

Граници за енергии на сферични кодове със скалярни произведения в зададен интервал

Петър Бойваленков

За сферичен код $C \subset \mathbb{S}^{n-1}$ и функция $h(t) : [-1, 1) \rightarrow [0, +\infty)$ дефинираме потенциална енергия (или h -енергия) на C чрез

$$E(n, C; h) := \sum_{x, y \in C, x \neq y} h(\langle x, y \rangle),$$

$\langle x, y \rangle$ е скалярното произведение на x и y .

Нека $-1 < \ell < s < 1$, ℓ и s са фиксирани, и $\mathcal{C}_{\ell, s}$ е класът от сферични кодове върху \mathbb{S}^{n-1} , чиито скалярни произведения принадлежат на интервала $[\ell, s]$. Ще предложим метод за намиране на *универсални долни граници* за потенциалната енергия на кодовете от $\mathcal{C}_{\ell, s}$ при фиксирана мощност. Универсалността се изразява в: (1) валидността на нашите граници за широк клас от важни потенциални функции (т.нар. абсолютно монотонни функции) и за всички кодове със зададената мощност, (2) използването на едни и същи параметри (възли и тегла на квадратурни формули), както и в (3) унифицирания подход към тези граници. В частност, в процеса на получаването на граници за енергии, доказваме и универсална горна граница за максималната възможна мощност на кодовете от $\mathcal{C}_{\ell, s}$, отговаряйки по този начин на въпрос на Левенщейн [3, 4].

Тези резултати са получени съвместно с Peter Dragnev, Douglas Hardin, Edward Saff, Maya Stoyanova и са свързани с предишни работи по универсални граници за енергии на сферични кодове и дизайни [1, 2].

Литература

- [1] P. Boyvalenkov, P. Dragnev, D. Hardin, E. Saff, M. Stoyanova, Universal energy bounds for potential energy of spherical codes, (submitted; <http://arxiv.org/abs/1503.07228>).
- [2] P. Boyvalenkov, P. Dragnev, D. Hardin, E. Saff, M. Stoyanova, Universal upper and lower bounds on energy of spherical designs, in preparation.
- [3] V. I. Levenshtein, *Personal communication*.
- [4] V. I. Levenshtein, Universal bounds for codes and designs, *Handbook of Coding Theory*, V. S. Pless and W. C. Huffman, Eds., Elsevier, Amsterdam, 1998, Ch. 6, 499–648.