

До Научния съвет
на Института по математика
и информатика на БАН

СТАНОВИЩЕ

от: проф. д-мн Гено Николов, Факултет по математика и информатика
на СУ "Св. Климент Охридски "

за дисертационния труд на Диана Кирилова Неделчева
"Теорема за неявната функция за обобщени уравнения"
за присъждане на образователната и научна степен *Доктор*
по научна специалност 01.01.11 *Изследване на операциите*

Представеният дисертационен труд *Теорема за неявната функция за обобщени уравнения* е с обем 106 страници и се състои от увод, четири глави, заключение и списък на цитираната литература включващ 27 заглавия.

Както е видно от заглавието, предмет на дисертационния труд са варианти на теоремата за неявните функции, отнасящи се за обобщени уравнения. Добре е известна важната роля на теоремата за неявните функции в класическия анализ. За решаването на някои оптимизационни задачи, стандартните предположения за гладкост в много случаи се явяват твърде ограничителни, а и често не са изпълнени, поради което е естествено да се постави въпросът за заместването им с по-слаби изисквания, като например липшицовост. От друга страна, вместо да се разглеждат класически уравнения, задаващи неявни функции, понякога е удобно да се разглеждат обобщени уравнения, породени от многозначни изображения. При такива обобщени уравнения е важно да се отговори на въпроса, дали изображението на решението може да бъде графично локализирано така, че да се получи еднозначна функция, което е всъщност търсената неявна функция.

Класическите итерационни методи на Нютон, хордите и секущите за решаване на нелинейни уравнения имат свои аналози при обобщените уравнения. Тези аналози са изучавани напоследък в някои работи на А. Дончев и Р. Рокафелар. Тези методи са обект на дисертационния труд на Диана Неделчева.

В Глава първа на дисертацията са въведени необходимите термини, означения и предварителни резултати, които се използват по-нататък. Съществената част от дисертацията е във втората и третата глава от дисертацията.

В Глава втора се разглеждат итерационни методи за решаване на обобщени уравнения с параметър. В параграф 1 се разглежда метод от Нютонов тип, включващ поточкова апроксимация, и се доказва теорема за равномерна квадратична сходимост при достатъчно добро начално приближение (Теорема 2.1.2). Доказана е и теорема за неявната функция (Теорема 2.1.3). Тези теореми са аналози на резултати получени от Дончев и Рокафелар, но в случая се предполага, че функцията не притежава производна по Фреше, а има поточкова апроксимация. Подробните доказателства на тези теореми са изложени в т. нар. Анекс (Глава 4). Параграф 2 е посветен на изучаването на аналогични въпроси за метода на хордите (Теорема 2.2.1 и 2.2.2). Предимство на

този метод е, че не се налага пресмятане на производна по Фреше, но пък скоростта на сходимост е на геометрична прогресия. Предмет на параграф 3 от втора глава е метода на секущите, за който са доказани теореми за сходимост (качествено по-добра, в сравнение с метода на хордите) и за неявните функции (Теореми 2.3.2 и 2.3.3).

Третата глава на дисертационния труд на Диана Неделчева е посветена на изучаването на някои обобщения на понятието свиващо изображение, отнасящо се за многозначни изображения. Тук, предположението за псевдо-свиващо изображение е заменено с по-общо предположение в термини на Бианчини-Грандолфи калибровачни функции. Дисертантът въвежда понятията като липшицовост с модул функция и метрично регулярно пространство с модул функция, и ги илюстрира с подходящи примери. При такава по-обща постановка, в параграф 1 са доказани теорема за неподвижната точка (Теорема 3.1.1), теорема за обратното изображение (Теорема 3.1.2) и теорема за неявното изображение (Теорема 3.1.3). Теорема за неподвижната точка за еднозначни изображения при предположения в термините на Бианчини-Грандолфи калибровачни функции е доказана в параграф 2. Пак там са изложени две теореми за обратната функция със силна метрична регулярност (Теореми 3.2.2 и 3.2.3), които се явяват обобщения на аналогични резултати, получени от Дончев и Рокафелар.

Резултатите от дисертацията са публикувани в 4 статии, всичките в специализирани списания издавани в чужбина. Две от тях са самостоятелни, и две са в съавторство с Р. Маринов. Една от публикациите е в списание с импакт-фактор (*Mathematica Slovaca*, IF 0.451 за 2013/2014 г.), други две публикации са в списания на Springer (*Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* и *Ricerch di Mathematica*), които са реферирани и индексирани в SCOPUS, ZentralBlat, Math. Review и др. Една от публикациите е в списанието *Advancement and Development in Applied Mathematics*, издавано в Индия за което не разполагам с данни. Приемам, че приносът на Диана Неделчева в съвместните ѝ публикации с Р. Маринов е равносоеен с този на нейния съавтор. Не намерих цитирания на тези публикации, което е обяснимо с факта, че публикациите са от периода 2012 - 2013 г.

Авторефератът на дисертационния труд е в обем от 30 страници, и отразява правилно съдържанието на дисертацията. Същото важи и за приложената *Справка за приносите на дисертацията*.

4. Заключение.

Дисертационният труд "Теореми за неявната функция за обобщени уравнения" на Диана Неделчева отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ и на Правилника на ИМИ - БАН за придобиване на образователната и научна степен *Доктор*. Дисертантът е получил задълбочени познания в актуална област на математиката, каквато е теорията на многозначните изображения. Тези свои познания той е приложил за получаване на обобщения на актуални резултати за различни варианти на теоремата за неявната функция, доказани от А. Дончев и Р. Т. Рокафелар. При доказателството на тези резултати Диана Неделчева е проявила умение и преодоляла технически трудности.

Въз основа на изложеното по-горе убедено препоръчвам на уважаемия Научен Съвет на ИМИ на БАН да присъди на Диана Кирилова Неделчева образователната и научна степен "Доктор" по научната специалност 01.01.11 "Изследване на операциите".

София, 30 април, 2015 г.