)** 36.

11. Нека ABC е равнобедрен триъгълник с основа AB и $\sphericalangle ACB = 30^\circ$, M е средата на AB, а K и L са симетричните точки на M относно правите AC и BC. Правата KL пресича страните AC и BC съответно в точки E и F. Да се намери периметъра на $\triangle MEF$, ако $CM = 2$.

12. Колко нееднакви триъгълници с периметър 20 имат целочислени страни?

13. Графиките на функциите $y = -|x-a| + b$ и $y = |x-c| + d$ се пресичат в точките с координати $(2,5)$ и $(8,3)$. Да се намери числото $a+c$.

14. Нека $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ са цели числа, за които $0 \leq a_i < i,\ i = 2, 3, \ldots, 7$ и такива, че

$$\frac{5}{7} = \frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \frac{a_4}{4!} + \frac{a_5}{5!} + \frac{a_6}{6!} + \frac{a_7}{7!},$$

където $n! = 1.2.\ldots.n$. Да се намери произведението $a_2a_3a_4a_5a_6a_7$.

15. Сумата на няколко естествени числа, които са по-големи от 1 и са две по две взаимнопрости е равна на 96. Колко най-много е броят на тези числа?