

## Резюмета на рецензираните публикации за участие в конкурса на английски и български език

**1. Phan, Tuoc, Grozdna Todorova, and Borislav Yordanov, Existence uniqueness and regularity theory for elliptic equations with complex-valued potentials, Discrete and Continuous Dynamical Systems-A, March 2021, 41(3): 1071-1099.**

### **Abstract**

This paper studies second order elliptic equations in both divergence and non-divergence forms with measurable complex valued principle coefficients and measurable complex valued potentials. The PDE operators can be considered as generalized Schrödinger operators. Under some sufficient conditions, we prove existence, uniqueness, and regularity estimates in Sobolev spaces for solutions to the equations. We particularly show that the non-zero imaginary parts of the potentials are the main mechanisms that control the solutions. Our results can be considered as limiting absorption principle for Schrödinger operators with measurable coefficients and they could be useful in applications. The approach is based on the perturbation technique that freezes the potentials. The results of the paper not only generalize known results but also provide a key ingredient for the study of  $L^p$ -diffusion phenomena for dissipative wave equations.

### **Абстракт**

Тази статия изучава елиптични уравнения от втори ред, както в дивергентни така и в недивергентни форми, с измерими комплексни коефициенти на главната част и с измерими комплексни потенциали. Такива частни диференциални оператори могат да се разглеждат като обобщени оператори на Schrödinger. При някои достатъчни условия, доказваме съществуване и единственост и също така извеждаме оценки за решенията на уравнението в пространствата на Соболев. Доказваме, че ненулевите комплексни части на потенциалите определят поведението на решенията. Нашите резултати могат да се разглеждат като "limiting absorption principle" за операторите на Шрьодингер с измерими коефициенти и като такива имат приложения. Подходът се основава на техниката

на пертурбациите, която "замразява" потенциалите. Резултатите от статията не само обобщават вече известни резултати, но също така добавят ключова съставка за изследване на  $L^p$  - дифузионни явления за дисипативните вълнови уравнения.

**2. Wakasa, Kyouhei and Borislav Yordanov, On the nonexistence of global solutions for critical semilinear wave equations with damping in the scattering case, Nonlinear Analysis 180 (2019): 67-74.**

**Abstract**

We consider the Cauchy problem for semilinear wave equations with variable coefficients and time-dependent scattering damping in  $R^n$ , where  $n \geq 2$ . It is expected that the critical exponent will be Strauss' number  $p_0(n)$ , which is also the one for semilinear wave equations without damping terms. Lai and Takamura (2018) have obtained the blow-up part, together with the upper bound of lifespan, in the sub-critical case  $p < p_0(n)$ . In this paper, we extend their results to the critical case  $p = p_0(n)$ . The proof is based on Wakasa and Yordanov, which concerns the blow-up and upper bound of lifespan for critical semilinear wave equations with variable coefficients.

**Абстракт**

Изучаваме задачата на Коши за полулинейни вълнови уравнения с променливи коефициенти и зависимо от времето разсейващо затихване в  $R^n$ , където  $n \geq 2$ . В този случай се очаква, че критичната степен е числото на Щраус  $p_0(n)$ . Тази степен е същата и за полулинейните вълнови уравнения без затихване. Lai и Takamura (2018) са получили резултат за избухване на решението както и горната граница на времето на неговото съществуване в подкритичния случай  $p < p_0(n)$ . В тази статия ние обобщаваме тези резултати, като включваме и критичния случай  $p = p_0(n)$ . Доказателството се основава на предишна работа на Wakasa и Yordanov, която се занимава с избухването на решенията и горните граници на времето на съществуване за критични полулинейни вълнови уравнения с променливи коефициенти.

**3. Wakasa, Kyouhei, and Borislav Yordanov, Blow-up of solutions to critical semilinear wave equations with variable coefficients, Journal of Differential Equations 266.9 (2019): 5360-5376.**

### Abstract

We verify the critical case  $p = p_0(n)$  of Strauss' conjecture concerning the blow-up of solutions to semilinear wave equations with variable coefficients in  $R^n$ , where  $n \geq 2$ . The perturbations of Laplace operator are assumed to be smooth and decay exponentially fast at infinity. We also obtain a sharp lifespan upper bound for solutions with compactly supported data when  $p = p_0(n)$ . The unified approach to blow-up problems in all dimensions combines several classical ideas in order to generalize and simplify the method of Zhou, Zhou and Han: exponential eigenfunctions of the Laplacian are used to construct the test function  $\phi_q$  for linear wave equation with variable coefficients and John's method of iterations is augmented with the "slicing method" of Agemi, Kurokawa and Takamura for lower bounds in the critical case.

### Абстракт

Установяваме критичния случай на хипотезата на Штраус относно избухването на решенията на полулинейни вълнови уравнения с променливи коефициенти в  $R^n$ , където  $n \geq 2$ . Предполагаме, че смущенията на оператора на Лаплас са гладки и намаляват експоненциално бързо на безкрайност. Също така получаваме точна горна граница за времето на съществуване на решенията при данни с компактен носител когато  $p = p_0(n)$ . Единният подход към проблема за избухване на решения във всички измерения комбинира няколко класически идеи за да обобщи и опрости метода на Zhou, Zhou и Han: използват се експоненциални собствени функции на Лапласиана за да се конструира тестова функция  $\phi_q$  за линейното вълново уравнение с променливи коефициенти и методът на итерациите на Джон се допълва с метода на "нарязването" на Agemi, Kurokawa и Takamura за долни граници на времето на съществуване в критичния случай.

**4. Wakasa, Kyouhei, and Borislav Yordanov, On the energy decay for dissipative nonlinear wave equations in one space dimension, Journal of Mathematical Analysis and Applications 455.2 (2017): 1317-1322.**

### Abstract

The energy decay problem is studied for the nonlinear dissipative wave equation in one space dimension. It is shown by Mochizuki and Motai that the decay

rate is at least logarithmic when the exponent of the nonlinearity is greater than one and less than three. In this paper, an improvement is found which implies a polynomial decay rate for the same range of exponents.

### Абстракт

В тази работа ние изучаваме задачата за намаляване на енергията на нелинейното дисипативно вълново уравнение в размерност едно. Известно е от Mochizuki и Motai, че скоростта на намаляване е поне логаритмична когато степента на нелинейността е между едно и три. В тази статия ние подобряваме резултатът им, което показва полиномна скорост на намаляване за същия интервал от степени.

**5. Wakasa, Kyouhei, and Borislav Yordanov, Global regularity for supercritical nonlinear dissipative wave equations in 3D, Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications 152 (2017): 183-195.**

### Abstract

The nonlinear wave equation  $u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{p-1}u_t = 0$  is shown to be globally well-posed in the Sobolev spaces of radially symmetric functions  $H_{rad}^k(R^3) \times H_{rad}^{k-1}(R^3)$  for all  $p \geq 3$  and  $k \geq 3$ . Moreover, global  $C^\infty$  solutions are obtained when the initial data are  $C_0^\infty$  and exponent  $p$  is an odd integer.

The radial symmetry allows a reduction to the one-dimensional case where an important observation of Haraux (2009) can be applied, i.e., dissipative nonlinear wave equations contract initial data in  $W^{k,q}(R) \times W^{k-1,q}(R)$  for all  $k \in [1, 2]$  and  $q \in [1, \infty]$ .

### Абстракт

Доказваме, че нелинейното вълново уравнение  $u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{p-1}u_t = 0$  има единствено глобално решение в Соболеви пространства от радиално симетрични функции  $H_{rad}^k(R^3) \times H_{rad}^{k-1}(R^3)$  за всички  $p \geq 3$  and  $k \geq 3$ . Глобални  $C^\infty$  решения се получават, когато началните данни са  $C_0^\infty$  и степента  $p$  е нечетно цяло число.

Радиалната симетрия позволява редуциране до едномерния случай, където един важен резултат на Haraux (2009) може да бъде използван, а именно дисипативните вълнови уравнения намаляват нормите на началните данни в  $W^{k,q}(R) \times W^{k-1,q}(R)$  за всяко  $k \in [1, 2]$  и  $q \in [1, \infty]$ .

**6. Radu, Petronela, Grozdена Todorova, and Borislav Yordanov, The generalized diffusion phenomenon and applications, SIAM Journal on Mathematical Analysis 48.1 (2016): 174-203.**

#### **Abstract**

We study the asymptotic behavior of solutions to dissipative wave equations involving two noncommuting self-adjoint operators in a Hilbert space. The main result is that the abstract diffusion phenomenon takes place. Thus solutions of such equations approach solutions of diffusion equations at large times. When the diffusion semigroup has the Markov property and satisfies a Nash-type inequality, we obtain precise estimates for the consecutive diffusion approximations and remainders. We present several important applications including sharp decay estimates for dissipative hyperbolic equations with variable coefficients on an exterior domain. In the nonlocal case we obtain the first decay estimates for nonlocal wave equations with damping; the decay rates are sharp.

#### **Абстракт**

Изучаваме асимптотичното поведение на решенията на дисипативни вълнови уравнения включващи два некоммутиращи самоспрегнати оператора в Хилбертово пространство. Основният резултат е, че се наблюдава явлението абстрактна дифузия. По този начин решенията на такива уравнения се приближават към решенията на дифузионните уравнения за големи времена. Когато дифузионната полугрупа има свойството на Марков и удовлетворява неравенство от типа на Наш, получаваме точни оценки за последователните дифузионни приближения и остатъчните членове. Представяме няколко важни приложения, включително точни оценки на намаляването на решенията на дисипативни хиперболични уравнения с променливи коефициенти във външна област. В нелокалния случай, получаваме нови оценки за намаляването на решенията на нелокални вълнови уравнения със затихване. Тези скорости на намаляване на енергията се оказват точни.

**7. Todorova, Grozdена, and Borislav Yordanov, On the regularizing effect of nonlinear damping in hyperbolic equations, Transactions of the American Mathematical Society 367.7 (2015): 5043-5058.**

### Abstract

Global well-posedness in  $H^2(R^3) \times H^1(R^3)$  is shown for nonlinear wave equations of the form  $u_{tt} - \Delta u + f(u) + g(u_t) = 0$ , where  $t \in R_+$ . The main assumption is that the nonlinear damping  $g(u_t)$  behaves like  $|u_t|^{m-1}u_t$  with  $m \geq 2$  and the defocusing nonlinearity  $f(u)$  is like  $|u|^{p-1}u$  with  $p \geq 2$ . The result also applies to certain exponential functions, such as  $f(u) = \sinh u$ . It is observed that the nonlinear damping gives rise to a new monotone quantity involving the second-order derivatives of  $u$  and leading to *a priori* estimates for initial data of any size. Global well-posedness in  $H^1(R^3) \times L^2(R^3)$  is shown for the same equation in the critical case  $f(u) = u^5$  and  $g(u_t) = |u_t|^{2/3}u_t$ . The main tool is a new estimate for the solution of the nonlinear equation in  $L^4(R_+, L^{12}(R^3))$ .

### Абстракт

Доказваме глобално съществуване и единственост в  $H^2(R^3) \times H^1(R^3)$  за решенията на нелинейни вълнови уравнения от вида  $u_{tt} - \Delta u + f(u) + g(u_t) = 0$ , където  $t \in R_+$ . Основното предположение е, че нелинейното затихване  $g(u_t)$  се държи като  $|u_t|^{m-1}u_t$  с  $m \geq 2$  а отблъскващата нелинейност  $f(u)$  наподобява  $|u|^{p-1}u$  с  $p \geq 2$ . Резултатите се прилагат и към определени експоненциални функции като  $f(u) = \sinh u$ . Забелязваме, че нелинейното затихване създава нов монотонен функционал, който включва вторите производни на  $u$  и води до априорни оценки при начални данни с произволен размер. Доказваме глобално съществуване и единственост в  $H^1(R^3) \times L^2(R^3)$  за същото уравнение в критичния случай  $f(u) = u^5$  and  $g(u_t) = |u_t|^{2/3}u_t$ . Основното ни средство е една нова оценка на решенията на нелинейното уравнение в  $L^4(R_+, L^{12}(R^3))$ .

**8. Ikehata, Ryo, Grozdna Todorova, and Borislav Yordanov, Wave equations with strong damping in Hilbert spaces, Journal of Differential Equations 254.8 (2013): 3352-3368.**

### Abstract

We study the Cauchy problem for abstract dissipative equations in Hilbert spaces generalizing wave equations with strong damping terms in  $R^N$  or exterior domains. Our main result is a generalized diffusion phenomenon: the long time asymptotics of strongly damped wave equations is a combination of solutions of diffusion and wave equations. In particular, we obtain sharp decay estimates. The proofs rely on the energy method in the Fourier space and its generalization based on the spectral theorem for self-adjoint operator.

### **Абстракт**

Изучаваме задачата на Коши за абстрактни дисипативни уравнения в Хилбертови пространства, които обобщават вълнови уравнения със силна дисипация в  $R^N$  или във външни области. Нашият основен резултат установява обобщена абстрактна дифузия: асимптотиката за големи времена на вълнови уравнения със силна дисипация е комбинация от решения на дифузионни и вълнови уравнения. По-специално, получаваме точни оценки за намаляването на енергията на решенията. Доказателствата използват енергийния метод в пространството на Фурие и неговото обобщение, основано на спектралната теорема за самоспрегнати оператори.

**9. Ikehata, Ryo, Grozdена Todorova, and Borislav Yordanov, Optimal decay rate of the energy for wave equations with critical potential, Journal of the Mathematical Society of Japan 65.1 (2013): 183-236.**

### **Abstract**

We study the long time behavior of solutions of the wave equation with a variable damping term  $V(x)u_t$  in the case of critical decay  $V(x) \geq V_0(1 + |x|^2)^{-1/2}$ . The solutions manifest a new threshold effect with respect to the size of the coefficient  $V_0$ : for  $1 < V_0 < N$  the energy decay rate is exactly  $t^{-V_0}$ , while for  $V_0 \geq N$  the energy decay rate coincides with the decay rate of the corresponding parabolic problem.

### **Абстракт**

Изучаваме асимптотичното поведение на решенията на вълновото уравнение с променлив дисипативен член  $V(x)u_t$  в случая на критично намаляване  $V(x) \geq V_0(1 + |x|^2)^{-1/2}$ . Решенията показват ново поведение зависещо от размера на коефициента  $V_0$ : за  $1 < V_0 < N$  скоростта на намаляване на енергията е точно  $t^{-V_0}$ , докато за  $V_0 \geq N$  скоростта на намаляване на енергията съвпада с характерната скорост на съответната параболична задача.

**10. Radu, Petronela, Grozdена Todorova, and Borislav Yordanov, Diffusion phenomenon in Hilbert spaces and applications, Journal of Differential Equations 250.11 (2011): 4200-4218**

## **Abstract**

We prove an abstract version of the striking diffusion phenomenon that offers a strong connection between the asymptotic behavior of abstract parabolic and dissipative hyperbolic equations. An important aspect of our approach is that we use in a natural way spectral analysis without involving complicated resolvent estimates. Our proof of the diffusion phenomenon does not use the individual behavior of solutions; instead we show that only their difference matters. We estimate the Hilbert norm of the difference in terms of the Hilbert norm of solutions to the parabolic problems, which allows us to transfer the decay from the parabolic to the hyperbolic problem. The application of these estimates to operators with Markov property combined with a weighted Nash inequality yields explicit and sharp decay rates for hyperbolic problems with variable (x-dependent) coefficients in exterior domains. Our method provides new insight in this area of extensive research which was not well understood until now.

## **Абстракт**

Доказваме абстрактна версия на интересното дифузионно явление, която показва силната връзка между асимптотичното поведение на абстрактните параболични и дисипативни хиперболични уравнения. Важен аспект на нашия подход е, че ние използваме по естествен начин спектралния анализ, без да включваме сложни резолвентни оценки. Нашето доказателство за дифузионно явление не използва индивидуалното поведение на решенията. Вместо това ние показваме, че има значение само тяхната разлика. Оценяваме Хилбертовата норма на разликата от гледна точка на Хилбертовата норма на решението на параболичната задача, което ни позволява да пренесем оценката за намаляване на решението от параболичната към хиперболичната задача. Прилагането на тези оценки към оператори със свойството на Марков, комбинирано с тегловото неравенство на Неш, дава явни и точни скорости на затихване за хиперболични задачи с променливи (-зависими) коефициенти във външни области. Нашият метод дава нова представа за тази област на обширни изследвания, която досега не беше добре разбрана.

**11. Radu, Petronela, Grozdena Todorova, and Borislav Yordanov, Decay estimates for wave equations with variable coefficients, Transactions of the American Mathematical Society 362.5 (2010): 2279-2299.**



**Abstract**

We establish weighted  $L^2$  estimates for dissipative wave equations with variable coefficients that exhibit a dissipative term with a space dependent potential. These results yield decay estimates for the energy and the  $L^2$  norm of solutions. The proof is based on the multiplier method where multipliers are specially engineered from asymptotic profiles of related parabolic equations.

**Абстракт**

Установяваме теглови  $L^2$  оценки за дисипативни вълнови уравнения с променливи коефициенти, които включват дисипативен член с потенциал зависещ от пространството. Тези резултати дават оценки за намаляване на енергията и  $L^2$  нормата на решенията. Доказателството се основава на метода на множителите, които са специално избрани от асимптотични профили на съответните параболични уравнения.

**12. Todorova, Grozdena, and Borislav Yordanov, Weighted  $L^2$ -estimates for dissipative wave equations with variable coefficients, Journal of Differential Equations 246.12 (2009): 4497-4518.**

**Abstract**

We establish weighted  $L^2$  estimates for the wave equation with variable damping  $u_{tt} - \Delta u + au_t = 0$  in  $R^n$ , where  $a(x) \geq a_0(1 + |x|)^{-\alpha}$  with  $a > 0$  and  $\alpha$  in  $[0, 1)$ . In particular, we show that the energy of solutions decays at a polynomial rate  $t^{-(n-\alpha)/(2-\alpha)-1}$  if  $a(x) \sim a_0|x|^{-\alpha}$  for large  $|x|$ . We derive these results by strengthening significantly the multiplier method. This approach can be adapted to other hyperbolic equations with damping.

**Абстракт**

Установяваме теглови оценки за вълновото уравнение с променливо затихване  $u_{tt} - \Delta u + au_t = 0$  в  $R^n$  където  $a(x) \geq a_0(1 + |x|)^{-\alpha}$  с  $a_0 > 0$  и  $\alpha$  в  $[0, 1)$ . По-специално, ние показваме, че енергията на решенията намалява с полиномиална скорост  $t^{-(n-\alpha)/(2-\alpha)-1}$ , ако  $a(x) \sim a_0|x|^{-\alpha}$  за големи  $|x|$ . Ние извличаме тези резултати чрез значително усилване на метода на множителите. Този подход може да бъде адаптиран и към други хиперболични уравнения със затихване.

**13. Todorova, Grozdena, Davut Ugurlu, and Borislav Yordanov,**

**Regularity and scattering for the wave equation with a critical nonlinear damping, Journal of the Mathematical Society of Japan 61.2 (2009): 625-649.**

**Abstract**

We show that the nonlinear wave equation  $u_{tt} - \Delta u + u_t^3 = 0$  is globally well-posed in radially symmetric Sobolev spaces  $H_{rad}^k(R^3) \times H_{rad}^{k-1}(R^3)$  for all integers  $k > 2$ . This partially extends the well-posedness in  $H^k(R^3) \times H^{k-1}(R^3)$  for all  $k \in [1, 2]$ , established by Lions and Strauss. As a consequence we obtain the global existence of  $C^\infty$  solutions with radial  $C_0^\infty$  data. The regularity problem requires smoothing and non-concentration estimates in addition to standard energy estimates, since the cubic damping is critical when  $k = 2$ . We also establish scattering results for initial data  $(u, u_t)_{t=0}$  in radially symmetric Sobolev spaces.

**Абстракт**

Показваме, че нелинейното вълново уравнение  $u_{tt} - \Delta u + u_t^3 = 0$  има единствено глобално решение в радиално симетричните пространства на Соболев  $H_{rad}^k(R^3) \times H_{rad}^{k-1}(R^3)$  за всички цели числа  $k > 2$ . Това частично разширява резултата за глобална разрешимост и единственост в  $H^k(R^3) \times H^{k-1}(R^3)$  за всички  $k \in [1, 2]$ , който е установен от Lions и Strauss. Като следствие от това получаваме глобалното съществуване на  $C^\infty$  решения с радиални  $C_0^\infty$  данни. Задачата за регулярност изисква изглаждане и неконцентрация на решенията в допълнение към стандартните енергийни оценки, тъй като кубичното затихване е критично, когато  $k = 2$ . Също така получаваме резултати за разсейването на начални данни  $(u, u_t)_{t=0}$  в радиално симетричните пространства на Соболев.

**14. Ikehata, Ryo, Grozdna Todorova, and Borislav Yordanov, Critical exponent for semilinear wave equations with space-dependent potential, Funkcialaj Ekvacioj 52.3 (2009): 411-435.**

**Abstract**

We study the balance between the effect of spatial inhomogeneity of the potential in the dissipative term and the focusing nonlinearity. Sharp critical exponent results will be presented in the case of slow decaying potential.

**Абстракт**

Ние изучаваме баланса между ефекта на пространствената нехомогенност на потенциала в дисипативния член и фокусиращата нелинейност. В случая на бавно намаляващ потенциал, установяваме точни резултати за критичните степени.

**15. Kirova, R., Georgiev, V., Rubino, B., Sampalmieri, R., and Yordanov, B. (2008), Asymptotic behavior for linear and nonlinear elastic waves in materials with memory. Journal of non-crystalline solids, 354(35-39), 4126-4137.**

#### **Abstract**

In this review, we study the Cauchy problem associated to the equation of linear and nonlinear viscoelasticity with memory. Our first point is the study of dispersive properties of the solution to the linear equation of viscoelasticity with memory. The decay estimates obtained in this first part are important to treat the corresponding nonlinear Cauchy problem. The key novelty is the fact that we admit algebraic singularities and decay at infinity for the time dependent functions in the memory kernel. This fact enables one to include models different from the classical viscoelasticity problem, where this kernel is smooth and exponentially decaying in time.

#### **Абстракт**

В този обзорна статия изучаваме задачата на Коши, свързана с уравнението на линейна и нелинейна вискоеластичност с памет. Първата ни точка е изследването на дисперсионните свойства на решенията на линейното уравнение на вискоеластичността с памет. Оценките за намаляване, получени в тази първа част, са важни за изследването на съответната нелинейна задача на Коши. Ключовата новост е фактът, че допускаме алгебрични особености и намаляване на безкрайност за зависещата от времето функции в ядрото на паметта. Този факт дава възможност да се включат модели, различни от класическата задача на вискоеластичността, където това ядро е гладко и експоненциално намалява във времето.

**16. Todorova, Grozdena, Yordanov, Borislav, The energy decay problem for wave equations with nonlinear dissipative terms in  $\mathbb{R}^n$ . Indiana Univ. Math. J. 56 (2007), no. 1, 389–416.**

#### **Abstract**

We study the asymptotic behavior of energy for wave equations with nonlinear damping  $g(u_t) = |u_t|^{m-1}u_t$  in  $R^n$  ( $n \geq 3$ ) as time  $t \rightarrow \infty$ . The main result shows a polynomial decay rate of energy under the condition  $1 < m \leq (n+2)/(n+1)$ . Previously, only logarithmic decay rates were found.

#### **Абстракт**

Изследваме асимптотичното поведение на енергията за вълнови уравнения с нелинейно затихване  $g(u_t) = |u_t|^{m-1}u_t$  в  $R^n$  ( $n \geq 3$ ) когато времето  $t \rightarrow \infty$ . Основният резултат показва полиномна скорост на намаляване на енергията при условие, че  $1 < m \leq (n+2)/(n+1)$ . Преди този резултат бяха установени само логаритмични скорости на намаляване.

**17. Yordanov, Borislav T., Zhang, Qi S., Finite time blow up for critical wave equations in high dimensions. J. Funct. Anal. 231 (2006), no. 2, 361–374.**

#### **Abstract**

We prove that solutions to the critical wave equation in higher dimensions can not be global if the initial values are positive somewhere and nonnegative. This completes the solution to the famous Strauss conjecture about semilinear wave equations of the form  $\Delta u - \partial_t^2 u + |u|^p = 0$ . The rest of the cases, the lower-dimensional case, and the sub or super critical cases were settled many years earlier by the work of several authors.

#### **Абстракт**

Доказваме, че решенията на критичното вълново уравнение във високи размерности не могат да бъдат глобални, ако началните данни са някъде положителни и навсякъде неотрицателни. Това завършва решението на известната хипотеза на Штраус за полулинейните вълнови уравнения от вида  $\Delta u - \partial_t^2 u + |u|^p = 0$ . Останалите случаи, като по-ниски размерности или свръхкритични и подкритични степени, бяха решени много години по-рано в работите на няколко автори.

**18. Yordanov, Borislav, Zhang, Qi S., Finite-time blowup for wave equations with a potential. SIAM J. Math. Anal. 36 (2005), no. 5, 1426–1433.**

#### **Abstract**

First we give a truly short proof of the major blowup result [T. C. Sideris, J. Differential Equations, 52 (1984), pp. 378–406] on higher-dimensional semilinear wave equations. Using this new method, we also establish blowup phenomenon for wave equations with a potential. This complements the recent interesting existence result by [V. Georgiev, C. Heiming, and H. Kubo, Comm. Partial Differential Equations, 26 (2001), pp. 2267–2303], where the blowup problem was left open.

### **Абстракт**

Първо, даваме наистина кратко доказателство на важния резултат за избухване на решенията [T.C. Sideris, Differential Equations, 52 (1984), pp. 378–406]. Използвайки този нов метод, ние също така установяваме избухването на решенията на вълнови уравнения с потенциал. Това допълва скорошните интересни резултати за съществуване на глобални решения [V. Georgiev, C. Heiming, and H. Kubo, Comm. Partial Differential Equations, 26 (2001), pp. 2267–2303] където този въпрос беше оставен без отговор.