

## Становище

от чл.-кор. Юлиан Ревалски

върху дисертационния труд на Диана Кирилова Неделчева на тема  
Теореме за неявната функция за обобщени уравнения  
за получаване на образователната и научна степен "доктор" в професионално  
направление 4.5. математика

Диана Кирилова Неделчева е асистент в ТУ Варна и беше зачислена в свободна докторантура в ИМИ-БАН през ноември 2011 година.

Дисертационният труд на Д. Неделчева е с общ обем от 106 страници и се състои от увод, три глави, анекс и цитирана литература от 27 заглавия. Той е посветен на изучаване на методи за решаване на обобщени уравнения при наличие на параметър и свързани с тях теореми за неявната функция. Обобщените уравнения от вида

$$0 \in f(x) + F(x), x \in X,$$

където  $f$  и  $F$  са съответно еднозначно и многозначно изображение от банаховото пространство  $X$  в друго банахово пространство  $Y$ , се появиха през последната третина на миналия век като постановка, обхващаща редица вариационни задачи, като например: оптимизационни задачи, вариационни неравенства, диференциални включвания, системи от равенства и неравенства и др. Настоящото изследване има своите корени в работа на А. Дончев от втората половина на 90-те години, обобщаваща метода на Нютон за подобни уравнения и доказване на локална сходимост при определени предположения. Тематиката получи силно развитие в последващите години в редица работи, в частност голяма част от получените резултати бяха публикувани в монография на А. Дончев и Р. Рокафелар.

В настоящата дисертация авторът си поставя за цел да изучава подобни уравнения при наличие на параметър. Естествен въпрос, който се появява при тази постановка е не само съществуването на решение и доказателство на сходимост на определени числени процедури, но и как решенията зависят от параметъра, откъдето и интересът за получаване на съответните теореми за неявната функция за подобни задачи.

Уводът на дисертацията въвежда читателя в тематиката, която ще се изучава, както и очертава кръга от задачи, които ще се изследват в дисертационния труд. Глава първа е въвеждаща и съдържа необходимите предварителни понятия и резултати, които се използват по-нататък в изложението. Глава втора изучава итерационни процедури за решаване на обобщени уравнения от горния тип при наличие на параметър. Разгледани са: метод на Нютон, при който не се

предполага диференцируемост на еднозначната част на обобщеното уравнение, а само наличие на поточкова апроксимация на  $f$  от определен тип. При съответни (аналогични на съществуващи) предположения е доказана локална квадратична сходимост. Доказана е и съответната теорема за неявна функция за този метод, аналогична на резултат на Дончев и Рокафелар.

Вторият метод за решаване на обобщени уравнения разгледан в Глава втора е методът на хордите. Спецификата тук е, че в итерационната процедура не се налага пресмятане на производната на Фреше на еднозначната част. При съответни предположения е доказана (линейна) равномерна сходимост на този метод и отново съответната теорема за неявна функция.

Третият метод в тази глава е методът на секущите за решаване на смутено обобщено уравнение (смуцението е породено от еднозначно изображение), в който се използват разделени разлики от първи и втори ред за смуцението. Отново при съответни предположения е доказана локална сходимост на метода, както и теорема за неявна функция.

Трета глава от дисертационния труд третира валидността на теореми за неявната функция, при които свойства от тип липшицовост (в частност свиващи изображения) се дефинират с помощта на модулни или калибровъчни функции. Доказана е теорема за неподвижната точка, обобщаваща теорема на Дончев и Рокафелар, при която се използва по-общата дефиниция на свиващо изображение с модул функция. Получена е и теорема за обратното изображение за изображения, които описват обобщените уравнения, а именно изображения от вида  $f + F$ , при които се използват понятия за липшицовост и Обен непрекъснатост с калибровъчни функции. Тази теорема е обобщение на съответна теорема на Дончев и Рокафелар. Подходът с обобщени понятия за липшицовост е използван и за доказване на теорема за неявната функция (отново обобщение на резултат на Дончев и Рокафелар) за параметризирани обобщени уравнения. По-нататък в тази трета глава е изследван въпросът за валидността на последните две теореми (за обратното изображение и неявната функция за параметризирани обобщени уравнения) за метрично регулярни изображения, като понятията за регулярност са въведени с помощта на модул функции и калибровъчни функции. Дадени са примери показващи, че с новите понятия съществено се разширява класът на изображения, който попада сред тези, за които са в сила съответните резултати.

Получените резултати от докторантката са в съвременния област на приложната математика. Докторантката е положила значителни усилия да навлезе в същността на постиженията в тази област и е изследвала естествено появяващия се въпрос за наличие на параметър в решаваните задачи и важноста на поведението на множествата от решения в зависимост от параметъра. Приносът и в това отношение е важен. Използвала е апарат на нелинияния анализ, който изисква преодоляването на съществени трудности.



Докторантката има общо 4 публикации всичките в списания в чужбина, 2 от които са самостоятелни, а 2 съвместни, като по този начин напълно покрива изискванията на съответните правилници. Няма представен документ за авторски принос, но приемам, че приносът на докторантката е равностоеен.

Няма представен списък с цитирания, което е естествено, при това че публикациите са неотдавнашни.

Като критична мога да отиравя бележката, че изложението на места страда от недостатъчна ясност и строгост.

Авторефератът правилно отразява съдържанието на дисертационния труд.

**Заключение:** Дисертацията на Диана Неделчева е в съвременна област на приложната математика. Докторантката е получила редица резултати, които обобщават съществуващи такива на известни специалисти. Навлязла е в същността на изследваната материя и е адаптирала подходящо използвани подходи и техники на доказателства. Резултатите са публикувани в 4 статии в чуждестранни списания. Считаю, че с това се покриват изискванията на ЗРАС за получаване на образователната и научна степен доктор. Ето защо предлагам на почитаемото жури да предложи на НС на ИМИ-БАН да присъди на Диана Кирилова Неделчева образователната и научна степен доктор.

София, 28.04.2015