

## Рецензия

По конкурса за академичната длъжност “доцент” в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност 01.01.04 “Математически анализ (приложения на конволюционното и дробното смятане)”.

Рецензент: проф. дмн Цвятко Рангелов, ИМИ-БАН.

1. Конкурсът, със срок два месеца, е обявен от Института по математика и информатика, БАН в Държавен вестник бр. 71 от 13.08.2013 г. Единственият кандидат за участие в него е ас. д-р Емилия Бажлева. Тя е завършила ФМИ на СУ през 1986 г., през 2001 г. е защитила дисертация в Техническия университет на Айнховен, Нидерландия, на тема “Дробни еволюционни уравнения в Банахови пространства”. Г-жа Бажлева е била докторант в секция Комплексен анализ (1989г. - 1993г.), математик в същата секция (1995г. – 2004г.) и математик и асистент в секция Анализ, геометрия и топология от 2011г.

2. Научната дейност на г-жа Бажлева е в областта на деференциалните уравнения с дробни производни, конволюционно смятане и приложенията им. Тя има 23 публикации, от които за участие в конкурса са представени 15: дисертация [1], публикувана от университета в Айнохвен; 12 статии [2 – 13] и 2 публикации в международни конференции [14, 15]. Статиите са публикувани в реномирани научни издания по математика и физика като: Centr. Eur. J. Phys. - 1, Am. Inst. Phys. - 3, Int. Transf. Spec. Funct. – 1, J. Ineq. Spec. Funct – 1, J. Evolut. Eq. – 1, Math. Balk. -1, Докл. БАН – 2, Fract. Calc. Appl. Anal. – 1, LN Comput. Sci. -1. Общият импакт фактор на публикациите е 3.25. От представените публикации 7 са самостоятелни, а останалите 8 са в съавторство с: И. Димовски (6), И. Бажлеков (1), P. Clément (1). Като имам предвид научните интереси на колегите, считам, че приноса на кандидата е равностоеен със съавторите ѝ.

3. По тематика представените научни трудове на г-жа Бажлева могат да се разделят в три групи:

3.1. Задачи на Коши за дробни еволюционни диференциални уравнения в Банахови пространства.

3.2. Представяне с интеграл на Дюамел на решенията на гранични задачи за едномерни еволюционни диференциални уравнения с дробни производни.

3.3. Изследване на аналитични решения за линейни диференциални уравнения от дробен ред.

Ще анализирам последователно представените публикации по всяка от горните групи.

3.1. Към тази група е дисертацията [1] и публикации [10 - 12].

Задачи с дробни производни се изучават особено интензивно в последните години не само от математици, специалисти по функционален анализ и диференциални уравнения, но и от специалисти по механика поради приложенията в задачи от механика на непрекъснатите среди, устойчивост на системи, вискоелестичност и др. Така както и псевдодиференциалните оператори по отношение на символа са обобщение на диференциалните, така и операторите с дробни производни  $\alpha$  в случай на цели  $\alpha$  са диференциални оператори, но задачите за тях имат съществено различна природа поради нелокалния им характер.

Тъй като дисертацията [1] е рецензирана при защитата ѝ през 2001г., то тук ще подчертая нейното място в развитието на теорията на дробните еволюционни уравнения в Банахови пространства. Както е формулирано в [1], основната цел на дисертацията е изучаване на задачата на Коши за еволюционни диференциални уравнения с дробна производна на Капуто  $\alpha \in (0, 2)$  по времевата променлива, като са получени условия за съществуване и единственост на решенията, изучени са също свойствата на резолвентния оператор. Впечатляващ е броя на цитиранията на [1] – 128 в публикации, като половината са с импакт фактор. В цитиранията се използват изрази като “...идея тръгваща от Бажлева...”, “...представява обобщение на формулата на Бажлева за субординация...”, “...нашият метод е обобщение на идеите в дисертацията на Бажлева...” и др.

В работи [10 - 12], които са на база на получените в [1] резултати се изследват въпроси за гладкост и съществуване на решения на задача на Коши за оператор с дробна производна по времето. В [10] се изучава абстрактно нехомогенно диференциално уравнение с дробна производна от ред  $\alpha \in (0,1)$ , такива уравнения обобщават субдифузни задачи. Доказано е съществуване и единственост на решението на Коши в зависимост от елиптическия оператор, т.е.  $L^2$  - максимална регулярност на решението. В [11] се изучава неавтономна линейна задача на Коши за дробно еволюционно уравнение и е доказана  $L^p$  регулярност. В [12] за квазилинеен, неизраждащ се елиптически оператор е доказано глобално съществуване и гладкост на решението.

В тази група от публикации бих отделил статия [12] в която е приложена развитата в [1] техника за нов клас от задачи за квазилинейни уравнения.

**3.2** На изучаване на обобщено уравнение на Торнли с дробни производни са посветени работи [3, 6, 7, 8, 9]. Общата начално – гранична задача за  $x \in (0, l), t > 0$  е изследвана в [3], а при различни стойности на дробните производни  $\alpha, \beta$  и коефициентите  $c, \gamma$  в уравнението се получават случаите на: вълновото уравнение в [8] ( $\alpha = 2, c = \gamma = 0, g = 0$ ), задачата на Торили в [7, 9] ( $\alpha = 1, c = 0$ ), субдифузен длучай в [6] ( $\alpha \in (0,1), c = 0$ ). Методът на изследване на тези задачи се основава на конволюционното смятане, разработено от чл.кор. И. Димовски и тук е приложен за задачи с дробни производни. Решението е получено с представяне от вид Дюамел – конволюция (в смисъл на Димовски) по пространствената променлива от началните данни на задачата. Доказва се съществуване на единствено класическо решение, което се записва явно с ред на тригонометрична система, определена от граничните условия с коефициенти по времевата променлива представляващи композиция на функции на Митаг-Лефлер. Въпреки че, окончателния вид на решенията на задачите в [6, 7, 8] е сложен, за подходяща апроксимация е показана числена илюстрация при подобрени начални данни. Същият метод на конволюционно смятане с последващо представяне на решението от вид Дюамел и в ред при изследване на дробно дифузното вълново уравнение в [15] и дробно кабелното уравнение в [2].

В публикациите в тази група са получени нови, интересни и перспективни резултати за уравнения с дробни производни. Особено бих отделил резултатите в [2] с изследването на: нелокални гранични условия, трикомпонентно обобщение на функциите на Митаг-Лефлер, асимптотиката на полученото единствено решение при  $t \rightarrow \infty$ .

**3.3** В тази група освен посочените статии в 3.2 са публикации [4, 5, 14]. В тях са получени аналитични решения и са изследвани свойствата им. В [4] е разгледана гранично начална задача за обобщено телеграфно уравнение – двукомпонентно дробно уравнение на дифузията с параметри  $\alpha \in (1,2]$ ,  $0 < \beta < \alpha$ . Решението е получено във вид на ред и са анализирани коефициентите зависещи от времето, получени с контурни интегрални. Представени са графики илюстриращи влиянието на параметрите на задачата върху поведението на решението по времето (при  $\alpha \in (1,2)$  - степенно намаляване на максимума амплитудата му при  $t \rightarrow \infty$ ). В [5] е разгледана по-обща от [4] задача за нехомогенно уравнение. С методите развити в [7 – 9] е доказана теорема за съществуване на единствено класическо решение. То е получено във вид на ред по обобщени собствени функции на несамоспрегнатата задача на Штурм-Люивил, а времевите компоненти са представени чрез обобщени трикомпонентни функции на Митаг-Лефлер. Тъй като и в [4] и в [5] са получени единствени решения, но в различен вид и с различни методи, то в случай на  $F(x,t) = 0$ ,  $f_1(x) = 0$ , решението (23) в [5] се предполага, че се получава решението (7) от [4], което би трябвало да се коментира в по-късната работа [4]. В [14] са получени фундаментално решение и решение на задача на Коши за дробно обикновено диференциално уравнение чрез използване на приобразование на Лаплас. Доказана е теорема даваща вида на двете решения и е изследвана асимптотиката им при  $t \rightarrow 0$  и при  $t \rightarrow \infty$ . Накрая ще споменем статия [13] в която са предложени аналитични формули за пресмятане на гранични потенциали, което е необходимо при числено решаване на задачи, например от механика на флуидите с метода на гранични интегрални уравнения. На графики е показано сравнение между точността на предложените формули с други методи.

Считам, че предложените публикации, с изключение на [13], съответстват напълно на специалността на конкурса – Математически анализ (приложения на конволюционното и дробното смятане).

Авторската справка правилно отразява съдържанието и приносите в трудовете на кандидата. Г-жа Бажлекова демонстрира отлична осведоменост в областите в които работи, публикациите са написани с ясен и точен език.

4. Списъкът на цитирания на трудовете на г-жа Бажлекова съдържа 180 цитата в статии, монографии дисертации и др., както отбелязахме по-горе, работа [1] е цитирана 148 пъти. Според справка в Google Scholar фактора  $h=5$ .

5. Г-жа Бажлекова е участвала в един договор финансиран от Фонд научни изследвания (1996г. – 1998г.) и участва в двустранен научен договор между БАН и САНУ (2012г. – 2014г.), учасвала е също в организацията на 4 международни конференции. Преподавала е Математически анализ във ФФ на СУ (1991г. - 1992г.), както и математика и английски в училище (1993г. - 1994г.).

6. Съответствието между представените материали за участие в конкурса от г-жа Бажлекова и изискванията на Правилника на ИМИ за заемане на академична длъжност “доцент” (дадени по-долу в скоби), е както следва:

- 15 публикации: [1] – дисертация, [2 - 13] - статии, [14, 15] – публикации в материали на конференции (поне 10 публикации);

- 14 публикации са извън дисертацията за “доктор” (поне 3 не трябва да са включени в дисертацията за “доктор”);

- 6 публикации са в списания с ИФ [2, 3, 5, 9, 12, 13] (поне 3 да са в списания с ИФ);

- общо 180 цитирания, участващите в конкурса публикации [1 - 15] са цитирани 144 пъти (поне 5 цитирания).

7. В заключение, считам, че ас. д-р Емилия Бажлекова напълно удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ за конкурсната длъжност и препоръчвам на научното жури да предложи на Научния съвет на ИМИ да я избере за “доцент” по научната специалност 01.01.04 “Математически анализ (приложения на конволюционното и дробното смятане)”.

02.12.2013г.

Подпис: 