

РЕЦЕНЗИЯ

по конкурс за доцент с кандидат

д-р Данила Дмитриевич Черкашин

Научна област: **4. Природни науки, математика и информатика**
Професионално направление: **4.5. Математика (Комбинаторика, теория на графите)**

Конкурсът е обявен в бр. 14/10.02.2023 г. на “Държавен вестник”. Документи е подал единствен кандидат:

д-р Данила Дмитриевич Черкашин.

Не забелязах допуснати нарушения по процедурата на конкурса. Ще анализирам научната дейност на кандидата според материалите, представени за участие в конкурса.

1. Данни за кандидата

Данила Черкашин завършва Университета в Санкт Петербург през 2015 г. През 2018 г. защитава докторска степен в Санкт Петербургското отделение на Института “Стеклов” към РАН с дисертационен труд на тема “Екстремални задачи в оцветяването на хиперграфи” с научни ръководители проф. Андрей Райгородский и проф. Фьодор Петров. През годините от 2015 до 2021 той заема изследователски позиции в Университета в Санкт Петербург и Московския физико-технологически институт (МФТИ). В периода 2021-2022 г. Данила Черкашин е изследовател в Санкт Петербургското отделение на Института “Стеклов”. От 2022 г. досега е сътрудник на в Института по математика и информатика на БАН.

2. Описание на научните трудове

Кандидатът е представил за участие в конкурса 11 научни статии. Всички те са отпечатани в престижни научни издания с импакт-фактор и/или SJR. Статиите са публикувани в следните издания:

- Topological Methods in Non-linear Analysis - 1; (IF 0.87)
- Доклады Академии Наук - 1; (IF 0.534)

- Алгебра и Анализ - 1; (IF 0.533)
- Discrete Applied Mathematics - 1; (IF 1.139)
- Journal of Combinatorial Theory, Ser. B - 1; (IF 1.306)
- European Journal of Combinatorics - 1; (IF 0.89)
- Записки Научных семинаров ПОМИ - 3; (IF 0.289)
- Journal of Discrete Mathematics - 1; (IF 0.87)
- Успехи математических наук - 1; (IF 1.865)
- Electronic Journal of Combinatorics – 1; (IF 0.69)
- Linear Algebra and Its Applications - 1; (IF 1.307)

Общият импакт фактор на представените работи е 10.313. От представените работи една е самостоятелна, седем са с един и три – с двама съавтори. Приемам участието на кандидата в съвместните работи за равностойно.

Всички работи са написани в периода 2017-2022 г. след представянето на дисертационния труд за присъждане на степента “доктор”.

Научните изследвания на кандидата отговарят напълно на темата на конкурса. Те са посветени на важни въпроси от екстремалната комбинаторика и по-специално от екстремална теория на графите. Ще се спра по-подробно на резултатите от работите, представени за участие в конкурса.

Изследванията, описани в представените работи на кандидата, могат да се групират в две направления:

- (A) изследвания върху хроматичните числа на пространства (работи [1–4]);
- (B) изследвания по оцветяване на хиперграфи (към което могат да се отнесат работи [5–11]).

(A) Изследвания на хроматичните числа на пространства.

В статия [1] се разглеждат непрекъснати карти на компактни метрични пространства. Доказано е, че всяка псевдотраектория с достатъчно малки грешки съдържа подредица с положителна плътност, която е точково близка до редица от точна траектория със същите индекси. В работата се изучават и хомеоморфизми, при които всяка траектория може да се проследи от краен брой точни орбити.

Работа [2] е посветена на класическата задача за оцветяване на точките на евклидово пространство от произволна размерност, в което всеки две точки на разстояние 1 са оцветени в различни цветове. По-специално, хроматичните числа $\chi(\mathbb{R}^n)$ (съответно $\chi(\mathbb{Q}^n)$) се дефинират като минималния брой цветове

достатъчни за оцветяване на точките на \mathbb{R}^n (съответно \mathbb{Q}^n) така, че всеки две точки на разстояние 1 да са в различни цветове. В тази работа се доказват долните граници:

$$\chi(\mathbb{R}^9) \geq 22, \chi(\mathbb{R}^{10}) \geq 30, \chi(\mathbb{R}^{11}) \geq 35, \chi(\mathbb{R}^{12}) \geq 37.$$

Статия [3] е посветена на едно естествено обобщение на задачата за хроматичното число на равнината. В нея е изследвано хроматичното число на пространствата $\mathbb{R}^n \times \{0, \varepsilon\}^k$. Доказани са неравенствата

$$5 \leq \chi(\mathbb{R}^2 \times [0, \varepsilon]) \leq 7, \quad 6 \leq \chi(\mathbb{R}^2 \times [0, \varepsilon]^2) \leq 7,$$

където $\varepsilon > 0$ е достатъчно малко.

В работа [4] се изследва редица от графи $G_n(V_n, E_n)$, където V_n е множеството от вектори в \mathbb{R}_n с координати в $\{-1, 0, 1\}$ и дължина $\sqrt{3}$, E_n е множеството от двойки вектори със скалярно произведение 1. В работата е определена точната стойност на числото на независимост на графите G_n . По-специално доказана е теоремата:

Теорема 1. Числото на независимост на графа G_n се определя от формулата:

$$\alpha(G_n) = \max\{6n - 28, 4n - c(n)\},$$

където

$$c_n = \begin{cases} 0 & \text{ако } n \equiv 0 \pmod{4}, \\ 1 & \text{ако } n \equiv 1 \pmod{4}, \\ 2 & \text{ако } n \equiv 2, 3 \pmod{4}. \end{cases}$$

По-нататък са доказани нови долни граници за хроматичните числа $\chi(\mathbb{R}^n)$ и $\chi(\mathbb{Q}^n)$.

Теорема 2. В сила са неравенствата

$$\chi(\mathbb{R}^n) \geq \chi(\mathbb{Q}^n) \geq \frac{|V_n|}{\alpha(G_n)} = \frac{8 \binom{n}{3}}{\max\{6n - 28, 4n - c(n)\}}.$$

(В) Изследвания по оцветяване на хиперграфи.

Работи [5] и [6] са посветени на хиперграфи, оцветени в два цвята (син и червен) с горна граница за разликата между червените и сините елементи във всяко ребро. Тази величина, означена с d , се нарича несъответствие. Нека

$f(n)$ е минималният брой ребра в n -еднороден хиперграф. Главен резултат в [5] е Теорема 1.2 съгласно, която

$$f(n) \leq c \log \text{snd}(n),$$

където $\text{snd}(x)$ е минималното цяло положително число, което не дели x .

В [6] е представен нов метод за оцветяване на обобщени графи на Кнезер, основани на хиперграфи с голямо несъответствие и малък брой ребра. Централният резултат в работата се съдържа в Теорема 2 и дава правилно оцветяване на графите $K(n, n/2 - t, s)$ с $(4 + o(1))(s + t)^2$ цвята, което се получава с помощта на матрици на Адамар. Доказано е и че за оцветяване с естествени независими множества този резултат е най-добрият възможен.

В статия [7] е разгледана задачата на Ердьош-Хайнал за 3-еднородни хиперграфи. Нека $m(n, r)$ означава минималния брой ребра в n -еднороден хиперграф с хроматично число по-голямо от r . От един резултат на кандидата, съдържащ се в [8], е известно, че редицата $\frac{m(n, r)}{r^2}$ е сходяща като съответната граница се означава с L_n . Добре известно е, че $m(2, n) = \binom{n+1}{2}$. В тази работа се сравняват съществуващите методи за определяне на долни граници за $m(3, n)$ и се подобрява съществуващата долна граница. В работата е доказано, че $L_3 \geq \frac{4}{e^2} > 0.54$.

В [8] е доказана хипотезата на Нога Алон, за съществуването на граница на редицата $a_r := m(n, r)/r^n$. До този момент е било известно единствено, че съществуват константи c_n и C_n , за които $c_n r^n \leq m(n, r) \leq C_n r^n$.

Работа е [9] е обзор, посветен на задачата за намиране на хиперграфи с минимален брой ребра, лежащи в някакъв специален клас от хиперграфи. Централна задача от този тип е задачата на Ердьош и Хайнал за намиране на минималния брой ребра в n -еднороден хиперграф с хроматично число поне 3. В обзора се излагат новите резултати в тази област, получени през последните няколко години. Обзорът съдържа обширен списък от 168 заглавия на публикации в тази област.

В [10] се разглеждат прости граfi с n върха и тегла на ребрата ± 1 , в които сумата от теглата на всички ребра, съседни на дадено ребро (вкл. самото ребро), е положителна. Доказано е, че сумата от теглата на всички ребра в G е поне $-n^2/25$. Конструирани са примери за граfi с описаните свойства и сума от теглата на ребрата $-(1 + o(1)) \frac{n^2}{8(1 + \sqrt{2})}$.

В [11] кандидатът намира граница за числото на независимост, като използва тета-функцията на Ловас върху задачата за четния град и обобщенията ѝ над Z_n . Едно семейство от подмножества на $[n]$ наричаме четен град, ако сечението на всеки две от тях е четно. По-общо, едно семейство F от вектори от $\{0, 1, \dots, k-1\}^n$, за които $(f_1, f_2) = 0$ за всеки два вектора $f_1, f_2 \in F$ се нарича k -град. Основният резултат в тази работа е следната теорема:

Теорема 3. Нека F е семейство, което е k -град. В сила е неравенството $|F| \leq k^{\frac{n}{2}}$. По-нататък нека предположим, че k е просто число и $(f_1, f_2) \neq 0 \pmod{k}$ за не повече от $\varepsilon|F|^2$ двойки f_1, f_2 . Ако $\varepsilon < \frac{k-1}{k}$, то

$$|F| \leq \frac{k^{\frac{n}{2}}}{1 - \frac{k}{k-1}\varepsilon}.$$

3. Научни приноси

По мое мнение по-важните приноси на кандидата се свеждат до следното:

- (1) Намерени са нови долни граници за хроматичните числа $\chi(\mathbb{R}^n)$ и $\chi(\mathbb{Q}^n)$.
- (2) Доказана е границата

$$f(n) \leq c \log \text{snd} n,$$

където $f(n)$ е най-малкият брой ребра в n -еднороден граф, за които не съществува оцветяване с несъответствие 0, а $\text{snd} n$ е най-малкият неделител на n .

- (3) Доказана е хипотеза на Нога Алон за сходимостта на редицата $a_r := \frac{m(n,r)}{r^n}$.
- (4) Доказана е нова долна граница за числата $m(3, n)$.
- (5) Определено е числото на независимост $\alpha(G_n)$ за специален клас от графи G_n с върхове векторите с координати $0, \pm 1$ и дължина $\sqrt{3}$ и ребра – двойките вектори със скаларно произведение 1.
- (6) Предложен е нов метод за оцветяване на обобщени графи на Кнезер, който дава правилно оцветяване на $K(n, n/2 - t, s)$ в $(4 + o(1))(s + t)^2$ цвята.
- (7) Намерена е нова граница за сумата от теглата на ребрата на прости графи с тегла ± 1 и специални локални свойства. Построени са примери на графи, лежащи близо до доказаната граница.

4. Числови показатели

Съгласно представените материали работите на д-р Черкашин могат да бъдат класифицирани както следва:

- научни списания с IF: 11 работи.

Общият импакт-фактор на представените статии е 10.313. За участие в конкурса кандидатът е представил 35 цитирания. Общият брой на цитиранията на работи на кандидата е 102. Всички цитати са в статии, публикувани в реферирани списания. Няма съмнение, че работите на д-р Черкашин са добре известни и ценени сред учените, извършващи изследвания в този дял на комбинаториката. Кандидатът удовлетворява напълно както законовите, така и специфичните изисквания от Правилника на ИМИ-БАН, за заемане на длъжността “доцент”.

5. Участие в проекти

В периода 2016-2020 г. кандидатът е участник в три проекта, финансирани от Научната фондация на Руската Федерация:

- Combinatorial, discrete, and enumerative combinatorics
- Random graphs and hypergraphs: models and applications
- Group theory, algebraic geometry, representation theory, motive theory, homological algebra

Темите и на трите проекта съответстват точно на обявеното направление на конкурса – комбинаторика и теория на графите.

6. Критични бележки

Нямам критични бележки по същество. Известни затруднения създава несъответствията в номерирането на статиите от списъка с публикации, представени за участие в конкурса, файла с резюметата и имената на файловете, съдържащи самите публикации.

7. Лични впечатления

Познавам лично кандидата от около 2 години. През това време съм присъствал многократно на негови доклади, изнасяни на наши и международни конференции. Впечатленията ми от изявите му са отлични. Д-р Черкашин е сериозен изследовател със задълбочени познания в областта на екстремалната комбинаторика и теория на графите. Той демонстрира дълбоко познаване на областта, в която работи, и възможности творчески да я развива. За мен е извън всяко съмнение, че той напълно покрива и дори надхвърля изискванията за заемане на длъжността “доцент” на Института по математика и информатика на БАН.

8. Оценка на кандидата

Считам, че в своята научно-изследователска работа д-р Данила Черкашин е получил значими научни резултати, които съответстват на съвременните постижения и представляват оригинален принос в математиката. В представените работи няма установено плагиатство. С работите си кандидатът показва задълбочени теоретични знания в областта на комбинаториката. Изложените факти ми дават основание да оценя **положително** кандидатурата на д-р Данила Дмитриевич Черкашин в конкурса за “доцент” в професионално направление 4.5. Математика за нуждите на Института по математика и информатика на БАН.

Заклучение

Гореизложеното ми да основание убедено да препоръчам кандидатурата на **д-р Данила Дмитриевич Черкашин** за доцент на Института по математика и информатика на БАН в професионално направление: 4.5. Математика.

София, 02.06.2023 г.

Член на Научното Жури:

(проф. д.м.н. Иван Ланджев)