

От любопитство към любознание

Боряна Куюмджиева

boryana_ak@abv.bg

МГ „Баба Тонка”, Русе

Резюме

Всички сме чели като деца народната приказка за двамата братя, които отишли за дърва, но на връщане, каруцата им се счупила. И като не знаели как да се справят, започнали да викат Неволята. Дълго я викали, но тя така и не идвала. Накрая се отказали, захванали се и сами оправили каруцата си. Сега се за тази народна притча, когато трябва да изразя отношението си за нивото на образованието у нас и в каква степен то дава необходимите знания и умения на днешните ни млади хора. И не защото в училище те не получават необходимото, а защото не съм напълно убедена, че ние, учителите, акцентуваме и успяваме да бъдем максимално полезни в онези ситуации, в които няма готов отговор, а такъв трябва да се роди на момента.

В темата ще предложа примери, в които съм почувствала раждане на доверие и самочувствие в учениците, когато сме използвали теоретични познания за решаване на стандартни (и не до там стандартни за общоприетата ни методика) задачи. Ще наблегна на моментите, в които любопитството към неизследваната страна в поставения проблем отприщва бент от въпроси, които водят към задълбочаване на знанията и естествено прераства в любов към знанието. А любознанието, то остава завинаги!

Ключови думи

изследователски подход, проект Fibonacci, апроксимиране на графика на функция

1. Увод

Квестор съм на едно от поредните математически състезания. Срещу мен – ученици от втори до дванадесети клас. Замислени, съсредоточени – решават. В един момент, виждам вдигната ръчица. Доближавам се до малчугана и изслушвам въпросите му. Състезанието свършва, а аз държа да се запозная с разтревожения сладур.

- Как се казваш?
- Николай Здравков Камбуров, втори Б клас.
- От кое училище?
- „Фридрих Шилер”. (СОУПНЕ „Фридрих Шилер”, Русе)
- Искаш ли да ми кажеш коя задача ти беше най-трудната тук?!
- Ей тази.
- Какво беше това, което не разбираше?
- „Колко двойни стаи трябва да се резервират към вече резервираните пет тройни стаи в хотел Самоков в Боровец, за да може да се настанят група от двадесет и един души.”
- Така. Кое точно не ти беше ясно тук? Кое точно?
- Двойните стаи най-много не го разбрах.
- Аха, ами тройните...?
- И тройните не разбрах?
- А коя думичка още не разбра? За коя ме попита?
- Ами, дете ми я казахте тази „резервирането”, го разбрах, само че двойните стаи и тройните не го разбрах.
- Аха, и затова, тази задача беше трудна, така ли?
- Да.

Можем ли да си представим поне за миг какво се случва в съзнанието на един такъв малчуган, дошъл със самочувствие да реши задачите на голямо състезание, а всъщност попада в ситуация, в която не може да си представи условието на задачата. Не става дума да го осмисли и намери някакво логическо решение. Всъщност той няма представа, просто защото е много малък. Той няма житейски опит. Ники ми обясни с ентузиазъм, че е дошъл тук, вместо да бъде на рожден ден, че и в първи клас е бил на математическо състезание и че иска да учи в Математическата. Няколко години по-късно разбрах, че моят сладур Николай се е отказал от изява на математическата сцена. Кога, къде, как и защо го загубихме, не знаем?!

Да дам материал за приятна умствена гимнастика, за тренировка на съобразителността и находчивостта. Задачи с необикновен сюжет, подстрекаващи любопитството, занимателни екскурзии в областта на историята на математиката, физиката, астрономията, неочаквани приложения на училищните науки в практическия живот – всичко това придава на моите книги привлекателност и повишава интереса към ученето. Така обосновава целта на ученето Яков Исидорович Перельман – бащата на научно-популярната литература. Известен факт е, че е успявал да представи сложната теоретична материя чрез практически онагледявания, които да се възприемат убедително от неговите ученици – шлосери, моряци, работници, хора с богат житейски и професионален опит.

За мен неговите методически похвати са безспорен полезен опит в алтернативно поднасяне на математическата теория. Акцент на такава философия на мислене и преподаване е изследователският подход. Не дотам явното му присъствие в нашата образователна система поражда много въпроси, които намираме в съществуващите проблеми. Един от тях е, че днес намалява желанието на учениците за системно задълбочаване на знания, в частност в природо-математическите дисциплини. Липсва мотивация за подготовка и участие в различни форми на изява в областта на математиката, особено за възрастовата група от 9. до 12. клас. Причините за това са много. Някои от тях са свързани с липсата на подходяща стимулираща дейност от страна на съответните институции, с която да се засили желанието на учениците за представителни участия. Липсата на стимули не е само едната страна, макар че в днешната комерсиална действителност това си е направо важен момент. Освен това съществуването на прекомерно голям обем информация в интернет, която е достъпна във всеки момент, е свързана с липсата на желание у ученика да вземе книга в ръце. Това са част от обективните причини, от една страна, за нивото, до което можем да разчитаме на индивидуална инициатива на ученика да бъде творец. От другата страна сме ние учителите – с нашата основна подготовка, възможности за самоподготовка и усет към новите изисквания на информационния век. Подложени сме на външно преценяване за качеството на работа и резултатите от нея, за придобитите знания и умения у учениците, съответстващи на стандартизираното обучение. В този ред на мисли, за да разчупим стандартите, ние, учителите, се нуждаем от всичко, което е известно, отработено и приложимо, но с една важна подробност – да сме го приели като собствена стратегия и усещане за преподаване. Това означава, че всяко ново нещо трябва да е добре обосновано, за да стане вътрешна необходимост, т. е. да се приеме като философия на преподаване. Епизодично четем информация за опит, изведен при прилагане на нови технологии в обучението по математика [2, 3] на базата на различни динамични среди, учебни помагала, с помощта на графични калкулатори и компютри. Но...! Съществено е да се анализират въпроси като: по какъв път се стига до съзнанието на обучаемия, усеща ли той естествена необходимост от търсене на изход в поставения проблем? Съществува ли система за подготовка на младите специалисти - бъдещи учители по математика, чиято философия на обучение да е подчинена на изследователските принципи в методическата работа?! Колко от утвърдените учебни помагала поднасят знанията на принципа "От експеримента към доказателството"?! Тук ми прозвучава народната приказка за двамата братя, които отишли за дърва, но на

върщане каруцата им се счупила. Защото поуката ѝ е много ценна за тези, които търсят алтернативи за промяна на нивото на образованието у нас. Тя е за всички, които разчитат на приемственост в образованието, които не спонтанно, а целенасочено повеждат в света на иновациите, които успяват да разширяват кръгозора на знанията и уменията на днешните млади хора. Струва ми се, че мисията, която е отредена на нас учителите, е да бъдем максимално полезни в онези ситуации, в които няма готов отговор, а такъв трябва да се роди на момента.

Натрупването на знания е много дълъг и труден път, който задължително трябва да е в света на Любопитството и Любознанието. Ние обучаваме учениците, но как? Кой са проблемите, които са в основата на ученето и как могат да се разрешат те, без да се прилага стандартната постановка:

Определение – Теорема – Доказателство – Приложение,

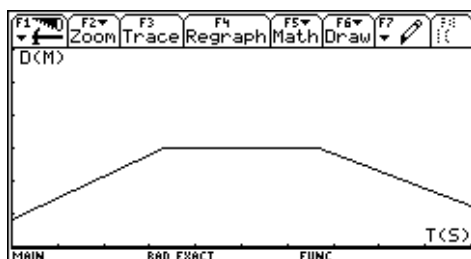
а като се подходи с изследователска постановка:

Проблем - Експеримент - Хипотеза - Доказателство.

Опитът, който ще споделя, е представяне на епизоди от различни задачи, в които съм усетила как на базата на изследване любопитството към формулирания проблем прераства чрез спонтанни въпроси към осъзнаване на знанието, откъдето учителят повежда учениците си в света на любознанието.

Началото бе с графичните калкулатори [4]!

- Госпожо, какво е това?
- Калкулатор, а това е детектор, с който се отмерва разстоянието, на което се намиращ до стената.
- Какво да правим?
- Ще се движите така, че да отмервате разстояния, данните за които да изглеждат като ето тази графика (виж фигура 1).



Фигура 1

И екипът се ентусиазира. Всеки път се получават едни и същи възклицания от вида: „Ама, чакай, как да се движим?“, „Я, пробвай ти! Не, не така!“, „Трябва да вървиш напред!“, „Не, бе, не виждаш ли, че слиза надолу, трябва да върви нагоре!“, „Я пробвай да вървиш назад!“, „Чакай, чакай, дай аз!“, „Абе, как ще се получи равно!?“

И така минават четиридесет и пет минути на проби и грешки, докато най-накрая екипът от ентусиасти, поддържани от целия клас, постигнат съвършенството – правят с общи усилия верните изводи. Първата част от графиката съответства на разстояния, които нарастват във времето на движение, т. е. с детектора трябва да се отдалечават от стената. Втората част се получава, когато стоят в покой, а в третата част – разстоянието намалява, следователно се връщат с детектора към стената. Убедена съм, че понятието монотонност на функция е важно понятие и неговото интуитивно поднасяне може да стане чрез този чудесен похват – учене чрез преживяване.



Фигура 2



Фигура 3

Когато изучавахме графики на функции ми дойде идея да попитам дванадесетокласниците си:

– Ще можете ли да ми дадете пример за движение, чиято графика да изглежда като тази крива? (Фигура 3).

– Госпожо, ако застанем в центъра на Разград и наблюдаваме кола, която се движи по околновръстното...?

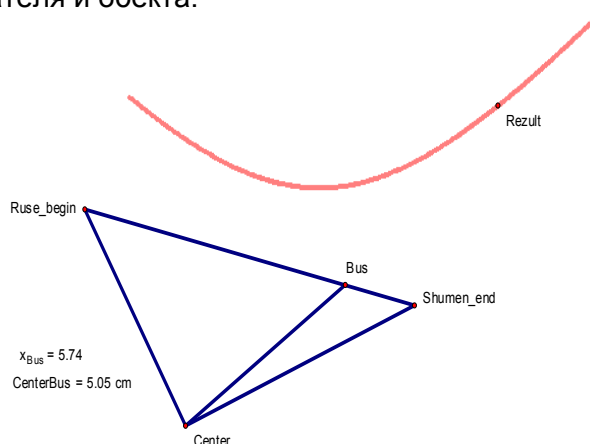
– И, какво...?!

– Ами във всеки момент ще измерваме разстоянието от нас до колата. Ако изобразим наредени двойки числа (време, разстояние) в координатна система, няма ли да се получи такава крива?!

– Ами... не знам!!! – бе моят отговор.

След часа извиках Теодор (така се казваше ученикът ми) и отново се захванахме с предложението му, което ми се видя изключително интересно. Пообсъдихме нещата математически и се оказа, естествено, прав!

И като стана дума за този пример, то такава задача си е в реда на нещата да бъде зададена като практическо задание в час. Може ли да се изпълни реално от всеки ученик?! Да! Достатъчно е с видео-камерата на GSM си да заснемат движение на обект по права линия, след това да направят измервания на разстоянията в началния и краен момент, да приложат теоремата на Стюарт за дължина на чевиана в триъгълник и да приложат апарата на математическия анализ, за да получат графиката на зависимостта $y = f(x)$, където x -координатата изразява времето, а $f(x)$ е разстоянието в дадения момент между наблюдателя и обекта.



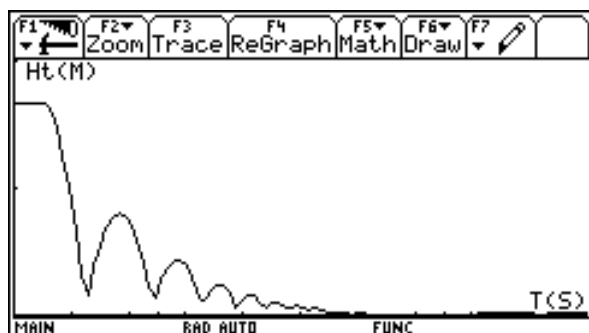
Фигура 4

А сега се досещате, че ще ми е много интересно, ако продължим с обсъждането, но например, обектът да не се движи по права линия! Или, ако двама наблюдатели снимат един и същ обект, но са на различна височина, то как ще се отрази това на крайните изводи? Оставям на любопитните да опитат сами, а аз продължавам в същия дух, но със следващите ми математически „неволи”.

Явно използването на графичните калкулатори и аксесоарите към тях доста повиши интереса на учениците към изследователски дейности. Не можахме да устоим на изкушението да поиграем цели два часа с няколко метални топчета, калкулатор и детектор в ръце. А проблемът на учениците ми, Мая и Пламена, бе изследване на твърдостта на различни материали. Запалени по теоретичната физика те решиха, че ще им е необходима помощ и то точно с тези проби и грешки, за които искам да ви разкажа.

Проблемът е следният: *Вземате метално топче. Поставете лист хартия, а върху него – лист индиго. Пускате топчето от известна височина. По отпечатаните върху белия лист хартия диаметри на следите на отскоците на топчето и височината, от която е пуснато то, да се проследи каква енергия отнема повърхността, от която отскача топчето и така да се направи извод за нейната твърдост.*

Интересно, нали! Опитът е известен под името *Hardness*. Особено, като си помисля, че тук се свързват две неразделни дисциплини – математика и физика. Представям ви графиката (виж Фигура 5), която получихме, когато топчето бе пуснато от височина почти половин метър, а повърхността беше мозайката в училищния ни коридор. На листа (виж Фигура 6) виждате данните от всички проби за последните два часа! Учениците разполагаха с формули, шаблони и таблици, за които им трябваша реални данни. На базата на направените експерименти Мая и Пламена написаха проект, който бе класиран на трето място в първата теоретична конференция на младите физици.



Фигура 5



Фигура 6

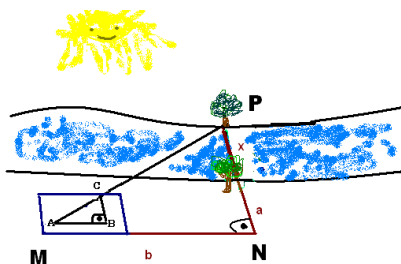
Изложените дотук идеи са интересни примери, с които се ангажира вниманието на учениците в поднасянето на математически факти чрез не дотам стандартни методи на изучаването им.

Технологиите днес са част от ежедневието ни. Няма ученик, който да не използва модерни GSM, таблет или лаптоп. Но според мен е правилно да насочваме вниманието на учениците и към решаване на задачи без използване на модерни технически средства. Има смисъл от възможността да преоткриват отново, с елементарни стъпки и подръчни материали, съществуващи теоретични модели и с помощта на житейски опит да добиват практика и знания, които да останат трайни завинаги. Преди да получат готовите отговори с калкулатор или да чертаят в графични среди, учениците трябва да имат вътрешното усещане за коректност и прецизност на изследваните резултати. На базата на усвоени знания те ще могат правилно да наблюдават, възприемат и анализират (с компютър) теоретичната материя.

Ще ви подкажа приложими сценарии, които успешно могат да бъдат свързани с конкретно учебно съдържание по математика, включено в задължителната подготовка. Ако изучавате тема *Подобни триъгълници* в девети клас, със сигурност ще се съгласите, че темата е достатъчно трудна за усвояване. А къде в практиката учениците биха използвали тези знания? Въпрос, който винаги стои пред всички, що се отнася за мотивация, че изучаваният материал не е само част от логическата верига математически знания, а е приложим и е част от нашето ежедневиe. Представях си, че моите ученици ще почувстват по-близо теорията, ако тя бъде поднесена чрез ролева игра. Мислех си, че

екипната работа ще стимулира качествено осмисляне на теорията и ще подсказва нови идеи и въпроси, около които да се концентрират нашите изследователски решения. Не търсех реализация на идеите си само чрез динамични компютърни среди, а по-скоро насочвах вниманието си към идеята „Преживей, за да усетиш!“.

И така по книгата на Перельман „Забавна геометрия“ предложих на моите единадесетокласници да филмираме различни етюди от нея. Например задачата за измерване широчината на реката, без да се преминава по нея. Идеята е проста, но много атрактивна (виж Фигура 7). Заставите от единия бряг на реката – в точка N и избирате два белега от двете страни на реката, лежащи на една линия по нейната ширина. Вземате дъсчица със забити върху нея пирони, разположени във форма на равнобедрен правоъгълен триъгълник - $\triangle ABC$. С помощта на дъсчицата подравнявате избраните белези (дървета) да съвпадат с единия катет на триъгълника – BC . Движете се в една посока успоредно на брега до момента, в който пироните по хипотенузата – AC и срещуположно лежащият обект на отсрещния бряг застанат на една линия. Вече сте готови да намерите широчината на реката, защото са налице следните данни, означени на Фигура 8. Триъгълниците MNP и ABC са подобни, откъдето $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP} = 1$, т.е. $MN = NP$. Оттук $b = a + x$, или търсеното разстояние $x = b - a$.



Фигура 7

Как ще се получи това в клас ли? Достатъчно е с тебешир да разчертаете на пода две успоредни линии. И оставяте екипа да проиграе вече описания сценарий! Ще измерват разстояния, ще получават резултати и, разбира се, ще се забавляват, докато учат! В темата Ви предложих част от реално преживени ситуации в час, в които съм почувствала раждане на доверие и самочувствие у учениците, когато сме използвали теоретични познания за решаване на стандартни (и не дотам стандартни за общоприетата ни методика) задачи. Наблегнах на моментите, в които любопитството към неизследваната страна в поставения проблем отприщваше бент от въпроси. Те водят към задълбочаване на знанията, което естествено прераства в любов към знанието. А Любознанието, то остава завинаги!

Литература

1. Перельман, Я. И. (1959) *Занимательная геометрия*, Москва.
2. Кендеров, П. *Иновации в математическото образование: европейските проекти InnoMathEd и Fibonacci*. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
3. Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб. *Към нов подход в математическото образование*. http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS_Bg-ver4.pdf
4. Куюмджиева, Б. *Общ преглед на възможностите на калкулатора TI – 92 и една идея за приложението им в конкретна тема от урочното съдържание по математика за 8 клас*, сп. „Математика и информатика“, бр. 5/2001 г., стр. 36.
5. Куюмджиева, Б. *Една интересна идея за демонстриране на калкулаторите при решаване на стратегически задачи*, сп. „Математика плюс“, бр. 4/2001, стр. 71.