I. Anniversary: 150 Years of idempotents.
II. Idempotents of 2 × 2 matrix rings over rings of formal power series.

Vesselin Drensky

An element a in a ring A is called an idempotent if $a^2=a$. In 2020 we celebrate an anniversary of the idempotents – 150 years of their discovery. The idempotents were introduced in Ring Theory by Benjamin Peirce in 1870. Already 150 years their study is among the main topics in Ring Theory and its applications. The first part of the talk is devoted to the story of the discovery of the idempotents.
The second part of the talk surveys some results on idempotents of matrix rings over commutative unitary rings. We present also a new result from
V. Drensky, Idempotents of 2 × 2 matrix rings over rings of formal power series, arXiv:2006.15070v1 [math.RA]
This is the description of idempotents of $M_2(A[[X]])$, where A is a direct sum of a finite number of commutative rings without non-trivial idempotents and $A[[X]]$ is the ring of formal power series in an arbitrary (also infinite) set of commuting variables. As a consequence we describe the idempotents of $M_2(\mathbf{Z}_n[[X]])$ when n is an arbitrary positive integer greater than 1.
Our proofs are very transparent and use well known elementary arguments only. They are based on the Cayley-Hamilton theorem (for 2 × 2 matrices only), the Chinese remainder theorem and the Euler-Fermat theorem.

==

I. Годишнина: 150 години на идемпотентите.
II. Идемпотенти в матрични пръстени от втори ред над пръстени от формални степенни редове.

Веселин Дренски

Елементът a в пръстена A се нарича идемпотент, ако $a^2=a$. През 2020 г. празнуваме годишнина на идемпотентите – 150 от тяхното откриване. Те са въведени в теория на пръстените от Бенджамин Пирс през 1870 г. Вече 150 години тяхното изучаване е между важните направления в теория на пръстените и нейните приложения. Първата част на доклада е посветена на историята на откриването на идемпотентите.
Втората част на доклада прави обзор на някои резултати за идемпотентите в матрични пръстени над комутативни унитарни пръстени. Представяме и един нов резултат от
V. Drensky, Idempotents of 2 × 2 matrix rings over rings of formal power series, arXiv:2006.15070v1 [math.RA].
Това е описанието на идемпотентите в $M_2(A[[X]])$, където A е директна сума на краен брой комутативни пръстени без нетривиални идемпотенти, а $A[[X]]$ е пръстенът от формални степенни редове на произволно (включително безкрайно) множество от комутиращи променливи. Като следствие описваме идемпотентите в $M_2(\mathbf{Z}_n[[X]])$, където n е произволно естествено число, по-голямо от 1.
Нашите доказателства са прозрачни и използват само добре известни елементарни аргументи. Те се базират на теоремата на Хамилтън-Кейли (само за матриците от втори ред), китайската теорема за остатъците и теоремата на Ойлер-Ферма.