С Т А Н О В И Щ Е

по конкурс за заемане на академична длъжност "доцент"

в професионално направление 4.5 Математика
(Комбинаторика, теория на графите)

за нуждите на Института по математика и информатика (ИМИ)

към Българска академия на науките (БАН),

обявен в Държавен вестник 14/10.02.2023 и на сайта на ИМИ-БАН

Становището е написано от проф. д-р Азнив Киркор Каспарян, катедра Алгебра, Факултет по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски", професионално направление 4.5 Математика, като член на научно жури за конкурса, съгласно Заповед 185/7.04.2023 на Директора на Института по математика и информатика към Българска академия на науките.

Единствен кандидат по конкурса е д-р Данила Дмитриевич Черкашин.

1 Общо описание на представените материали

1.1 Кратка биография на кандидата

Д-р Данила Дмитриевич Черкашин получава магистърска степен по математика през 2015 г. от Университета на Санкт Петербург. През 2018 г. защитава дисертация за придобиване на ОНС "Доктор" по дискретна математика към Санкт Петербургската секция на Математическия институт към Руската академия на науките. Д-р Данила Черкашин е работил като изследовател в Университета на Санкт Петербург повече от три и половина години. Има повече от три и половина години практика в Московския физико-технически институт, като за част от времето е бил доцент. Д-р Данила Черкашин е работил две години в Икономическия институт на Санкт Петербург и три години в лицей в Санкт Петербург. От 2022 г. е изследовател в Института по математика и информатика към Българската академия на науките.

Д-р Данила Черкашин има 19 публикации в изключително престижни специализирани научни списания. Четири от тях са самостоятелни, а останалите 15 са съвместни. Известни са 102 цитирания на работите на д-р Данила Черкашин, 67 от които са на статиите, с които участва в конкурса.

Гореспоменатите данни илюстрират богатия опит на д-р Данила Черкашин в теоретичната научно-изследователска работа и преподаването на математика на високо професионално ниво.

1.2 Обща характеристика на научните трудове и постижения на кандидата

Д-р Данила Черкашин работи върху върхови оцветявания на хиперграфи, евклидови пространства и техни инфинитезимални слоеве. В статиите си комбинира прецизни вероятностни техники със сложни комбинаторни конструкции. Това го прави изтъкнат специалист в областта на екстремалната теория на графите. Не познавам лично д-р Данила Черкашин, но документите, представени за конкурса ме убедиха, че той изпълнява напълно всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане, както и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Българска академия на науките. Научните постижения на д-р Данила Черкашин надхвърлят значително минималните национални изисквания на Постановление 26/13.02.2019 за изменение на Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав на Република България, както и на допълнителните изисквания на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Българска академия на науките. По-точно, той участва в конкурса с 11 статии, една от които е самостоятелна, а останалите 10 са съвместни. Те му носят 384 точки при 320 задължителни. Две от гореспоменатите статии са публикувани в специализирани списания с IF от първи квартил. Три са публикувани в списания с IF от втори квартил, четири са с IF от трети квартил, една е с IF от четвърти квартил и една е с SJR. Вместо необходимите 10 цитирания, д-р Данила Черкашин участва в конкурса с 35 цитирания на свои работи. От тях 18 са върху две от статиите, с които участва в конкурса, а 17 са върху три статии извън конкурса.

Д-р Данила Черкашин е участвал в три научно-изследователски проекта на Руския фонд за научни изследвания.

Научните трудове на д-р Данила Черкашин, представени за конкурса, не включват такива, които са използвани за предишни процедури за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности. Напълно съм убедена, че няма плагиатство в гореспоменатите научни трудове на д-р Данила Черкашин.

1.3 Съдържателен анализ на научните и научно-приложните постижения на кандидата, съдържащи се в материалите за участие в конкурса

Една от статиите на д-р Данила Черкашин, с която участва в конкурса, е от областта на топологичната динамика и отразява магистърската му дипломна работа. Динамична система е двойка (X, T), съставена от компактно метрично пространство (X, ρ) и непрекъснато изображение $T : X \to X$. За произволно $y \in X$, да разгледаме траекторията $O^+(y) := \{T^k(y) \,|\, k \in \mathbb{Z}^{\geq 0}\}$ и нейната затворена обвивка $\overline{O^+(y)} \subseteq X$. Ако за всяко $z \in \overline{O^+(y)}$ множеството $O^+(z)$ е навсякъде гъсто в $\overline{O^+(y)}$, точката y се нарича минимална. Редица $\{x_k\}_{k=1}^{\infty} \subset X$ е δ-псевдотраектория за някакво $\delta \in \mathbb{R}^{>0}$, ако $\rho(x_{k+1}, T(x_k)) \leq \delta$ за $\forall k \in \mathbb{N}$. Можем да разглеждаме δ-псевдотраекториите като T-траектории с "грешки", получени чрез някакъв числен метод. Непрекъснато изображение $T : X \to X$ има засенчващо свойство, ако за всяко $\varepsilon > 0$ съществува такова $\delta > 0$, че произволна δ-псевдотраектория $\{x_k\}_{k=1}^{\infty} \subset X$ може да се приближи с точна тректория $\{T^k(y_0)\}_{k=0}^{\infty} \subset X$, изпълняваща $\rho(x_k, T^k(y_0)) < \varepsilon$ за $\forall k \in \mathbb{N}$. Съвместна статия на Д. Черкашин и С. Крижевич от 2017г. доказва, че произволна псевдотраектория има подредица, която може да се засенчи от подредица на точна траектория. Още повече, вероятността за съществуване на минимална точка в околност на случайна точка на псевдотраектория е положителна. Статията обобщава понятието засенчване чрез въвеждане на мултизасенчване. Динамична система (X, T) има мултизасенчващо свойство, ако за всяко $\varepsilon > 0$ съществува такова $\delta > 0$, че за всяка δ-псевдотраектория $\{x_k\}_{k=1}^{\infty} \subset X$ има краен брой точки $y_1, \ldots, y_N \in X$ с $\min\{\rho(x_k, T^k(y_i)) \,|\, 1 \leq i \leq N\} < \varepsilon$ за $\forall k \in \mathbb{N}$. Статията на Черкашин и Крижевич от 2017г. установява, че динамична система (X, T) с хомеоморфизъм $T : X \to X$ има мултизасенчващо свойство тогава и само тогава, когато за всяко $\varepsilon > 0$ съществува такова $\delta > 0$, че за произволна δ-псевдотраектория $\{x_k\}_{k=1}^{\infty} \subset X$ и произволна гранична точка x_o на $\{T^n(x_k)\}_{k,n=1}^{\infty}$ затвореното кълбо с радиус ε и център x_o съдържа минимална точка. Динамична система (X, T) е неразсейваща се, ако за всяко $x \in X$ и всяка отворена околност $U \subset X$ на x съществува $k \in \mathbb{N}$ с $T^k(U) \cap U \neq \emptyset$. Подмножество $Y \subset X$ е ε-мрежа за някое $\varepsilon > 0$, ако за всяко $x \in X$ съществува $y \in Y$ с $\rho(x, y) \leq \varepsilon$. Статията доказва, че неразсейваща се динамична система (X, T) с хомеоморфизъм $T : X \to X$ има мултизасенчващо свойство тогава и само тогава, когато минималните точки на (X, T) са навсякъде гъсто в X. Установява се, че това е в сила точно когато за всяко $\varepsilon > 0$ съществува крайно подмножество $Y = \{y_1, \ldots, y_{N(\varepsilon)}\} \subset X$, задаващо ε-мрежи $T^n(Y)$ на X за всички $n \in \mathbb{Z}$.

Останалите научни работи на д-р Данила Черкашин, представени за конкурса, са върху оцветявания на хиперграфи, както и хроматични числа на евклидови пространства и техни инфинитезимални слоеве. Хиперграф $H = (V, E)$ е наредена двойка, съставена от крайно множество от върхове V и фамилия E от подмножества $e \subset V$. Ако всички ребра $e \in E$ имат един и същи брой върхове, $|e| = n \in \mathbb{N}$, казваме, че H е n-хомогенен. Изображенията $f : V \to \{1, \ldots, r\}$ се наричат r-оцветявания на V. Казваме, че r-оцветяване f е правилно, ако всяко ребро $e \in E$ съдържа поне два върха $v_1, v_2 \in e$ с различен цвят $f(v_1) \neq f(v_2)$. Хроматичното число $\chi(H)$ на хиперграф $H = (V, E)$ се определя като минималното естествено, за което H има правилно $\chi(H)$-оцветяване. Нека $m(n, r) \in \mathbb{N}$ е минималният брой ребра на n-хомогенен хиперграф $H = (V, E)$ с $\chi(H) > r$. Работи на други автори извеждат долни и горни граници за $\frac{m(n,r)}{r^n}$, зависещи от n и подходящи положителни реални константи. В съвместна статия с Ф. Петров от 2020, Д. Черкашин доказва съществуването на положителна граница L_n на $\frac{m(n,r)}{r^n}$ за всяко фиксирано $n \in \mathbb{N}$. Нека $H = (V, E)$ е хиперграф, а $\{L(v)\}_{v \in V}$ е фамилия от крайни множества $L(v)$, отговарящи на върховете $v \in V$. Изображенията $f : V \to \cup_{v \in V} L(v)$ с $f(v) \in L(v)$ за $\forall v \in V$ се наричат списъчни оцветявания на V. Нека $m_c(n, r)$ е минималният брой ребра на n-хомогенен хиперграф $H = (V, E)$ със списъчно хроматично число $\chi_c(H) > r$. Гореспоменатата статия с Ф. Петров от 2020г. установява съществуването на положителна граница на $\frac{m_c(n,r)}{r^n}$ за всяко фиксирано $n \in \mathbb{N}$. Самостоятелна статия на Черкашин от 2019г. подобрява известните до момента долни граници върху L_3. Крайна редица от ребра $e_1, \ldots, e_r \in E$ е r-верига, ако $|e_i \cap e_j| = 1$ за $|i - j| = 1$ и $e_i \cap e_j = \emptyset$ за $|i - j| \neq 1$. Гореспоменатата статия на Черкашин от 2019г. намира горната граница $|E|\left(\frac{|E|-1}{r-1}\right)^{r-1}$ върху броя на r-веригите на произволен хиперграф $H=(V,E)$.

Нека $f:V\to\{1,2\}$ е 2-оцветяване на n-хомогенен хиперграф $H=(V,E)$. Отклонението $\operatorname{disc}(e)$ на ребро $e\in E$ е абсолютната стойност на $\left|f^{-1}(1)\cap e\right|-\left|f^{-1}(2)\cap e\right|$. Отклонението на f се определя като $\operatorname{disc}(f):=\max\{\operatorname{disc}(e)\,|\,e\in E\}$, а отклонението на H е $\operatorname{disc}(H):=\min\{\operatorname{disc}(f)\,|\,f:V\to\{1,2\}\}$. Да означим с $f(n)$ минималния брой ребра на n-хомогенен хиперграф с $\operatorname{disc}(H)>0$. През 1987г. Alon, Kleitman, Pomerance, Saks и Seymour намират долна и горна граница върху $f(n)$. Статия на Д. Черкашин и Ф. Петров от 2019г. подобрява горната граница върху $f(n)$ чрез явна конструкция на n-хомогенен хиперграф H с положително отклонение $\operatorname{disc}(H)>0$.

Нека $K(n,k,s)$ е обобщеният граф на Kneser, чиито ребра са подмножествата $v\subset\{1,\ldots,n\}$ с $|v|=k$ елемента и чиито ребра са $\{v_1,v_2\}$ с $|v_1\cap v_2|<s$. Съвместна статия на Й. Балох, Д. Черкашин и С. Киселев от 2019г. описва асимптотиката на хроматичното число $\chi\left(K\left(n,\frac{n}{2},s\right)\right)$ за достатъчно голямо s. За всяко подмножество $A\subset\{1,\ldots,n\}$ с $|A|\geq s$ елемента, множеството I_A на Frankl е състои от върховете v на $K(n,k,s)$ с $|v\cap A|\geq\frac{|A|+s}{2}$. Минималното естествено число $\chi_F\left(K(n,k,s)\right)$, за което $K(n,k,s)$ има оцветяване с множества на Frankl I_A се нарича F-хроматично число. Гореспоменатата статия на Балох, Черкашин и Киселев от 2019г. намира долна и горна граница върху $\chi_F\left(K\left(n,\frac{n}{2}-t,s\right)\right)$, зависеща от $s+t$ и n. Горната граница върху χ_F е намерена чрез явни $(4+o(1))(s+t)^2$-оцветявания на хиперграфи в голямо отклонение, отговарящи на матрици на Адамар. При специфични предположения за параметрите и при съществуване на матрица на Адамар с подходящ размер, статията на Балох, Черкашин и Киселев от 2019г. извежда горна граница за хроматичното число на хиперграфа на Kneser $KH\left(n,r,\frac{n}{2}-t,s\right)$.

Съвместен обзор на А. Райгородский и Данила Черкашин от 2020г. обсъжда съвременното развитие на екстремалните задачи на оцветявания на върхове на хиперграфи.

Да разгледаме евклидовото пространство $\mathbb{R}^n$ като граф с безкрайно множество от върхове $\mathbb{R}^n$, чиито ребра свързват точките $v_1,v_2\in\mathbb{R}^n$ на евклидово разстояние 1. Хроматичното число $\chi(\mathbb{R}^n)$ на този граф се нарича хроматично число на $\mathbb{R}^n$. Работа на Larman и Rogers от 1972 дава асимптотична горна граница $\chi(\mathbb{R}^n)$, а асимптотична долна граница е намерена в статия на Райгородский от 2000г. В статия от 2018, Д. Черкашин, А. Куликов и А. Райгородский подобряват известната долна граница за $\chi(\mathbb{R}^n)$, използвайки редица от графи $G_n=(V_n,E_n)$. Множеството от върхове V_n се състои от точките $x=(x_1,\ldots,x_n)\in\mathbb{R}^n$ с $x_i\in\{-1,0,1\}$, $||x||=\sqrt{3}$, а ребрата $\{x,y\}\subset V_n$ свързват върховете със скаларно произведение $\langle x,y\rangle=1$. Независимо множество I на граф $G=(V,E)$ е подмножество $I\subset V$, което не съдържа ребро $e=\{v_1,v_2\}\in E$. Числото на независимост $\alpha(G)$ на G е максималният брой елементи на независимо множество $I\subset V$. Черкашин, Куликов и Райгородский пресмятат числото на независимост $\alpha(G_n)=6n-28$ за достатъчно голямо $n\in\mathbb{N}$. Това им дава възможност да изведат, че $\chi(\mathbb{R}^n)\geq\chi(\mathbb{Q}^n)\geq\chi(G_n)\geq\frac{|V_n|}{\alpha(G_n)}=\frac{8}{6n-28}\binom{n}{3}$ за достатъчно голямо $n\in\mathbb{N}$. Развитата техника подобрява известните долни граници за $\chi(\mathbb{R}^n)\geq\chi(\mathbb{Q}^n)$, когато $9\leq n\leq 12$. Като обобщение на хроматичното число $\chi(\mathbb{R}^n)$ на $\mathbb{R}^n$, могат да се разглеждат хроматичните числа $\chi(\mathbb{R}^n\times[0,\varepsilon]^k)$ на инфинитезималните слоеве $\mathbb{R}^n \times [0,\varepsilon]^k$, $k \in \mathbb{N}$ на $\mathbb{R}^n$. В съвместна статия от 2017г., А. Канел-Белов, В. Воронов и Д. Черкашин намират долни и горни граници върху $\varepsilon > 0$, за които $\chi(\mathbb{R} \times [0,\varepsilon]^k) \in \{3,4\}$. Те доказват, че $\chi(\mathbb{Q} \times [0,\varepsilon]^3_{\mathbb{Q}}) = 3$ за достатъчно малко $\varepsilon > 0$, $5 \le \chi(\mathbb{R}^2 \times [0,\varepsilon]) \le 7$ за $0 < \varepsilon < \sqrt{\frac{3}{7}}$ и $\chi(\mathbb{R}^2 \times [0,\varepsilon]^2) \ge 6$ за всички $\varepsilon > 0$. Статията установява, че за произволно $k \in \mathbb{N}$ съществува такова $\varepsilon_o(k) \in \mathbb{R}^{>0}$, че $\chi(\mathbb{R}^2 \times [0,\varepsilon]^k) \le 7$ за всички $0 < \varepsilon < \varepsilon_o(k)$.

Нека F е фамилия от $x = (x_1, \dots, x_n)$ с $x_i \in \{0, 1, \dots, k-1\}$, $\forall 1 \le i \le n$ за някакво естествено число $k > 1$. Статия на М. Антипов и Д. Черкашин от 2022г. доказва, че ако скаларните произведения $\langle x, y \rangle$ на всички $x, y \in F$ изпълняват сравнението $\langle x, y \rangle \equiv 0 (\operatorname{mod} k)$, то $|F| \le k^{\frac{n}{2}}$. Работата извежда горни граници за броя на елементите $|F|$ на фамилии F с фиксиран остатък $\langle x, y \rangle \equiv t (\operatorname{mod} k)$, $0 \le t \le k-1$ за всички $x, y \in F$, както и за F с пренебрежимо малък брой $x, y \in F$, изпълняващи $\langle x, y \rangle \not\equiv t (\operatorname{mod} k)$.

За произволно ребро $e \in E$ на граф $G = (V, E)$, да означим с $N[e]$ обединението на съседните ребра $e' \in E$ на e с e. Прост граф $G = (V, E)$ и теглова функция $f : E \to \{1, -1\}$ образуват реброво-доминираща двойка (G, f), ако $\sum_{e' \in N[e]} f(e') \ge 0$ за всички ребра $e \in E$. Нека $s(G, f)$ е сумата на теглата на всички ребра на G, а $g(n)$ е минималната сума $s(G_n, f_n)$ на теглата на реброво-доминираща двойка (G_n, f_n) с $|V(G_n)| = n$ върха. През 2000г. Akbari, Bolouki, Hatami и Siami намират долна граница за $g(n)$ и доказват съществуването на редица (G'_n, f'_n) от реброво-доминиращи двойки, чиито суми $s(G'_n, f'_n)$ изпълняват отрицателна асимптотична горна граница. Статия на Д. Черкашин и Ф. Прозоров от 2022г. подобрява гореспомената долна граница за $g(n)$ и построява редица (G_n, f_n) от реброво-доминиращи двойки с подобрена отрицателна асимптотична горна граница за $s(G_n, f_n)$.

1.4 Заключение за кандидатурата

След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната научна значимост и съдържащите се в тях научни и научно-приложни приноси, потвърждавам, че научните постижения отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане, както и на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Българска академия на науките за заемане от кандидата на академичната длъжност "доцент" в научната област и професионално направление на конкурса. В частност, кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Затова

оценявам положително кандидатурата на
д-р Данила Дмитриевич Черкашин.

2 ОБЩО ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Въз основа на гореизложеното, **убедено препоръчвам** на научното жури да предложи на компетентния орган по избора на Института по математика и информатика към Българска академия на науките да избере

д-р Данила Дмитриевич Черкашин
да заеме академичната длъжност "доцент"
в професионално направление 4.5 Математика
(Комбинаторика, теория на графите)
в Института по математика и информатика
към Българска академия на науките.

26 май 2023г.

Изготвила становището:
проф. д-р Азнив Каспарян