

СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Румен Петров Малеев

За дисертация за придобиване на образователната и научна степен „ДОКТОР“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика.

Професионално направление: 4.5. Математика.

с автор: Диана Кирилова Неделчева

тема: **ТЕОРЕМИ ЗА НЕЯВНАТА ФУНКЦИЯ ЗА ОБОБЩЕНИ УРАВНЕНИЯ**

Данни за кандидата. Диана Неделчева е завършила висшето си образование през 2005 г. и има магистратура по Приложна математика в Пловдивския университет „П. Хилендарски“ от 2010 г. Работила е като преподавател в ИТ гимназията „Екзюпери“ във Варна (2005-2007 г.), а от 2007 г. е редовен асистент в ТУ Варна.

Документи. Ас. Неделчева е представила всички изисквани документи и дисертация, представляваща печатен текст от 100 страници, включващи Увод, две глави и Анекс. Към текста има библиография, съдържаща 27 заглавия.

Представеният автореферат и заключението вярно отразяват съдържанието на дисертацията и приносите на дисертанта.

Обзор на съдържанието на дисертацията и научни приноси. Основен обект на изследване в дисертацията на ас. Неделчева са параметризираните обобщени уравнения от вида:

$$f(p, x) + F(x) \ni 0 \text{ или еквивалентно } -f(p, x) \in F(x)$$

за функция $f: P \times X \rightarrow Y$ и изобщо казано многозначно изображение $F: X \rightrightarrows Y$, където P, X, Y са банахови или метрични пространства. Системното изучаване на обобщени уравнения, позволяващо единен подход към редица важни задачи от анализа, вариационния анализ, оптимизацията и числения анализ, започва в последната четвърт на миналия век с работите на С. М. Робинсон. Твърдения от типа на теореми за неявната функция и обратната функция за параметризираните обобщени уравнения са свързани с изучаването на свойствата (съществуване на еднозначна локализация и нейни свойства от тип непрекъснатост и диференцируемост) на т.н. изображение на решението $S: p \mapsto \{x \in X: f(p, x) + F(x) \ni 0\}$, $p \in P$, съпоставящо на всяка стойност на параметъра p всички решения x на дефиниционното включване $f(p, x) + F(x) \ni 0$. Постигнатите многобройни резултати в това направление, включително и тези от последните години, са намерили отражение в двете издания на Springer на книгата „Implicit Functions and Solution

Mappings“ на А. Дончев и Р.Т. Рокафелар от 2009 и 2014г. Изследванията в дисертацията се базират на системното използване на методи и техники от тази книга. В Глава 2 са разгледани итерационни методи за параметризирани обобщени уравнения – метод от нютонот тип, включващ поточкова апроксимация, метод на хордите и метод на секущите. При подходящи предположения са доказани сходимост към еднозначна локализация на изображението на решението, липшицовост на тази локализация (теорема за неявната функция) и са намерени оценки за съответните липшицови модули. Тези резултати са аналози за параметризирани обобщени уравнения на редица резултати за непараметризирани обобщени уравнения на Дончев, Рокафелар, Маринов, Жофроа и Пиетрус и др. В глава 3 е доказана теорема за неподвижната точка за многозначни изображения с Обен свойството с Бианчини-Грандолфи калибровъчна функция “. Указан е пример на Бианчини-Грандолфи калибровъчна функция, която не е свиващо изображение, което показва, че получената теорема за неподвижната точка представлява обобщение на аналогични резултати на Дончев, Рокафелар и др. Като следствие е получена теорема за обратното изображение за многозначни изображения $g + F$, където g и F са съответно липшицова функция с модулна функция ψ и метрично регулярно изображение с модулна функция φ , такива че $\varphi(\psi)$ е Бианчини-Грандолфи калибровъчна функция. За g липшицова и F метрично регулярно резултатът принадлежи на Дончев и Рокафелар. Доказани са и аналогични теореми за обратната и неявната функция при силна метрична регулярност, които обобщават съответни резултати на Дончев и Рокафелар.

Публикации. Представените работи, използвани от ас. Неделчева в дисертацията, са 4, Всичките са публикувани или приети за публикуване в научни списания, както следва: в Rend. Circ. Mat. Palermo (Италия), Advancements and Developments in Applied Mathematics, Mathematica Slovaca, Ricerche di Matematica (Италия). От представените работи 2 са самостоятелни, а 2 - с един съавтор. Считаю, че приносът на всеки от авторите в съвместните статии е равностоен. Няма представени данни за цитирания на публикациите и не съм намерил такива.

Забележки и препоръки. Нямам съществени забележки по изложението. В бъдещите си изследвания дисертантката би могла да потърси съдържателни приложни задачи, които потвърждават полезността на разгледаните в дисертацията обобщения на методите и резултатите на други автори.

Заклучение. От изложението се вижда, че ас. Неделчева е запозната със съвременните изследвания във вариационния анализ, свързани с неявни функции и изображения на решението на обобщени уравнения – една динамично развиваща се област от математиката. Получените от нея резултати показват, че тя е овладяла методите на изследване в тази област и може да ги прилага за получаване на нови резултати. Считаю,

че дисертацията на ас. Неделчева удовлетворява изискванията, предвидени от ЗРАСРБ, правилниците за прилагането му, както и специфичните изисквания на ИМИ на БАН за получаване на исканата научна степен. Затова **заключението ми е положително** и предлагам на почитаемото научно жури да предложи на Научния съвет на ИМИ на БАН да присвои на ас. **Диана Кирилова Неделчева** образователната и научна степен „ДОКТОР“ на ИМИ на БАН.

София, 9 май 2015 г.

Подпис:

(Р. П. Малеев)