КОНСТРУКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ'84
София, 1984, с. 66—75

CONSTRUCTIVE THEORY OF FUNCTIONS'84
Sofia, 1984, p. 66-75

О ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ, АНАЛИТИЧЕСКИХ В ПОЛОСЕ

М.К.ПОТАПОВ (Москва), И.М.ШАРОВИЧ (Мостар)

В докладе будет сделан обзор результатов, полученных разными авторами, о приближении тригонометрическими полиномами функций, аналитических в полосе.

ВВЕДЕНИЕ.

Первый результат о приближении функций, аналитических в полосе, был получен С.Н.Бернштейном в 1912г. Им было показано (см.[1], [2]) следующее.

I. Если $f(z)=f(x+iy)$ - вещественная функция на оси x $(y=0)$, 2π - периодическая по x, аналитическая в полосе $\Delta=\{-\infty<x<+\infty, |y|<\delta\}$, то её наилучшее приближение $E_n(f)$ в метрике C при помощи тригонометрических полиномов порядка не выше, чем $n-1$, обладает свойством

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\sqrt[n]{E_n(f)}\leq e^{-\delta}. \qquad (1)$$

II. Если $f(x)$ - вещественная, 2π - периодическая функция и если для нее выполнено неравенство (I), где $\delta>0$, то функция $f(z)=f(x+iy)$ - аналитическая в полосе $\Delta=\{-\infty<x<+\infty, |y|<\delta\}$.

Первое из этих утверждений было затем усилено (см., например, [3]) следующим образом

I_1. Если $f(z)=f(x+iy)$ - вещественная функция на оси x $(y=0)$, 2π - периодическая по x, аналитическая в полосе $\Delta=\{-\infty<x<+\infty, |y|<\delta\}$ и такая, что

$$-1<\operatorname{Re} f(x+iy)<1,$$

то

$$E_n(f)\leq\frac{8}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}\,\frac{e^{(2k+1)n\delta}}{1+e^{2(2k+1)n\delta}},$$

и это неравенство уточнить нельзя, если о функции $f(z)$ больше ничего неизвестно.

В дальнейшем при более сильных ограничениях на функцию $f(x+iy)$ были получены более точные утверждения, чем утверждения I, П и I_I. Ниже будут сформулированы такие утверждения.

§ I. Вспомогательные определения и обозначения.

Будем писать, что $F(x)\in L_p$, если $F(x)$ есть 2π - периодическая вещественная функция,

а) измеримая, если $p\in[1,+\infty)$, причём

$$\|F\|_p=\left\{\int_0^{2\pi}|F(x)|^p dx\right\}^{\frac{1}{p}}<\infty,$$

в) непрерывная, если $p=\infty$, причём

$$\|F\|_\infty=\|F\|_C=\max_x|F(x)|.$$

Через $\omega_k(F,t)_p$ обозначим модуль гладкости порядка k в метрике пространства L_p функции $F(x)\in L_p$, то есть

$$\omega_k(F,t)_p=\sup_{|h|\le t}\|\Delta_h^k F(x)\|_p,$$

где

$$\Delta_h^k F(x)=\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{k-\nu}C_k^\nu F(x+\nu h).$$

Через $E_n(F)_p$ обозначим наилучшее приближение в метрике L_p функции $F(x)\in L_p$ при помощи тригонометрических полиномов порядке не выше, чем $n-1$, то есть

$$E_n(F)_p=\inf_{T_{n-1}}\|F(x)-T_{n-1}(x)\|_p,$$

где

$$T_{n-1}(x)=\sum_{\nu=0}^{n-1}\alpha_\nu\cos\nu x+\beta_\nu\sin\nu x,$$

α_ν и β_ν - действительные числа.

Будем говорить, что $F(x)\in H_p^r$, если $F(x)\in L_p$ и

$$\omega_k(F,\delta)_p\le M\delta^r,$$

где $k>r>0$ и M - некоторая положительная постоянная.

Будем говорить, что $F(x)\in B_{p\theta}^r$, если $F(x)\in L_p$ и

$$\int_0^1 t^{-r\theta-1}\omega_k^\theta(F,t)_p dt<\infty,$$

где $k>r>0$, $\theta\in(0,\infty)$.

Будем говорить, что функция $\psi(\delta)$ есть функция типа модуля гладкости и писать $\psi(\delta)\in MH$, если

1. $\psi(\delta)$ — неотрицательна и непрерывна на $[0, 1]$, $\psi(\delta)\not\equiv 0$
2. $\psi(\delta_1)\le C\psi(\delta_2)$, если $0\le\delta_1\le\delta_2\le 1$,
3. $\psi(2\delta)\le C\psi(\delta)$, если $0\le\delta\le\frac{1}{2}$,

где положительная постоянная C на зависит от δ, δ_1 и δ_2.

Замечание. Поскольку в теории приближений модуль гладкости играет важную роль лишь при малых значениях δ, то мы будем считать далее, что $\delta\in[0,1]$.

Обозначим через $H_p^{\psi}(k)$ множество всех функций $F(x)\in L_p$, для каждой из которых справедливо неравенство

$$\omega_k(F,\delta)_p\le M\psi(\delta),$$

где $\psi(\delta)\in MH$ и M - некоторая положительная постоянная. Заметим, что если $\psi(\delta)=\delta^r$ и $k>r>0$, то класс функций $H_p^{\psi}(k)$ совпадает с классом функций H_p^r.

Обозначим через $B_{p\theta}^{\psi}(k)$ множество всех функций $F(x)\in L_p$, для каждой из которых справедливо неравенство

$$\int_0^1\left[\frac{\omega_k(F,t)_p}{\psi(t)}\right]^{\theta}\frac{dt}{t}<\infty,$$

где $\psi(t)\in MH$ и $\theta\in(0,\infty)$.

Заметим, что если $\psi(\delta)=\delta^r$ и $k>r>0$, то класс функций $B_{p\theta}^{\psi}(k)$ совпадает с классом функций $B_{p\theta}^r$.

§ 2. Определение классов функций $Б^{\delta}H_p^{\psi}(k)$ и $Б^{\delta}B_{p\theta}^{\psi}(k)$.

Для функций, аналитических в полосе, известны (см.[3] и [4]) следующие факты.

I. Пусть $f(z)=f(x+iy)$ - вещественная функция на оси x $(y=0)$, 2π - периодическая по x, аналитическая в полосе $\Delta=\{-\infty<x<+\infty, |y|<\delta\}$.
Если для любого y такого, что $|y|<\delta$ и некоторого $p\in(1,\infty]$ функция $\varphi_y(x)=\mathrm{Re}f(x+iy)$ (как функция одного переменного x) обладает свойством

$$\|\varphi_y(x)\|_p\le M,$$

где положительная постоянная M не зависит от y, то существует, и при том только одна, функция $\varphi(x)\in L_p$ такая, что почти для всех x существуют $\lim\limits_{y\to\delta_x} \operatorname{Re} f(x+iy)$ и $\lim\limits_{y\to+\delta} \operatorname{Re} f(x+iy)$, причем почти для всех x

$$\lim_{y\to-\delta} \operatorname{Re} f(x+iy) = \lim_{y\to+\delta} \operatorname{Re} f(x+iy) = \varphi(x),$$

при этом $\|\varphi(x)\|_p \le M$

и

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \left\{1 + 4\sum_{m=1}^{\infty} \frac{q^m}{1+q^{2m}} \cos m(x-t)\right\} \varphi(t)\,dt, \quad (2)$$

где $q = e^{-\delta}$.

2. Если $\varphi(x) \in L_p$ для некоторого $p \in (1, \infty]$ и

$$\|\varphi(x)\|_p \le M,$$

где M – положительная постоянная, то функция $f(x)$, определяемая равенством (2), такова, что $f(z) = f(x+iy)$ – вещественная функция на оси $x\ (y=0)$, 2π – периодическая по x, аналитическая в полосе $\Delta = \{-\infty < x < +\infty, |y| < \delta\}$ и для y такого, что $|y| < \delta$, функция $\varphi_y(x) = \operatorname{Re} f(x+iy)$ (как функция одного переменного x) обладает свойством

$$\|\varphi_y(x)\|_p \le M$$

и почти для всех

$$\lim_{y\to-\delta} \operatorname{Re} f(x+iy) = \lim_{y\to+\delta} \operatorname{Re} f(x+iy) = \varphi(x).$$

Функция $\varphi(x)$ называется граничной функцией для функции $f(z)$.

Будем говорить, что $f(x) \in Б^{\delta} H_p^{\psi}(k)$, если $f(x)$ – вещественная 2π – периодическая функция, такая, что она представима в виде (2) и такая, что её граничная функция $\varphi(x) \in H_p^{\psi}(k)$.

Будем говорить, что $f(x) \in Б^{\delta} B_{p\theta}^{\psi}(k)$, если $f(x)$ – вещественная 2π – периодическая функция, такая, что она представима в виде (2) и такая, что её граничная функция $\varphi(x) \in B_{p\theta}^{\psi}(k)$.

В ряде работ (см., например, [4] – [12]) уточнялись утверждения I, II и I_1 для функций из классов $Б^{\delta} H_p^{\psi}(k)$ и $Б^{\delta} B_{p\theta}^{\psi}(k)$. Ниже приводятся некоторые из этих результатов.

§ 3. Приближение функций из класса $Б^{\delta} H_p^{\psi}(k)$.

В работах [4] и [5] были доказаны следующие утверждения.

I_2. Если

$$f(x) \in Б^{\delta} H_p^{\psi},$$

то $$E_n(f)_p \leq \frac{C}{e^{n\delta} n^r},$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$;

П_I. если $$E_n(f)_p \leq \frac{C}{e^{n\delta} n^{r+1}},$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$, то
$$f(x) \in Б^\delta H_p^r.$$
Результаты I_2 и П_I были затем уточнены в работах [6] и [7], где было показано:

I_3. если $f(x) \in Б^\delta H_p^r$, то для любого $q \in [1,\infty]$
$$E_n(f)_q \leq \frac{C}{e^{n\delta} n^r},$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$;
это утверждение неулучшаемо на всем классе функций $Б^\delta H_p^r$;

П_2. если $$E_n(f)_q \leq \frac{C}{e^{n\delta} n^r},$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$, и если существует p такое, что $2 \leq p \leq \infty$, и $r > 1-\frac{1}{p}$, то
$$f(x) \in Б^\delta H_{p_1}^{r-1+\frac{1}{p_1}}$$
для любого $p_1 \in [2,p]$;
это утверждение неулучшаемо на всем классе функции $Б^\delta H_{p_1}^{r-1+\frac{1}{p_1}}$.

В работе [8] эти результаты были обобщены следующим образом:

I_4. если $f(x) \in Б^\delta H_p^\psi(k)$, то для любого $q \in [1,+\infty]$
$$E_n(f)_q \leq \frac{C}{e^{n\delta}} \psi\left(\frac{1}{n}\right),$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$;

П_3. если $$E_n(f)_q \leq \frac{C}{e^{n\delta}} \psi\left(\frac{1}{n}\right),$$
где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$, $\psi(\delta) \in MH$, и если существуют натуральное число k и $p \in [2,\infty]$ такие, что функция $\psi_1(\delta) = \psi(\delta)\delta^{\frac{1}{p}-1}$ обладает свойствами

а) $\psi_1(\delta) \in MH$,

б) $\sum_{\nu=1}^{n} \nu^{k-1} \psi_1\left(\frac{1}{\nu}\right) \leq C_1 n^k \psi_1\left(\frac{1}{n}\right)$, в) $\left\{\sum_{\nu=n}^{\infty}\frac{1}{\nu}\psi_1^p\left(\frac{1}{\nu}\right)\right\}^{\frac{1}{p}} \le C_1\psi_1\left(\frac{1}{n}\right)$ при $p<\infty$,

г) $\sum_{\nu=n}^{\infty}\frac{1}{\nu}\psi_1\left(\frac{1}{\nu}\right) \le C_1\psi_1\left(\frac{1}{n}\right)$ при $p=\infty$,

где положительная постоянная C_1 не зависит от $n\,(n=1,2,\cdots)$, то

$$f(x)\in Б^{\delta}H_p^{\psi_1}(k);$$

это утверждение неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}H_p^{\psi_1}(k)$.

Наконец, в работе [9] было усилено утверждение $П_3$, а именно было показано:

$П_4$. если

$$E_n(f)_q \le \frac{C}{e^{n\delta}}\psi\left(\frac{1}{n}\right),$$

где положительная постоянная C не зависит от $n\,(n=1,2,\ \ )$, $\psi(\delta)\in MH$ и если существуют натуральное число k, $p\in[2,+\infty]$ и функция $\psi_2(\delta)$ такие, что

а) $\psi_2(\delta)\in MH$,

б) $\sum_{\nu=1}^{n}\nu^{k-1}\psi_2\left(\frac{1}{\nu}\right) \le C_1 n^k\psi_2\left(\frac{1}{n}\right)$,

в) $\left\{\sum_{\nu=n}^{\infty}\psi^p\left(\frac{1}{\nu}\right)\nu^{p-2}\right\}^{\frac{1}{p}} \le C_1\psi_2\left(\frac{1}{n}\right)$ при $p<\infty$,

г) $\sum_{\nu=n}^{\infty}\psi\left(\frac{1}{\nu}\right) \le C_1\psi_2\left(\frac{1}{n}\right)$ при $p=\infty$,

где положительная постоянная C_1 не зависит от $n\,(n=1,2,\ \ )$, то

$$f(x)\in Б^{\delta}H_p^{\psi_2}(k);$$

это утверждение неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}H_p^{\psi_2}(k)$.

Кроме того, в этой работе утверждения I_4 и $П_4$ перенесены на симметричные пространства.

Отметим, что утверждение $П_4$ содержит в себе не только предшествующие, но и новые утверждения, не вытекающие из предшествующих. Полагая, например, $\psi(\delta)=\delta^{1-\frac{1}{p}}\left(\ln\frac{2}{\delta}\right)^{-\gamma}$, $\gamma>\frac{1}{p}$, $p\in[2,\infty)$, получаем утверждение:

если

$$E_n(f)_q \le \frac{C}{e^{n\delta}n^{1-\frac{1}{p}}[\ln(n+1)]^{\gamma}},$$

где $\gamma>\frac{1}{p}$, $p\in[2,\infty)$, положительная постоянная C не зависит от $n\,(n=1,2,\cdots)$, то $f(x)\in Б^{\delta}H_p^{\psi_2}(k)$, где $\Psi_2(\delta)=(\ln\frac{2}{\delta})^{-\delta+\frac{1}{p}}$.

§ 4. Приближение функции из класса $Б^{\delta}B^{\psi}_{p\theta}(k)$.

В работе [7] было показано:

Ш$_I$. если $f(x)\in Б^{\delta}B^{r}_{p\theta}$, то

$$\sum_{k=1}^{\infty} E^{\theta_1}_{k-1}(f)_q\, e^{k\delta\theta_1} k^{r\theta_1-1}<\infty$$

для любого $q\in[1,\infty]$ и любого $\theta_1\in[\theta,\infty)$;
это утверждение неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}B^{r}_{p\theta}$;

IУ$_I$ а) если

$$\sum_{k=1}^{\infty} E^{p}_{k-1}(f)_q\, e^{k\delta p} k^{rp-1}<\infty$$

и если $r>1-\frac{1}{p}$ и $p\in[2,\infty)$, то

$$f(x)\in Б^{\delta}B^{r-1+\frac{1}{p}}_{p\theta_1}$$

для любого $\theta_1\in[p,\infty)$;
это утверждение при $\theta_1=p$ неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}B^{r-1+\frac{1}{p}}_{pp}$;

IУ$_I$ б) если

$$\sum_{k=1}^{\infty} E^{p}_{k-1}(f)_q\, e^{k\delta p} k^{rp-1}<\infty$$

и если $r>\frac{1}{p}$ и $p\in[1,2]$, то

$$f(x)\in Б^{\delta}B^{r-\frac{1}{p}}_{p'\theta_1}$$

для любого $\theta_1\in[p,\infty)$, где $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1$;
это утверждение для $\theta_1=p$ неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}B^{r-\frac{1}{p}}_{p'p}$.

В работе [10] эти результаты были обобщены следующим образом. Была показана справедливость следующих утверждений:

Ш$_2$. если $f(x)\in Б^{\delta}B^{\psi}_{p\theta}(k)$ и

$$\sum_{\nu=n}^{\infty}\frac{1}{\nu^{k\theta+1}\psi^{\theta}(\frac{1}{k})}\le C\,\frac{1}{n^{k\theta}\psi^{\theta}(\frac{1}{n})},$$

где положительная постоянная C не зависит от n $(n=1,2,\cdots)$, то для любого $q \in [1, \infty]$ и любого $\theta_1 \in [\theta, \infty)$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{e^{\delta\nu\theta_1}}{\nu\psi^{\theta_1}(\frac{1}{\nu})} E_{\nu-1}^{\theta_1}(f)_q < \infty;$$

это утверждение для $\theta_1 = \theta$ неулучшаемо на всём классе функций $Б^{\delta}B^{\psi}_{p\theta}(k)$;

IУ$_2$ если

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{e^{\nu\delta p}}{\nu\psi^{p}(\frac{1}{\nu})} E_{\nu-1}^{p}(f)_q < \infty,$$

где $\psi(\delta) \in MH$ и $p \in [2, \infty)$ и если существуют натуральное число k и $\theta_1 \in [p, \infty)$ такие, что функция $\psi_1(\delta) = \psi(\delta)\delta^{\frac{1}{p}-1}$ обладает свойствами

а) $\psi_1(\delta) \in MH$,

б) $\left\{\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{\nu\psi_1^{p}(\frac{1}{\nu})}\right\}^{\frac{1}{p}} \leq \frac{C}{\psi_1(\frac{1}{n})}$,

в) $\left\{\sum_{\nu=n}^{\infty} \frac{1}{\nu^{k\theta_1+1}\psi_1^{\theta_1}(\frac{1}{\nu})}\right\}^{\frac{1}{\theta_1}} \leq \frac{C}{n^{k}\psi_1(\frac{1}{n})}$,

где положительная постоянная C не зависит от n $(n = 1, 2, \ldots)$, то

$$f(x) \in Б^{\delta}B^{\psi_1}_{p\theta_1}(k);$$

это утверждение для $\theta_1 = p$ неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta}B^{\psi_1}_{pp}(k)$.

В работах [II] и [I2] следующим образом были уточнены и усилены эти утверждения:

Ш$_3$. если $f(x) \in Б^{\delta}B^{\psi}_{p\theta}(k)$, то

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{e^{\nu\delta\theta_1}}{\nu\psi^{\theta_1}(\frac{1}{\nu})} E_{\nu-1}^{\theta_1}(f)_q < \infty$$

для любых $q \in [1, \infty)$ и $\theta_1 \in [\theta, \infty)$;

это утверждение для $\theta_1 = \theta$ неулучшаемо на всём классе функций $Б^{\delta}B^{\psi}_{p\theta}(k)$;

IУ$_3$. если

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{e^{\nu\delta\theta}}{\nu\psi^{\theta}(\frac{1}{\nu})} E_{\nu-1}^{\theta}(f)_q < \infty,$$

где $\psi(\delta) \in MH$, и если существуют натуральное число k и число p такое, что $p \in [2, \infty]$, $p \geq \frac{\theta}{\theta - 1}$ и функция $\psi_1(\delta) = \psi(\delta)\delta^{\frac{1}{p}-1}$ обладает свойствами

а) $\psi_1(\delta) \in MH$,

б) $\left\{\sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{\nu \psi_1^{\theta}(\frac{1}{\nu})}\right\}^{\frac{1}{\theta}} \leq \frac{C}{\psi_1(\frac{1}{n})}$,

в) $\left\{\sum_{\nu=n}^{\infty} \frac{1}{\nu^{k\theta_1+1} \psi_1^{\theta_1}(\frac{1}{\nu})}\right\}^{\frac{1}{\theta_1}} \leq \frac{C}{n^k \psi_1(\frac{1}{n})}$, $\theta_1 \in [\theta, +\infty)$,

где положительная постоянная C не зависит от n $(n = 1, 2, \ldots)$, то

$$f(x) \in Б^{\delta} B_{p\theta_1}^{\psi_1}(k);$$

это утверждение для $\theta_1 = \theta$ неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta} B_{p\theta}^{\psi_1}(k)$.

Кроме того в этих работах утверждения Ш$_3$ и IУ$_3$ перенесены на симметричные пространства.

Отметим, что последние результаты содержат в себе все предшествующие. Так, например, полагая

1) $\psi(\delta) = \delta^r$, $\theta = p$ или $\theta = p'$, получим утверждения IУ$_I$ а) и IУ$_I$ б).

2) $\theta = p$, получим утверждение IУ$_2$.

Однако, в последнем утверждении содержатся и новые результаты. Так, например, полагая $\psi(\delta) = \delta^r$, $r > 1 - \frac{1}{p}$, $p \neq \theta$, $p' \neq \theta$, $p \in [2, \infty)$

$p \geq \frac{\theta}{\theta - 1}$, получим утверждение:

если

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} e^{\nu\delta\theta} \nu^{-r\theta-1} E_{\nu-1}^{\theta}(f)_q < \infty,$$

где $r > 1 - \frac{1}{p}$, $p \in [2, \infty)$, $p \geq \frac{\theta}{\theta - 1}$, то

$$f(x) \in Б^{\delta} B_{p\theta}^{r-1+\frac{1}{p}}$$

и это утверждение неулучшаемо на всем классе функций $Б^{\delta} B_{p\theta}^{r-1+\frac{1}{p}}$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. С.Н.Бернштейн. О наилучшем приближении аналитических функций при помощи целых функций конечной степени. Собрание сочинений. М., Изд-во АН СССР, 1954. т. 2, 408.

2. С.Н.Бернштейн. Конструктивная теория функций как развитие идей Чебышева. Собраний сочинений. М.,Изд-во АН СССР, 1954,Т.2, 349.

3. Н.И.Ахиезер.Лекции по теории аппроксимации.Гостехиздат,1947, 230.

4. С.М.Никольский. О равномерных дифференциальных свойствах аналитической функции в полосе.Mathematica (Cluj),2(25),I,I49-I57,(I960).

5. I.L.Walsh and W.E.Sewell. On the degree of polynomial approximation to analytic functions: Problem B. Transactions of the American Mathematical Society,49,3,229-257 (1941).

6. С.М.Никольский и М.К.Потапов. О граничных свойствах функций аналитических в полосе.Mathematica (Cluj) ,4(27),I,I23-I30,(I962).

7. М.К.Потапов. К вопросу о граничных свойствах функций, аналитических в полосе, Mathematica (Cluj) , 7(30), 2, 341-356,(I965).

8. M.K.Potapov y J.L.Muniz Fernandez. Estructura carasteristica y carasteristica constructiva de funciones analiticas en una franja. REVISTA CIENCIAS MATEMATICAS. Universidad de la Habana (Cuba), vol.2. No 2 (1981).

9. И.М.Шарович. Приближение аналитических функций из класса $Б^{-\delta}H_E^{\psi}(k)$. Београд. PUBL.INST.MAT. (в печати).

I0. J.L.Muniz Fernandez: Resumen de la Tesis presentada como aspirante al grado de Candidato a Doctor en Ciencias, en el Departamento de Teorija de Funciones de la Universidad de la Habana, 1983.

II. И.М.Шарович. К вопросу о приближении функций, аналитических в полосе. Труды конференции молодых учёных мех-мат.ф-та МГУ (в печати).

I2. И.М.Шарович. Приближение аналитических функций из класса $Б^{S}B_{E_\theta}^{\psi}(k)$. Београд. Математички весник (в печати).