

С Т А Н О В И Щ Е

по процедура за защита на дисертационен труд
на тема „Вариационни принципи за supinf задачи с ограничения
и равновесие в некооперативни игри“
за придобиване на образователна и научна степен „доктор“
от Детелина Кирилова Камбурова

в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление: 4.5. Математика,
докторска програма: Изследване на операциите
на Институт по математика и информатика при БАН

Становището е изготвено от проф. дн Надя Пейчева Златева, член на научното жури по процедурата, съгласно Заповед № 502/04.11.2022 г. на Директора на ИМИ-БАН.

1. Обща характеристика на дисертационния труд

Представеният от Детелина Камбурова дисертационен труд е с обем от 62 страници и е написан на български език. Състои от увод, три глави, заключителни бележки и библиография от 49 заглавия. На стр. 55 са посочени библиографски описания на четири авторски публикации по дисертацията.

Съдържанието е много добре представено. Позоваването на вече известни резултати на други автори е изчерпателно и коректно. Дисертационният труд съдържа научни резултати, които са оригинален принос към научната област и които могат да бъдат продължени в бъдещи изследвания.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

Детелина Камбурова е възпитаник на Факултета по математика и информатика на Софийски университет „Св. Климент Охридски“ (ФМИ), където тя завършва бакалавърска програма *Математика* през 2007 г. и магистърска програма *Математическо моделиране в икономиката* през 2009 г. От януари 2012 до януари 2022 г. (с прекъсвания поради майчинство) е докторант в докторска програма *Изследване на операциите* на ИМИ-БАН с научен ръководител проф. дмн Юлиан Ревалски.

Познавам Детелина Камбурова от студентка. Освен това тя е и дългогодишен хоноруван преподавател на упражненията по *Линейно оптимизиране* и *Нелинейно оптимизиране*, на които съм лектор във ФМИ. Имам добри впечатления за нея като колега с добро отношение към студентите и отговорно отношение към преподаване на материала. Познавам изследователската ѝ работа от съвместно участие в колективите на два проекта по националния фонд *Научни изследвания*. Присъствала съм и на изнесени от нея доклади на различни научни семинари и конференции, които показват и способността ѝ да представя по адекватен начин резултатите си.

3. Съдържателен анализ на представения дисертационен труд и публикациите към него

В **увода** е направен обзор на известните резултати и накратко са представени новите резултати, получени в дисертацията. Обзорът показва много добро познаване на състоянието на областта. Предхождащите резултати на други автори са надлежно цитирани. Ясно са открити приносите в дисертацията и са посочени въведените от дисертанта понятия и получените от него резултати.

В **Глава 1** се разглежда модел на Cournot като се извеждат някои свойства на функцията на печалбата в случай на (-1) -вдлъбнатата ценова функция. С помощта на тези свойства е доказано съществуване на равновесие в случай на (-1) -вдлъбнатата и непрекъснатата ценова функция. Ако функцията на цената е непрекъснатата и $(-1/N)$ -вдлъбнатата, където N е броят на фирмите на пазара, е доказано, че сумите на Nash са константни. Ако освен това функцията на цената е диференцируема, точката на равновесие е единствена. При доказателството за единственост е използвана техника, разработена от von Mouche и Quartieri в тяхна публикация от 2013 г. в *Journal of Global Optimization*, но резултатът в дисертацията не е еквивалентен на техния резултат. Дадени са примери, които показват, че свойството изпъкнала интегрирана ценова гъвкавост, дефинирано в тяхната статия не е следствие, нито обобщение на свойството (-1) -вдлъбнатост. Показано е съществуване и единственост на равновесието при 0 -вдлъбнатата (т.е. логаритмично вдлъбнатата) ценова функция като следствие на представения резултат. Тъй като Теорема 1.3.1 за съществуване е за негладки в общия случай функции, тя може да се разглежда като обобщение на резултат на Ewerhart, публикуван през 2014 г. в *Games and Economic Behavior*, в който се предполага, че функциите на приходи и разходи са два пъти диференцируеми.

Глава 2 е посветена на вариационни принципи за \inf и за $\sup\inf$ задачи с ограничения в напълно регулярни топологични пространства. За основа на резултатите в тази глава служат вариационните принципи за \inf и $\sup\inf$ задачи без ограничения, разглеждани от Kenderov и Revalski в техни публикации от 2010 и 2017 г. в *Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences*. Намерени са условия, които позволяват пертурбации на дадена функция с подходящи непрекъснати функции по такъв начин, че оптимизационната задача с ограничения за пертурбираната функция, да има решение. Вариационният принцип за \inf задачи с ограничения е използван за нови доказателства на вариационния принцип на Ekeland и на Теоремата за неподвижна точка на Caristi в метрични пространства. Получен е резултат за \sup -коректност и е направена характеристикация на коректно поставените $\sup\inf$ задачи.

В **Глава 3** се разглеждат некооперативни игри в общ вид без условие за непрекъснатост на функцията на печалбата. Въведена е дефиниция за игра със слаби съответствия във функцията на печалбата с ограничено множество от общи точки на прекъсване (weak disjoint payoff matching (WDPM)). Даден е пример на игра, която удовлетворява WDPM. Показано е, че въведеното от Allison и Leroge в тяхна публикация от 2014 г. в *Journal of Economic Theory* условие DPM, е частен случай на WDPM. Доказано е, че ако една игра удовлетворява условието WDPM, тя е със слабо осигурена печалба в смесени стратегии. Слаба осигуреност на печалбата е условие за съществуване на равновесие в резултати на Dasgupta и Maskin, публикувани 1986 г. в

Review of Economics Studies и на Carmona, публикувани 2009 г. в *Journal of Economic Theory*. Като предимство на условието WDPМ може да се посочи това, че няма нужда да се работи с вероятностни мерки, за да се докаже, че то е в сила.

Библиографията на дисертационния труд е изчерпателна и показва познаване на областта. Заглавията в нея са подредени по азбучен ред по фамилия на първия автор.

4. Аprobация на резултатите

В **Заклучителните бележки** са посочени експлицитно основните приноси на дисертацията. Получените резултати са докладвани на два семинара, един интердисциплинарен докторантски форум и на една международна конференция и са публикувани в:

- (1) Gaumont D., **Kamburova D.**, Revalski J.P., Perturbations of supinf problems with constraints, *Vietnam Journal of Mathematics*, (2019), 47(3), 659–667, SJR 0.375, Q3(Mathematics (miscellaneous));
- (2) **Kamburova D.**, Marinov R., Cournot equilibrium in case of (-1)-concave price function, *Mathematica*, (2019), 61(2), 138–145, SJR 0.223 Q4(Mathematics (miscellaneous));
- (3) **Kamburova D.**, Marinov R., A Note on Ekeland's Variational Principle and Caristi's Fixed Point Theorem, приета за публикуване в *Geometry, Integrability and Quantization*, (2022), SJR 0.22(2021) Q4(Applied Mathematics)(2021);
- (4) **Kamburova D.**, Weak payoff security in mixed strategies, *Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences*, (2020), 73(4), 467–474, 2367-5535, IF 0.378 Q4(Multidisciplinary Sciences), SJR 0.244 Q2(Multidisciplinary).

Много добро впечатление прави това, че едната от публикациите на Детелина Камбурова е самостоятелна, което само по себе си е добър атестат за качествата на дисертанта. В поне равностойния ѝ принос в останалите публикации по дисертацията нямам основание да се съмнявам. В представения дисертационен труд и свързаните с него публикации няма установено плагиатство.

5. Качества на автореферата

Авторефератът е на български език, с обем от 21 страници и 28 заглавия цитирана литература. В него изчерпателно и коректно са отразени резултатите, описани в дисертацията. В авторската справка, част от автореферата, са посочени ясно приносите на дисертационния труд. Номерацията на теореми, дефиниции и т.н. в автореферата не съвпада с номерацията им в дисертацията и това донякъде затруднява проследяването на съответствията.

6. Заключение

Дисертационният труд на Детелина Камбурова представлява оригинално изследване в областта на изследване на операциите. Получените резултати са нови и с потенциал за бъдещо развитие.

Въз основа на направения по-горе анализ **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответните му Правилници на БАН и ИМИ-БАН за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.5 Математика. В частност, кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените в процедурата научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на **Детелина Кирилова Камбурова** образователната и научна степен „доктор“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика (Изследване на операциите).

10 януари 2023 г.

/проф. дн Надя Златева/