ПРОЛЕТНИ СЪСТЕЗАНИЯ ПО ИНФОРМАТИКА
Велико Търново, 19 – 21 април 2019 г.
Група B, 9 – 10 клас

Задача B1. Игра върху дърво

Играчът X играе в казино във Вегас на следната игра с крупие:

Крупието дава на X кореново двоично дърво **T** с **N** върха и число **M**. Първоначално всички върхове на **T** са бели. X трябва да оцвети **M** от листата на **T** в червено. След това крупието разполага пионка в корена на дървото и започва да я мести по дървото. Крупието придвижва пионката по следния начин:

1) Ако пионката е в листо, тя приключва движението си и играта приключва. Ако листото е червено, X печели, иначе X губи.
2) Ако пионката не е в листо, X избира ези или тура. Крупието хвърля монета. Ако X е познал резултата, пионката слиза наляво (премества се в левия наследник на върха, в който се намира). Ако X не е познал, пионката слиза надясно (премества се в десния наследник на върха, в който се намира).

X е тарикат и е успял да подмени монетата на крупието с нечестна такава. При хвърлянето на тази монета се пада ези с вероятност $\frac{2}{3}$ и тура с вероятност $\frac{1}{3}$. X оцветява листата оптимално и за всяко хвърляне избира ези или тура оптимално. Напишете програма **Tgame**, която пресмята каква е вероятността X да спечели в този случай.

Забележка: Това че изборите на X са оптимални означава, че максимизират вероятността X да спечели. Върховете на дървото **T** са номерирани с числата от 1 до **N** и връх номер 1 е корен (съответно в началото пионката е във връх 1).

Вход

На първия ред на стандартния вход се въвеждат **N** и **M**, разделени с интервал. На следващите **N** реда се въвежда информация за **N**-те върха на дървото. Ако i-тия връх е листо, на (i + 1)-вия ред има едно-единствено число: –1. Ако i-тия връх не е листо, на (i + 1)-вия ред има две числа, разделени с интервал: l и r, които съответно означават номера на левия и десния наследник на i-тия връх.

Изход

На един ред да се изведе вероятността играчът X да спечели при оптимален избор на оцветени листа и избор на ези или тура за всяко хвърляне.

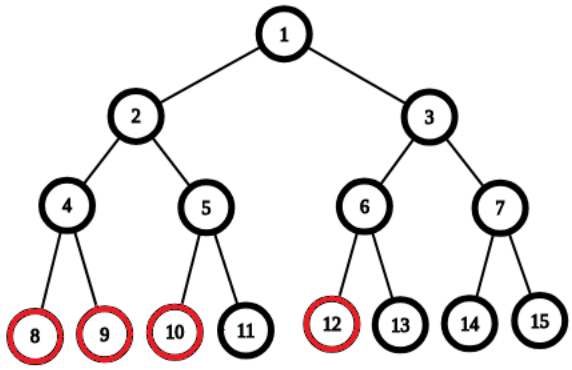
Оценяване

Тестът се счита за верен, ако отговорът Ви се различава от верния с не повече от 10^{-8}.

Ограничения

- $1 \leq$ **N** ≤ 5000
- $0 \leq$ **M** $\leq$ брой листа в дървото **T**
- В 30% от тестовете: **T** е балансирано
- В други 30% от тестовете: **N** ≤ 100

Пример

Вход	**Изход**	**Пояснение**
15 4 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1	0.74074074	Една от оптималните стратегии на *X* е следната: 1) Оцветяваме върховете 8, 9, 10 и 12. 2) *X* винаги избира ези.  Тогава вероятността *X* да спечели е сборът от вероятностите пионката да стигне до 8, 9, 10 и 12. За да стигне до 8 трябва да се падне 3 пъти ези, което е с вероятност $\frac{2}{3} * \frac{2}{3} * \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$. За да стигне до 9 трябва да се падне първите 2 пъти ези и после тура, което е с вероятност $\frac{2}{3} * \frac{2}{3} * \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$. За да стигне до 10 трябва да се падне ези, тура, ези, което е с вероятност $\frac{2}{3} * \frac{1}{3} * \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$. За да стигне до 12 трябва да се падне тура, ези, ези, което е с вероятност $\frac{1}{3} * \frac{2}{3} * \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$. Общата вероятност за четирите оцветени върха е: $\frac{8}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27} = \frac{20}{27} = 0.74(074)$.

ПРОЛЕТНИ СЪСТЕЗАНИЯ ПО ИНФОРМАТИКА
Велико Търново, 19 – 21 април 2019 г.
Група В, 9 – 10 клас

Задача В2. Балони

Дадена е редица от **N** цветни балона. Ще наричаме *цветност* на редицата броя на различните последователности с един и същ цвят. Например, ако цветовете ги означим с естествени числа и е дадена редица от 10 балона с цветове {2, 3, 3, 1, 1, 4, 5, 1, 1, 3}, то нейната цветност ще бъде 7: {2}, {3,3}, {1,1}, {4}, {5}, {1,1}, {3}. Може да извършваме следните три операции: премахвана на балон, вмъкваме на балон на позиция и замяна на балон. Напишете програма **baloni**, която по дадена първоначална редица от балони и операции върху нея, дава при всяко поискване отговор въпроса: колко е цветността на текущата редица.

Вход

На първия ред е числото **N**, на следващия ред са числата A_1, A_2, …, A_N, където A_i е цветът на i-я балон. На третия ред е числото **T** – общият брой на операциите и запитванията. Всеки от следващите **T** реда е в един от следните видове:

- 1 K – числото K е номерът на балона, който се премахва от редицата
- 2 P C – числата P и C означават, че на позиция P се вмъква нов балон с цвят C
- 3 Q S – балонът на позиция Q се заменя с друг, който има цвят S
- 4 – запитване за цветността на цялата редица

Изход

По реда от входа, за всяко запитване (т.е. за всеки ред, започващ с 4) се извежда цветността на редицата.

Ограничения: $1 < \mathbf{N} \le 10^5$, $1 \le \mathbf{T} \le 10^5$, $1 \le A_i, C, S \le 10^4$, $1 \le K, P, Q \le N'$, където N' е текущият брой балони за съответното запитване.

Подзадача 1: само операции 3 и 4 – 20% от тестовете

Подзадача 2: само операции 1, 3 и 4 – 20% от тестовете

Подзадача 3: ограниченията от условието

Пример

Вход
```
10
2 3 3 1 1 4 5 1 1 3
8
1 6
3 6 1
4
1 1
2 2 1
4
2 9 2
4
```

Изход
```
4
5
6
```

Пояснение на примера:

След операцията **1 6**, редицата е
2, 3, 3, 1, 1, 5, 1, 1, 3

След **3 6 1**:   2, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 3

На запиването **4** отговорът е 4

След **1 1**:   3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 3

След **2 2 1**:   3, 1, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 3

На запиването **4** отговорът е 5

След **2 9 2**   3, 1, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3

На последното запитване **4** отговорът е 6.

ПРОЛЕТНИ СЪСТЕЗАНИЯ ПО ИНФОРМАТИКА
Велико Търново, 19 – 21 април 2019 г.
Група B, 9 – 10 клас

Задача B3. Монополи

Всички знаят българската фирма, която продава популярната игра „Дени Монопол“. Ръководството решава, че ще търси ново лого, където ще изобрази всички служители. *За целта им трябват такава тяхна наредба, че да няма служител, който да е разположен след някой от неговите непосредствени подчинени*. Поради големината на фирмата се оказва, че съществуват много подредби и първо трябва да се види колко са те. Тази важна задача възлагат на Дени – най-добрата програмистка на фирмата. За съжаление тя е затрупана от много работа напоследък и няма време. Дени се обръща с молба към Вас да напишете програма **monopoly**, която да изпълни възложената ѝ задача.

В резултат на големия брой реорганизации и прилагането на най-съвременни методи на управление, фирмата има, меко казано, странна организационна структура. В тази структура има две нормални неща:

- Всеки служител без обикновените работници има известен брой подчинени служители.

- Няма служител, при който някой от подчинените му служители (не непременно непосредствено) да му се окаже началник (не непременно непосредствен).

Следват странните резултати от реорганизациите:

- Един служител може да има повече от един непосредствен началник.

- Ако за даден служител $x_1, x_2, \dots, x_k$ са непосредствените му началници, то съществува наредба $i_1, i_2, \dots, i_k$ на $1, 2, \dots, k$, така че ако ги подредим в реда $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$, x_{i_1} ще е началник (не задължително непосредствен) на x_{i_2}, от своя страна x_{i_2} ще е началник (не задължително непосредствен) на x_{i_3} и …, $x_{i_{k-1}}$ ще е началник на x_{i_k}.

Дени Ви дава структурата на фирмата от $\boldsymbol{N}$-те служители и $\boldsymbol{M}$-те връзки между тях и иска търсената бройка подредби на служителите. Служителите са номерирани с числата от 1 до $\boldsymbol{N}$. Понеже това може да е много голямо число, Дени ще се задоволи само с остатъка му по модул 10^9+7.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели положителни числа $\boldsymbol{N}$ и $\boldsymbol{M}$ – броят служители и броят връзки между тях. От следващите $\boldsymbol{M}$ реда се въвеждат по две цели числа x и y, които показват, че служителят с номер x е непосредствен началник на служителя с номер y (съответно y е непосредствен подчинен на x).

Изход

Едно единствено число – остатъка при деление с 10^9+7 на намерения брой подредби на служителите.

Ограничения

- ♣ $1 \le \boldsymbol{N} \le 100000$
- ♣ $1 \le \boldsymbol{M} \le 200000$

Подзадачи

Подзадача	Точки	N	M	Други ограничения
1	15	≤ 10	≤ 45	Няма допълнителни ограничения.
2	35	≤ 19	≤ 171	Няма допълнителни ограничения.
3	20	≤ 100	≤ 200	Реалният отговор е до 2.10^5.
4	30	≤ 100000	≤ 200000	Няма допълнителни ограничения.

Точките за дадена подзадача се получават, когато преминат успешно всички тестове за нея.

Примери

Вход	Изход	Обяснение на примера
6 7 1 2 1 3 2 3 3 4 2 4 3 5 2 6	8	Служителите, които имат повече от 1 непосредствен началник са с номера 3 и 4. Непосредствените началници на 3 са 2 и 1 и ако ги подредим в ред 1, 2 тогава 1 е началник на 2. Непосредствените началници на 4 са 3 и 2 и ако ги подредим в ред 2, 3 тогава 2 е началник на 3. Съответно всички възможни наредби на служителите са: • 1 2 3 6 4 5 • 1 2 3 6 5 4 • 1 2 3 4 5 6 • 1 2 3 4 6 5 • 1 2 3 5 6 4 • 1 2 3 5 4 6 • 1 2 6 3 4 5 • 1 2 6 3 5 4
4 2 1 2 3 4	6	Тук всички възможни наредби на служителите са: • 1 2 3 4 • 1 3 2 4 • 1 3 4 2 • 3 1 2 4 • 3 1 4 2 • 3 4 1 2