

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг

6 февруари 2021 г.

Група В, 9-10 клас

Задача В1. Прости вериги

Едно цяло положително число се нарича просто, когато е по-голямо от 1 и се дели само на 1 и на себе си. Верига на едно просто число p наричаме редица от последователни прости числа, по-малки от p , чиято сума е равна на p . Когато едно просто число няма верига от описания вид, считаме че това просто число е верига само на себе си. Например 2,3,5,7 е верига за простото число 17, защото $17=2+3+5+7$. Числото 7 е верига на себе си, защото простото число 7 не може да се представи като сума на последователни прости числа, по-малки от 7.

Напишете програма **primes**, която намира просто число p в даден числов интервал $[a, b]$ (т.е p е такова че $a \leq p \leq b$), което има най-дълга верига.

Вход: Две цели неотрицателни числа a и b , които задават краищата на интервала, в който търсим простото число с описаното свойство.

Изход: На първия ред на стандартния изход вашата програма трябва да изведе отделени с един празен интервал намереното просто число и броя на числата в неговата верига. На втория ред на стандартния изход вашата програма трябва да изведе числата от веригата в растящ ред, отделени с по един празен интервал. Ако съществува повече от едно просто число с търсеното свойство, вашата програма трябва да изведе по-малкото. Когато в дадения числов интервал няма прости числа, вашата програма трябва да изведе единствено съобщение `no prime`

Ограничение: $0 < a \leq b < 1\,000\,000$.

Пример 1	Пример 2	Пример 3
Вход	Вход	Вход
10 20	24 28	42 52
Изход	Изход	Изход
17 4 2 3 5 7	no prime	43 1 43

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг

6 февруари 2021 г.

Група В, 9-10 клас

Задача В2. Мярка

Отново Дени разполага с масив a от N числа. Индексирането на масива започва от 0. На скорошната школа по информатика Дени научи разнообразни прости и сложни алгоритми за решаване на задачата за бързо търсене на минимум в интервал. Сега тя реши да приложи наученото за смятане на **мярката** на масива a . Под **мярка** на масив a Дени разбира следното: нека означим с $m[l][r]$ за $l \leq r$, минимума измежду числата $a[l], a[l+1], \dots, a[r]$. Тогава **мярката** на масива a е сумата на числата $m[l][r]$ за всяка двойка индекси $0 \leq l \leq r < N$ или математически записано: $\sum_{0 \leq l \leq r < N} m[l][r] = \sum_{0 \leq l \leq r < N} \min_{i=l+1, \dots, r} a[i]$. Дени веднага написала някаква програма за намиране на **мярката**, но открила, че за масив с повече от 1000 числа, програмата била доста бавна. Дени знае, че Вие сте много добри в решаването на задачи, затова Ви моли за помощ – да напишете програма **measure**, която по даден масив от числа изчислява мярката му.

В последния момент обаче Дени се досеща, че е объркала големината на масива и числото в края му. Затова тя Ви дава Q предположения ind и $value$, които означават, че последното число в масива е това с индекс ind и, освен това, стойността на $a[ind]$ е $value$. Вие трябва за всяко предположение на ind и $value$ да изчислите **мярката** на масива, който започва от началото и свършва в указания последен индекс, т.е. **мярката** на $a[0], a[1], \dots, a[ind]$, където $a[ind]$ е със стойност $value$.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвежда числото N – броят на числата в масива a . От следващия ред се въвеждат N естествени числа – числата на масива. От следващия ред се въвежда числото Q – броят предположения за обърканото число. От последните Q реда се въвеждат по две числа ind и $value$ – предположение, че елементът $a[ind]$ е със стойност $value$ и масивът свършва в индекс ind .

Изход

На единствен ред отпечатайте едно число – сумата на всички изчислени **мерки** по модул 10^9+7 (включително и **мярката** на въведения първоначално масив).

Ограничения

- ♣ $1 \leq N \leq 10^6$
- ♣ $0 \leq Q \leq 10^5$
- ♣ $1 \leq a[i] \leq 10^5$
- ♣ за всяка заявка $1 \leq value \leq 10^5$

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг

6 февруари 2021 г.

Група В, 9-10 клас

Оценяване и подзадачи

Всеки тест се оценява отделно

Подзадача	Точки	N	Q
1	10	$\leq 10^3$	0
2	30	$\leq 2 \cdot 10^5$	0
3	20	$\leq 10^6$	0
4	40	$\leq 5 \cdot 10^5$	$\leq 10^5$

Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера										
5 4 7 5 2 3 3 4 2 2 1 0 8	121	<table border="1"><thead><tr><th>Масив</th><th>Мярка</th></tr></thead><tbody><tr><td>4 7 5 2 3</td><td>48</td></tr><tr><td>4 7 5 2 2</td><td>47</td></tr><tr><td>4 7 1</td><td>18</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td></tr></tbody></table> <p>Нека разгледаме втората заявка 2 1. Тя показва, че в масива участват само $a[0], a[1], a[2]$, като $a[2] = 1$, а другите числа са със стойностите си от входа 4 и 7 съответно. Затова масивът от втората заявка е: 4, 7, 1. Съответните минимума са $m[0][0] = 4, m[0][1] = 4, m[0][2] = 1, m[1][1] = 7, m[1][2] = 1, m[2][2] = 1$. Техният сбор е 18 и това именно е мярката на масива.</p>	Масив	Мярка	4 7 5 2 3	48	4 7 5 2 2	47	4 7 1	18	8	8
Масив	Мярка											
4 7 5 2 3	48											
4 7 5 2 2	47											
4 7 1	18											
8	8											

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг

6 февруари 2021 г.

Група В, 9-10 клас

Задача В3. Машини

В един цех на фирмата **X** има различни видове машини, като от един вид може да има няколко машини. Всеки вид машини е означен с число между 1 и 20000. Не е задължително да са използвани всички числа от 1 до 20000, нито номерацията на видовете да бъде последователна. Важното е, че на два различни вида съответстват различни числа.

Машините в цеха са подредени в K технологични линии, номерирани с числата от 1 до K . Технологична линия с номер i представлява редица от **различни видове** машини, подредени една след друга и номерирани с числата от 1 до N_i , където N_i е броят на машините в линията. Подредбата на машините в линията има голямо значение за технологичния процес.

В една и съща технологична линия не може да има две или повече машини от един и същи вид. Не е задължително всички видове машини да се срещат в дадена линия. В различните линии може да има машини от един и същи вид.

Извършва се реконструкция на цеха, при която в него трябва да остане **точно по една машина от всеки вид, който се е срещал в цеха**. Всички машини, които остават (нека бъдат M на брой) трябва да бъдат подредени **в една редица** и номерирани от 1 до M , като се спазва следното важно условие:

*Ако машина от вид **A** се е намирала преди машина от вид **B** в някоя от началните технологични линии, то в новата единствена редица, в която има точно по една машина от всеки вид, който се е срещал първоначално в цеха, машината от вид **A** отново трябва да се намира преди машината от вид **B**.*

Да се намира „преди“ означава да има по-малък номер в редицата.

Ръководството на фирмата не е уверено, че това може да се случи и се обръща към Вас за помощ.

Задача

Напишете програма **machines**, която определя дали желаната реконструкция може да се осъществи за дадения цех.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвежда цяло положително число K - брой на технологичните линии в цеха преди реконструкцията.

От всеки от следващите K реда се въвежда по една редица от цели положителни числа, като първото от тях е броят машини в поредната технологична линия, а следващите са видовете на машините в линията в реда, в който те са подредени в нея. Числата на реда са разделени с интервали.

Изход

На стандартния изход програмата трябва да изведе 1, ако за съответния цех реконструкцията е осъществима, и 0 (нула) – ако не е.

Ограничения

$$2 \leq K \leq 100$$

В 30% от тестовете, в цеха първоначално е имало точно 2 технологични линии.

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг

6 февруари 2021 г.

Група В, 9-10 клас

Оценяване

Тестовите са групирани в групи от по 5 теста. Точките за дадена група се получават, ако отговорът Ви е верен за всеки от петте ѝ теста. Тестовите, при които в цеха е имало точно 2 линии, са събрани в отделни групи.

Пример:

Вход	Изход
2	1
3 1 2 3	0
4 1 3 5 6	0
3	0
3 5 1 4	1
3 4 201 150	
4 150 1 20 55	
2	
4 1 5 6 2	
3 2 1 6	
4	
5 100 20 45 10 3	
3 20 300 400	
4 500 100 80 10	
3 400 500 1000	
3	
3 1 80 5	
5 90 1 4 8 80	
5 90 1 8 100 5	

В примера са дадени пет теста.

Обяснение на примера за втория тест: От технологична линия 1 следва, че машина от вид 1 трябва да бъде преди машина от вид 4 в новото подреждане. От технологична линия 2 следва, че машина от вид 4 трябва да бъде преди машина от вид 150 в новото подреждане. А от технологична линия 3 следва, че машина от вид 150 трябва да бъде преди машина от вид 1, което очевидно е невъзможно.