РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен "доктор" в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5.Математика, научна специалност: 01.01.10 "Теория на вероятностите и математическа статистика" с автор Емил Петков Каменов, на тема "Асимптотични резултати за случайни целочислени разлагания на големи числа"

Рецензент: доц. Цветан Генов Игнатов - пенсионер

Тази рецензия е написана и представена на основание на заповед 65/28.02.2012г. на Директора на Института по математика и информатика при Българска академия на науките, както и на решение на научното жури по процедурата (Протокол от 02.03.2012г.)

1. Обща информация за докторанта

Емил Каменов е задочен докторант към секция „Вероятности и статистика" на Института по математика и информатика при БАН с научен ръководител проф.дмн Любен Мутафчиев. Има висше образование по математика - магистър – специалност „Вероятности и статистика" към ФМИ на СУ „Св.Климент Охридски" 1998г. Във факултета по Математика и информатика работи от 1998 година като в момента е на длъжност „главен асистент". От 2007г. работи допълнително към „ Казино технологии "АД като дизайнер на игри. Владее английски и руски. През 2006г. е бил на специализация за три месеца в Рени института към Унгарската академия на науките.

Взел е участие в следните научни конференции:

- Дванадесета международна конференция по случайни структури и алгоритми, 1-5 август, 2005г., Познан.
- Международна конференция по Вероятности и статистика, 2006г., 2008г., 2010г., Созопол.
- Национален семинар за образованието по стохастика, 2007г., 2009г., 2011г.,Китен.
- Въпроси свързани с пресмятане на статистики на околната среда, 7 - 11 септември, 2009г., Пампорово.

Участвувал е в следните научни проекти:

- Договор за научни изследвания ВУ-МИ-105/2005г.
- Договор за научни изследвания СУ - № 120 /2009г.

Член е на Българското статистическо дружество (БСД)

Получил е награда „Акад.Кирил Попов" на БСД за 1999г.

Освен като преподавател във ФМИ гл.ас. Емил Каменов води и активна научно-изследователска дейност. Неговите научни интереси и досегашните изследователски резултати са в областта на комбинаториката и по-точно в използване на вероятностни и аналитични (комплексен анализ) методи за решаване на различни комбинаторни задачи.

2. Анализ на съдържанието, резултатите и приносите на дисертационния труд

Дисертационният труд е посветен на намиране на асимптотични резултати за случайни целочислени разлагания на големи естествени числа. Нека припомним, че всяко представяне на дадено естествено число на сума от естествени числа наричаме разлагане на това число. Разлаганията се изучават както в комбинаториката (например при пресмятане и търсене асимптотиката на броя на разлаганията от даден тип) така и в теория на числата (например при задачи свързани с адитивно представяне на числата с аритметични ограничения върху слагаемите).

Първият ефективен инструмент за третиране на задачи свързани с разлагания е методът на пораждащите функции разработен и използван от Леонард Ойлер (1741). Усъвършенствуване на метода на производящите функции се дължи на усилията на много математици като: Харди и Рамануджан (1918), Радемахер (1937) и др.за решаване на задачи свързани с адитивните разлагания. Доказателството на асимптотичната формула на Харди и Рамануджан за броя на всички разлагания е и първи пример за прилагане на така наречения "кръгов метод".

Нека отбележим, че методът на пораждащите функции на Дирихле, методът на тригонометричните суми, методът на характеристичните функции са методи усъвършенствувани от метода на пораждащите функции и се използват не само в комбинаториката и теория на числата.

Изучаването на случайните целочислени разлагания започва с работата на Ердъош и Леенер(1941), които въвеждат равномерно вероятностно разпределение върху множеството от разлаганията на дадено естествено число.

Тази работа е и пример за използване на вероятностен подход при третиране на задачи от теорията на разлаганията.

Исторически още в началото при решаване на задачи свързани с адитивни разлагания математиците работещи в тази област са срещали сериозни трудности и е нужна била голяма изобретателност за преодоляване на тези трудности. Това е довело до създаването на специални методи на теорията на разлаганията, които се използват и в други области на математиката (например в теория на апроксимациите са изследвани от Стечкин някои екстремални свойства на разлагания на числата). Освен това съществуват и реални явления, които имат адекватно описание в термините на адитивно разлагане на числа (например комбинаторно описание на фрагментиране на човешката памет).

От по-горе изложеното можем да се аргументираме, че областта на изследванията на дисертанта е сложна, трудна и актуална.

Дисертацията се състои от 82 страници текст, включващ увод, четири глави, заключение и списък на цитираните литературни източници.

Уводът съдържа 11 параграфа и започва с кратка история на ранните резултати в теорията на разлаганията. В първи параграф §01 са въведени най-често използваните понятия и означения. В параграфи §02 и §03 е представен метод за графично представяне на целочислените разлагания – диаграмите на Ферер и е изложено доказателството на Франклин на знаменитата пентагонална теорема на Ойлер. Като следствие от тази теорема е дадена рекурентна формула за броя на разлаганията. В §04 е цитиран резултатът на Харди и Рамануджан за общия брой на целочислените разлагания а също така и усъвършенствувания вариант на този резултат - предложената от Радемахер точна формула. В §05 са цитирани два резултата върху целочислените разлагания на Ердьош и Леенер, които са получени с вероятностни методи. По – точно върху множеството на всички целочислени разлагания на фиксирано естествено число n се въвежда равномерно вероятностно разпределение с вероятност за всяко отделно разлагане ω равна на $1/p(n)$, където с $p(n)$ е означен броят на всички ненаредени разлагания на n. В това крайно вероятностно пространство различни характеристики на целочислените разлагания се разглеждат като случайни величини. Така например в §06 е въведена случайната величина $Y_{s,n}(\omega)$ с която е означен броят на различните части, броени без кратността им, по-големи или равни на s в случайното разлагане ω на естественото число n. В този параграф са цитирани няколко резултата:

- на Уилф(1983) за асимптотиката на средната стойност $E(Y_{0,n})$ на случайната величина $Y_{0,n}$
- на Гох и Шмутц(1995) за асимптотичната нормалност на $Y_{0,n}(n)$ при

подходящо нормиране
- на Мутафчиев(2000) за асимптотичната нормалност на $Y_{s,n}$ при подходящо нормиране

Освен това е изложено, следвайки Уилф, извеждането на пораждащата функция $\sum_{k,n\geq 0} p(0,k,n)x^n y^k$, където $p(0,k,n)$ е вероятността на събитието $\{\omega : Y_{0,n}(\omega) = k\}$.

В §07 следвайки Кортел, Пител, Савидж и Уилф(1999) е дадено извеждането на пораждащата функция $H(x,y) = \sum_{n,j\geq 0} x^n y^j p(n,j,m)$, където $p(n,j,m)$ е броят на разлаганията на n, които имат точно j части с кратност m. Освен това е цитиран резултат на Кортел, Пител, Савидж и Уилф за асимптотиката на $E(X_{m,n})$, където $X_{m,n}$ е случайната величина брояща частите с кратност m в случайно разлагане на n.

Параграфи 0.8,0.9,0.10 и 0.11 са посветени на плоски разлагания. В §0.8 се въвежда плоско разлагане, което се споменава за първи път от Юнг(1901). В §0.9 се дава в щрихи доказателството на вида на пораждащата функция $G(x)$ на броя на плоските разлагания $Q(n)$,изведена преди век от Мак Махон. В §0.10 е цитиран резултатът на Райт(1931) за асимптотичното поведение на числата $Q(n)$. В §0.10 са въведени понятията следа и спрегната следа на плоско разлагане съгласно Стенли(1973). Изведена е формулата на Стенли за пораждащата функция $\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty} T_q(n)u^q x^n$, където $T_q(n)$ е броят на плоските разлагания на естественото число n, които имат следа равна на q.

Първа глава е посветена на намиране на асимптотичното поведение на средната стойност на случайната величина $Y_{s,n}$. Основната теорема (Теорема1) е обобщение на резултата на Уилф(1983) направен за $E(Y_{0,n})$.

Докторантът използва умело идеята на Уилф за намиране на пораждащата функция на моментите на $Y_{0,n}$ и с тази идея извежда пораждащата функция на моментите на $Y_{s,n}$ в 1.1 (Лема1.1). В параграф 1.2 е въведено понятието допустима функция по Хайман(1956) и е формулирана теоремата на Хайман за асимптотиката на коефициентите на Тейлоровото развитие в 0 на такава функция. Формулиран е и резултатът на Одлизко и Ричмънд(1985), че пораждащата функция $g(x)$ на редицата $p(n)$ е допустима функция по Хайман. От тези два резултата се получава асимптотика за $p(n)$, която е по-удобна за докторанта от асимптотиката на Харди и Рамануджан (виж Лема1.2, а така също и оценките на Мутафчиев(2000)). Използвайки формулата на Коши от комплексния анализ за коефициентите и други техники за подходящо контурно интегриране и оценки на интеграла върху парчета от този контур в §1.3, §1.4 и §1.5 е направен съответния асимптотичен анализ и е доказана Теорема 1.

В глава 2 основния резултат е Теорема 2, която дава асимптотичното поведение на дисперсията $D(X_{m,n})$ на случайната величина $X_{m,n}$. И тук начинът на доказване е със същите техники , но разбира се с друга пораждаща функция, а именно $H(x,y)$ от параграф 0.7.

В глава 3 се дава ново доказателство (Теорема 3) на асимптотичната формула на Райт за броя $Q(n)$ на плоските разлагания на дадено естествено число n, използвайки теоремата на Мейнардус(1954),даваща асимптотична формула за цял клас от пораждащи функции от вида – безкрайно произведение. Това предоказване е мотивирано от допусната от Райт неточност в неговата формула.

В глава 4 основния резултат е Теорема 4 че граничното разпределение на редицата от случайни величини τ_n подходящо центрирани и нормирани е стандартното Гаусово разпределение, където $\tau_n(\omega)$ е следата на случайното плоско разлагане ω на естественото число n.

В заключението е дадено мнението на докторанта за основните приноси на дисертационния труд. Отбелязани са и научните форуми, пред които са докладвани тези резултати.

Списъкът на използваните литературни източници включва 60 заглавия, цитирани по подходящ начин в текста на дисертационния труд. Този списък съдържа класически и най-актуални източници в областта на разлаганията и конкретно по методите използвани в работата по дисертацията.

Основните научни приноси в дисертационния труд това са доказаните четири теореми в отделните четири глави. Теорема 1 и Теорема 2 продължават и обобщават изследванията в работите на Уилф(1983) и Кортел, Пител, Савидж и Уилф(1999). Теорема 3 отстранява допусната грешка в един резултат на Райт(1931) и доказателството е по-кратко. Дори доказателството приведено в този дисертационен труд е по кратко от това в публикацията на Мутафчиев и Каменов(2006). Теорема 4 е нов резултат. Тези резултати са докладвани у нас и в чужбина по научни конферннци, школи и др. (виж Заключение 5 на стр.77)

Като цяло дисертационният труд прави отлично впечатление със задълбочеността, точните формулировки и умело използване на много резултати от реалния и комплексен анализ. Резултатите, представени в него имат висока теоретична стойност.

3. Публикации, които отразяват дисертацията. Отражение на резулатите на дисертацията в трудове на други автори

Резултатите, получени в дисертационния труд, са публикувани в 4 статии, от които две самостоятелни.Три от публикациите са в България и една в Унгария в

престижни научни издания.
Към настоящия момент са известни 6 цитата. По-долу са дадени статиите и местата, където са цитирани.

L.Mutafchiev, E.Kamenov, Asymptotic formula for the number of plane partitions of positive integers, Comptes rend. de l'Acad. Bulg.Sci., 59(4) (2006), A13.

1. The On Line Encyclopedia of Integer Sequences: http://www.research.att.com/~njas/ sequences/A000219
2. O.Bodini, E.Fusy, C.Pivoteau. Random Sampling of Plane Partitions. Comb. Prob. Comp., {19} (2010), 201-226.
3. B.Granovsky, D.Stark, M.Erlihson. Meinardus' theorem on weighted partitions: extensions and a probabillistic proof,Adv. Appl. Math., {41} (2008), 307-328.
4. C. Pivoteau. Generation aleatoire de structures combinatoires. These de doctorat, Universite Paris PMC (2008).

L. Mutafchiev, E. Kamenov, The Limiting Distribution of the Trace of a Random Plane Partition. Acta Math Hungar., {117(4)} (2007), 293-314.
е цитирана в

5. D.Panario, B.Richmond, B. Young, Bivariate Asymptotics for Striped Plane Partitions, SIAM (2009).
6. R. Boyer, D. Parry, Plane partition polinomials and weighted plane partitions, submitted for publication.

4. Критични бележки и препоръки на рецензента

По-съществени забележки и препоръки към дисертационния труд нямам. За читателите на този труд ще бъде улеснение ако в него се отразят следните поправки:

- стр.12, 4 ред отдолу (↑4) написано .... $1+\sum_{m=1}^{\infty}......(1+x^n)=.....$

да се поправи .... $1+\sum_{m=1}^{\infty}......(1+x^m)=.....$

-стр.13,(↓10)написано $p(n)-p(n-1)-p(n-2)+p(n-5)+...+(-1)^m p(n-\frac{1}{2}m(3m-1))=0$
да се поправи
$$p(n)-p(n-1)-p(n-2)+p(n-5)+p(n-7)+...+(-1)^m p(n-\tfrac{1}{2}m(3m-1))+(-1)^m p(n-m(3m+1))=0$$

-стр.14,(↓4) написано $A_q(n)=\sum a\omega_{p,q}e^{-2\pi i n p/q}$ не е казано какво е a.

-стр.14,(↑6)написано $A_k(n)=\sum_{h \bmod k}\omega_{h,k}e^{-2\pi i h/k}$ да се поправи $A_k(n)=\sum_{h \bmod k,(h,k)=1}\omega_{h,k}e^{-2\pi i h/k}$

-стр.14,(↑6) написано ..... $\ldots\frac{\partial}{\partial x}\ldots$ да се поправи $\ldots\frac{d}{dx}\ldots$

-стр.16,(↓8) написано ..... $Y_{s-1,n} = k$ да се поправи ..... $Y_{s+1,n} = k$

-стр.16,(↑4) написано ...... $j \in T$ .... да се поправи ...... $j \in H$

-стр.17,(↓5) не е определено какво е $D_n(H)$

-стр.26,(↓9) написано $q(n) = \ldots$ да се поправи $Q(n) = \ldots$

-стр.34,(↓9) написано $\sum_{n=0}^{\infty} p(n)E(Y_{s,n}) = \ldots$ да се поправи $\sum_{n=0}^{\infty} p(n)E(Y_{s,n})x^n = \ldots$

5. Автореферат

Авторефератът е изготвен в съответствие с изискванията на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на научни длъжности и едновременно пълно, компактно и точно отразява съдържанието и приносите на дисертационния труд.

6. Заключение

Въз основа на изложеното по-горе смятам, че рецензираният дисертационен труд напълно удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ, ПЗРАСРБ и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на научни длъжности на БАН и ИМИ. Убедено препоръчвам на членовете на уважаемото научно жури да гласуват за присъждане на Емил Петков Каменов на образователната и научна степен "доктор" в областта на висше образование "Природни науки, математика и информатика", професионално направление "Математика", научна специалност: 01.01.10 "Теория на вероятностите и математическа статистика"

София, 05.05.2012 г.

Рецензент:

/доц. Ц.Игнатов/