РЕЦЕНЗИЯ

за дисертацията на Емил Петков Каменов на тема:
"Асимптотични резултати за случайни целочислени разлагания на големи числа"
представена за присъждане на образователната и научната степен "Доктор"
по научната специалност 01.01.10 "Теория на вероятностите и математическа статистика".

Рецензент: проф. дмн Косто Вълов Митов

Кратка биографична справка. Емил Каменов е завършил магистърска степен на ФМИ по специалността "Вероятности и статистика" през 1998г. От тогава работи като асистент във ФМИ. През 1999 е получил наградата на името на "Кирил Попов", присъждана от БСД. Член е на БСД.

Материали по защитата. Представените за защитата материали включват: Дисертация, Автореферат (PDF файл), Копия от публикациите (4 бр.) Автобиография, Списък с публикациите по дисертацията и Списък с цитирания. Дисертацията се състои от увод, четири глави и литература с общ обем от 82 страници. Литературата съдържа 60 заглавия.

Общо за проблемите в дисертацията. Задачата за разлагане на дадено цяло положително число n на сума от цели положителни събираеми и в частност за намиране на формула за броя на тези разлагания, когато числото е много голямо, води началото си от Ойлер, но асимптотична формула за броя на разлаганията е намерена чак в началото на 20 век от Харди и Рамануджан. Твърде плодотворна се оказва идеята за въвеждане на равномерно разпределение в множеството от всички разлагания на голямо естествено число. В така полученото вероятностно пространство могат да се дефинират различни случайни величини. Във връзка с тези случайни величини възникват редица интересни и трудни за решаване проблеми, свързани с асимптотика на моментите и гранични разпределения, когато n расте неограничено. Да отбележим, че за пръв път вроятностен подход към целочислените разлагания е предложен от Ердьош и Ленер през 1941г.

В представената дисертация се разглеждат четири проблема от областта на случайните целочислени разлагания на големи цели числа, като са получени асимптотични формули и гранични теореми, свързани с тези разлгания.

Съдържание дисертацията.

Уводът е доста обширен, но това е полезно, тъй като повечето от резултатите, представени в него и използвани по-нататък в изложението, не са публикувани на български език до сега. В увода са формулирани и задачите, които се решават в четирите глави на дисертацията а именно:

1. Асимптотика на математичесто очакване на сл. в. $Y_{s,n}$, равна на броя на различните събираеми, броени без кратността им, в разлагането на числото n, които са по-големи от дадено фиксирано число s. Полученият резултат обобщава доказана по-рано от Уилф теорема в частния случай $s = 0$.

2. Вторият резултат в дисертацията се отнася за дисперсията на сл. в. $X_{m,n}$, равна на броя на частите в разлагането на числото n, които се срещат точно m пъти.

3. Третият резултат няма стохастичен характер. Той уточнява една формула получена от Райт през 1931г. за броя на плоските разлагания на дадено естествено число. Методът на доказателството е различен от този на Райт.

4. Последният проблем е свързан отново с плоските разлагания на естествено число n, като е въведено равномерно разпределение в множеството от тези плоски разлагания. За случайна величина, наречена следа на плоското разлагане, е доказана асимптотична нормалност при подходяща нормировка.

Доказателствата на тези резултати съставляват съдържанието на четирите глави на дисертацията.

Глава първа съдържа формулировката и доказателството на първия от тези резултати. Доказателството се състои от няколко стъпки. Най-напред е намерена пораждащата функция на моментите на сл. величина $Y_{s,n}$. Формулата на Коши за коефициентите в Лорановото развитие дава точен израз за първия момент $E[Y_{s,n}]$, умножен с броя $p(n)$ на всички разлагания на числото n. За намиране на асимптотичната формула при $n \to \infty$, във формулата на Коши е избран е подходящ контур на интегриране, окръжност с радиус, клонящ към нула. Интегралът е разделен на два интеграла. В първия аргументът е в малък интервал около нулата. Той дава асимпптотиката на математическото очакване. За втория интеграл по голямата дъга е доказано, че е пренебрежимо малък в сравнение с първия.

Глава втора съдържа доказателството на втория резултат от списъка. Тук е използвана двумерна пораждаща функция на броя на всички разлагания на числото n, които имат точно j части с кратност m. Иначе казано редицата от пораждащи функции на сл. величини $X_{m,n}$ е умнжена с $p(n)x^n$ и е сумирана относно n. След диференциране са получени редове за първия и втория факториални моменти. Използвайки метод аналогичен с този от Глава 1, е намерена асимптотика на втория факториален момент на сл. в. $X_{m,n}$. Използвана е и известна формула за математическото очакване на тази сл. в., доказана от Кортел, Пител, Савидж и Уилф, за да се докаже асимтотика на дисперсията.

Глава трета съдържа уточнение на формулата на Райт за броя на плоските разлагания. Доказателството не следва пътя на Райт. Дадено е ново доказателство, което използва една теорема на Мейнардус, отнасяща се за асимптотика на коефициентите на клас от пораждащи функции, които могат да се представят чрез безкрайно произведение. За проверка на условията на теоремата, което не е тривиално, е използван един нов резултат на Грановски, Старк и Ерлихсон от 2008г. Това улеснява приложението на теоремата на Мейнардус към пораждащата функция на броя на плоските разлагания.

Четвърта глава съдържа доказателството на гранична теорема за следата на плоско разлагане. Доказана е асимптотична нормалност при подходяща нормировка. При доказателството са използвани пораждащи функции в комплексната равнина, подходящи асимптотични разлагания на тези функции и естествено теоремата за непрекъснатост при характеристичните функции.

Трябва да се каже, че доказателствата и на четирите теореми са твърде сложни. Дисертантът ги е разделил по подходящ начин на леми и отделни стъпки, което облекчава проследяването им. Използвани са разнообразни методи от различни области на математиката като: пораждаши и характеристични функции, комбинаторни резултати, резултати от теория на числата, теория на аналитичните функции и др. Естествено това изисква добро познаване на тези области и голяма сръчност и умение при пресмятанията и оценките.

Получените в дисертацията резултати имат чисто теоретичен характер. Те са оригинални и представляват принос към тази част от теорията на числата, която можем да наречем стохастична.

Забележки. Намерени са дребни правописни грешки. Ето някои от тях:

Единствено в заглавието на втора глава е написано Глава 2 - , но за сметка на това е изядено едно "в".

стр. 16, ред 8 отгоре би трябвало да е $Y_{s+1,n} = k$?

стр. 16, ред 4 отдолу би трябвало да е $j \in H$ вместо $j \in T$?

стр. 21, ред 2 отгоре. Текстът започващ с "Ако $h(y)$....имащи точно тези свойства." на мен не ми е ясен.

стр. 23 и 24. Там се среща $Q(n)$ и $Q(x)$. Според мен едното е коефициент, а другото е пораждаща функция. Може би трябва да е $G(x)$ вместо $Q(x)$.

стр 27, ред 4 отгоре би трябвало да е $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

стр 28, Защо във формулата за следата сумирането върви до n. В примера по-долу $n = 21$, а сумата в следата се състои от 3 събираеми.

стр. 34, формула (34) има изпуснато x^n.

стр. 47, Преди формула (83) би трябвало да е "Тогава, отново от (81) и (82)...".

стр. 54, формула (110) би трябвало да е $f(x)$.

стр. 58, ред 3 отдолу може би в степенния показтел на $u = e^{iT}$ трябва да има и променлива освен нормиращата константа T?

Другата ми забележка се отнася общо за оформлението както на дисертацията, така и на автореферата. Считам, че то би могло да се направи значително по-грижливо.

Публикации. Списъкът от публикации по дисертацията съдържа 4 заглавия. От тях 2 са самостоятелни и 2 са в съавторство с научния ръководител. Всички са излезли от печат. Тъй като не е указано друго, считам, че в съвместните работи приносът на дисертанта е равен на приноса на другия съавтор.

Авторефератът представя пълно и точно съдържанието на дисертацията.

Цитирания. Дисертантът е представил списък от 5 работи на други автори, в които има цитирания на 2 от статиите по дисертацията.

Считам, че заявените в заключението на дисертацията и в автореферата приноси действително са такива.

Личните ми впечатления за Емил Каменов са добри. Те са основно от негови представяния на семинарите и конференциите по вероятности и статистика и анализ на данни.

Заключение. Въз основа на изложеното считам, че представения дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, поради което убедено препоръчвам на почитаемото жури да присъди на Емил Петков Каменов образователната и научната степен “ДОКТОР” по научната специалност 01.01.10 “Теория на вероятностите и математическа статистика”.

гр. Плевен 20.04.2012г. Косто Митов