Изкуствен интелект—Зимен семестър 1999/2000. Преподавател: Иван А. Держански.

Лекция 5: Съждително смятане и резолюция в него

1 Съждително смятане

Представяне на знанията на агента за света чрез

- симулиране—по-пряко и често по-ефективно;
- описание (ограничения върху стойностите на характеристики)—по-гъвкаво (могат да се изразяват обобщения, отрицания, дизюнкции), по-икономично и удобно за предаване при общуване с други агенти.

Логика:

- език със
  - синтаксис (правила за съставяне на изречения),
  - семантика (свързване на изреченията с факти за света);
- правила за **извод** (синтактично получаване на една формула от една или повече други).

1.1 Синтаксис на съждителната логика

Азбука на езика:

- атоми
  - $\top$ и $\bot$ («истина» и «лъжа»),
  - p, q, r, ... (съждителни символи);
- конективи: $\sim$ (едноместен), $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, евентуално $\leftrightarrow$ (двуместни).

Варианти на означенията:

$$\begin{array}{cccc||lllll}
\top & \mathbf{T} & \mathbf{1} & & p \wedge p & p \,\&\, q & p \cdot q & pq & p, q \\
\bot & \mathbf{F} & \mathbf{0} & & p \vee q & p \mid q & p + q & & p; q \\
\sim p & \neg p & -p & \bar{p} & p \rightarrow q & p \Rightarrow q & p \supset q & & \\
 & & & & p \leftrightarrow q & p \Leftrightarrow q & p \equiv q & &
\end{array}$$

Формули (**изречения**, well-formed formulæ, wffs) в езика. Приоритети на конективите.
Литерали (α и $\sim\alpha$, където α е атом).

1.2 Правила за извод (дедукция)

- *modus ponens* (елиминиране на $\rightarrow$): $\dfrac{\alpha \qquad \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$.
- елиминиране на $\wedge$: $\dfrac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$.
- елиминиране на $\sim\sim$: $\dfrac{\sim(\sim\alpha)}{\alpha}$.
- въвеждане на $\wedge$: $\dfrac{\alpha \qquad \beta}{\alpha \wedge \beta}$.

- въвеждане на $\vee$: $\dfrac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$.
- комутативност на $\wedge$: $\dfrac{\alpha \wedge \beta}{\beta \wedge \alpha}$.
- комутативност на $\vee$: $\dfrac{\alpha \vee \beta}{\beta \vee \alpha}$.

Доказателство: последователност от прилагания на правилата за извод върху формули от дадено множество Δ, водеща до получаването (**извеждането**) на нова формула (**теорема**) ω: $\Delta \vdash \omega$ или $\dfrac{\Delta}{\omega}$.

Дърво на извода: нагледно представяне на доказателството.

1.3 Семантика на съждителната логика

Интерпретация: съпоставяне на истинностни стойности (**денотации**) на атомите във формула. База от знание.

Таблица на истинностните стойности.

α	β	$\sim\beta$	$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \leftrightarrow \beta$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
1	0		0	1	0	0
1	1		1	1	1	1

Правило EFSQ ("ex falso sequitur quodlibet" 'от лъжа следва каквото и да е').

Една интерпретация **задоволява** (**е модел на**) формула, ако при нея формулата има стойност $\top$. Формулата е **валидна** (**тавтологична**), ако всяка интерпретация е неин модел, и **незадоволима** (**противоречива**), ако никоя не е. Една формула **влече** друга, ако всеки модел на първата е модел и на втората. (Понятието се обобщава за множество от формули Δ, влечащо друга формула ω: $\Delta \models \omega$). Две формули са **еквивалентни**, ако се влекат взаимно.

Системата от правила за извод е **здрава**, ако всичко, което се извежда, се влече, и **пълна**, ако всичко, което се влече, се извежда.

Съждителна задоволимост (PSAT): намиране на модел за формула.

Подзадача kSAT: конюнкция от **клаузи** (дизюнкции от литерали), съдържащи не повече от k литерала. 2SAT има полиномиална сложност; 3SAT иска експоненциално време.

Система GSAT: алчно търсене (изкачване по хълм), започващо от случайно избрана интерпретация.

2 Резолюция

Клаузи: множества (дизюнкции) от литерали. Празната клауза $\{\,\}$ отговаря на $\perp$.

Резолюция (върху атом α): от клаузите $\{\alpha, p_1, \ldots, p_m\}$ и $\{\sim\alpha, q_1, \ldots, q_n\}$ се получава новата клауза (**резолвента**) $\{p_1, \ldots, p_m, q_1, \ldots, q_n\}$. Като доказателствен метод резолюцията е здрава, но не е пълна.

Клаузификация: превръщане на множество от формули в съвкупност (конюнкция) от клаузи (**конюнктивна нормална форма**, CNF):

- елиминиране на $\rightarrow$: $\alpha \rightarrow \beta$ се замества с $\sim\alpha \vee \beta$;
- стесняване на обсега на $\sim$ чрез законите на Де Морган: $\sim(\alpha \wedge \beta)$ се замества с $\sim\alpha \vee \sim\beta$, $\sim(\alpha \vee \beta)$ с $\sim\alpha \wedge \sim\beta$;
- елиминиране на $\sim\sim$;
- прилагане на асоциативния и дистрибутивния закон за $\wedge$ и $\vee$, така че $\wedge$ да има по-широк обсег от $\vee$: $(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma$ се замества с $(\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma)$.

Опровержение чрез резолюция: ако $\Delta \cup \{\sim\omega\} \vdash \bot$, значи $\Delta \models \omega$. Като доказателствен метод опровержението чрез резолюция е пълно (ако клаузата се влече, се достига до противоречие) и **разрешимо** (ако клаузата не се влече, процесът спира—в съждителното смятане крайното множество клаузи позволява краен брой резолюции).

Стратегии за опровержение чрез резолюция: търсене в дълбочина, търсене в ширина, предпочитане на единичните клаузи.

Хорнови клаузи: клаузи с най-много един положителен литерал—**факти** (`p`), **правила** (`p :- q1, ..., qn`), **цели** (`:- q1, ..., qn`).