Резюмета на публикации

Danila Cherkashin

Резюме на [1]. Разглеждаме непрекъснати карти на компактни метрични пространства. В статията се доказва, че всяка псевдотраектория с достатъчно малки грешки съдържа подпоследователност с положителна плътност, която е точково близка до подпоследователност на точна траектория със същите индекси. Също така се изучават хомеоморфизми, при които всяка псевдотраектория може да бъде проследена от краен брой точни орбити. От гледна точка на числените методи това свойство (ние го наричаме мултипроследяване) предполага възможност за изчисляване на минимални точки на динамичната система. Доказваме, че за неблуждащия случай мултипроследяването е еквивалентно на плътността на минималните точки. Освен това, това е еквивалентно на съществуването на семейство от ε-мрежи ($\varepsilon > 0$), чиито итерации също са ε-мрежи. Обсъждат се връзките между мултипроследяването и някои ергодични и топологични свойства на динамичните системи.

Резюме на [2]. Нека $m(n, r)$ означава минималния брой ребра в n-еднороден хиперграф, който не е r-оцветяем. Известно е, че за фиксирано n има $c_n r^n < m(n, r) < C_n r^n$. В статията се доказва хипотезата на Алон, че за всяко фиксирано n последователността $a_r := m(n, r)/r^n$ има граница. Доказва се и аналогът на списъчното оцветяване на това твърдение.

Резюме на [3]. Прилагаме границата на числото за независимост чрез тета-функция на Ловас към задачата за четния град и нейните обобщения върху $\mathbb{Z}_n$.

Резюме на [4]. Нека $m(n, r)$ означава минималният брой ребра в n-еднороден хиперграф, който не е r-оцветяем. За историята за задачата вижте [5]. Известно е [2], че за фиксирано n последователността $\frac{m(n,r)}{r^n}$ има граница. Единственият тривиален случай е $n = 2$, в който $m(2, r) = \binom{r+1}{2}$. В статията се фокусираме върху случая $n = 3$. Първо сравняваме съществуващите методи за този случай, след което подобряваме долната граница.

Резюме на [5]. Екстремалните задачи при оцветяването на хиперграфи произлизат имплицитно от теоремата на Хилберт за монохроматичните афинни кубове (1892) и теоремата на ван дер Варден за монохроматичните аритметични прогресии (1927). По-късно появата и разработването на теорията на Рамзи доведе до появата на разнообразие от задачи, свързани с оцветяването на изрично посочени хиперграфи. Въпреки това, систематичното изследване на екстремални задачи при оцветяването на хиперграфите започва едва в трудовете на Ердьош и Хайнал през 60-те години. Тази статия е посветена на задачите за намиране на хиперграфи с минимален брой ребра, принадлежащи към определени класове хиперграфи, вариации на тези задачи и техните приложения. Централниата задача, разгледана в статията е задачата на Ердьош–Хайнал за намиране на минималния брой ребра в n-еднороден хиперграф с хроматично число най-малко три. Основната цел на това проучване е да очертае напредъка в тази област през последните няколко години.

Резюме на [6]. Двуцветното оцветяване с червено и синьо на върховете V на хиперграфа $H = (V, E)$ има несъответствие d, ако d е най-голямата разлика между броя червени и сини точки във всяко ребро. Нека $f(n)$ е най-малкият брой ребра в n-еднороден хиперграф без оцветяване с несъответствие 0. Ердьош и Шош задават въпрос дали $f(n)$ е неограничено. Алон, Клейтман, Померанк, Сакс и Сеймур доказват горна и долна граница по отношение на най-малкия неделител (snd) на n. Ние намираме усъвършенствано представяне за горната граница, както следва:

$$f(n) \leq c \log \operatorname{snd} n.$$

Резюме на [7]. Предлагаме нов метод за оцветяване на обобщени графи на Кнезер, базирани на хиперграфи с голямо несъответствие и малък брой ребра. Основният резултат осигурява правилно оцветяване на $K(n, n/2 - t, s)$ в $(4 + o(1))(s + t)^2$ цветове, които се генерират чрез матрици на Адамар. Също така показваме, че за оцветяване от независими множества от естествен тип, този резултат е възможно най-добрият с точност до мултипликативна константа. Нашият метод се разширява и до хиперграфите на Кнезер.

Резюме на [8]. Нека G е прост граф с n върха и ± 1-тегла на ребрата. Да предположим, че за всяко ребро e сумата от ребрата, съседни на e (включително самия e) е положителна. Тогава сумата от теглата върху ребрата на G е поне $-\frac{n^2}{25}$. В статията представяме и пример за претеглен граф с описаните свойства и сумата от теглата $-(1+o(1))\frac{n^2}{8(1+\sqrt{2})^2}$.

Предишните най-добри известни граници са $-\frac{n^2}{16}$ и съответно $-(1+o(1))\frac{n^2}{54}$. В статията показваме, че, при някои допълнителни условия, константата $-1/54$ е оптимална граница.

Резюме на [9]. Намерени са нови долни граници за минималния брой цветове, необходими за оцветяване на всички точки на Евклидовото пространство по такъв начин, че всеки две точки на разстояние 1 имат различни цветове.

Резюме на [10]. Тази статия е посветена на изследването на графовата последователност $G_n = (V_n, E_n)$, където V_n е множество от всички вектори $v \in \mathbb{R}^n$ с координати в $\{-1, 0, 1\}$, така че $|v| = \sqrt{3}$ и E_n се състои от всички двойки върхове със скаларно произведение 1. Намираме точната стойност на числото на независимостта на G_n. Като следствие получаваме нови долни граници на $\chi(\mathbb{R}^n)$ и $\chi(\mathbb{Q}^n)$ за малки стойности на n.

Резюме на [11]. Тази статия е посветена на естествено обобщение на задачата за хроматичното число на равнината. Разглежда се хроматичното число на пространствата $\mathbb{R}^n \times [0, \varepsilon]^k$.

Доказано е, че $5 \leq \chi(\mathbb{R}^2 \times [0, \varepsilon]) \leq 7$ и $6 \leq \chi(\mathbb{R}^2 \times [0, \varepsilon]^2) \leq 7$ за $\varepsilon > 0$ е достатъчно малък.

Освен това се поставят някои естествени въпроси, произтичащи от тези съображения.

Литература

[1] Danila Cherkashin and Sergey Kryzhevich. Weak forms of shadowing in topological dynamics. *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, 50(1):125–150, 2017.

[2] Danila Cherkashin and Fedor Petrov. Regular behavior of the maximal hypergraph chromatic number. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 34(2):1326–1333, 2020.

[3] Mikhaylo Antipov and Danila Cherkashin. Lovász theta approach to eventown problem. *Linear Algebra and its Applications*, 655:302–313, 2022.

[4] D. D. Cherkashin. On the Erdős–Hajnal problem for 3-graphs. *Journal of Mathematical Sciences*, 255:103–108, 2021.

[5] Andrei Mikhailovich Raigorodskii and Danila Dmitrievich Cherkashin. Extremal problems in hypergraph colourings. *Russian Mathematical Surveys*, 75(1):89, 2020.

[6] Danila Cherkashin and Fedor Petrov. On small n-uniform hypergraphs with positive discrepancy. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 139:353–359, 2019.

[7] József Balogh, Danila Cherkashin, and Sergei Kiselev. Coloring general Kneser graphs and hypergraphs via high-discrepancy hypergraphs. *European Journal of Combinatorics*, 79:228–236, 2019.

[8] Danila Cherkashin and Pavel Prozorov. On the minimal sum of weights on the edges in a signed edge-dominated graph. *The Electronic Journal of Combinatorics*, 29(3):#P3.38, 2022.

[9] Cherkashin D. D. and Raigorodskii A. M. On the chromatic numbers of low-dimensional spaces. *Doklady Mathematics*, 95(1):5–6, 2017.

[10] Danila Cherkashin, Anatoly Kulikov, and Andrei Raigorodskii. On the chromatic numbers of small-dimensional Euclidean spaces. *Discrete Applied Mathematics*, 243:125–131, 2018.

[11] V. A. Voronov A. Ya. Kanel-Belov and D. D. Cherkashin. On the chromatic number of an infinitesimal plane layer. *St. Petersburg Math. J*, 29(5):761–775, 2018.