

# РЕЦЕНЗИЯ

от д-р Никола Петков Зяпков,  
професор във ФМИ при ШУ „Еп. Константин Преславски”

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен “доктор” в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика.  
професионално направление: 4.5. Математика.  
докторска програма : Алгебра и теория на числата  
**Автор:** Христина Николова Кулина

**Тема:** „Дизайни в антиподадни полиномиални метрични просранства”.

**Научен ръководител:** проф. дмн Петър Георгиев Бойваленков от ИМИ при БАН.

## 1. Общо описание на представените материали

Със заповед № 370 от 21.12.2012 г. на И.Д.Директор на ИМИ съм определен за член на научното жури във връзка с процедурата за защита на дисертационния труд на тема „Дизайни в антиподадни полиномиални метрични просранства” за придобиване на образователната и научна степен ‘доктор’ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма Алгебра и теория на числата. Автор на дисертационния труд е гл. ас. Христина Николова Кулина – задочен докторант към секция “Математически основи на информатиката” при ИМИ на БАН с научен ръководител проф. дмн Петър Георгиев Бойваленков от ИМИ при БАН.

Представеният от Христина Николова Кулина комплект материали е в съответствие с Правилника на ИМИ за прилагане на ЗРАСПБ .

## 2. Кратки биографични данни за докторантката

Христина Николова Кулина е родена на 18 юни 1970 година. Висшето си образование завършва през 1993 г. , като магистър по специалността Математика и информатика в ПУ “ Паисий Хилендарски “.

От 1995-2000 г. е асистент в ПУ, до 2007 г е старши асистент , а от 2007 г. до момента е главен асиситент във ФМИ на ПУ. От 01.01.2008 г. до 01.01. 2012 г. е задочен докторант в ИМИ – БАН, секция Математически основи на информатиката.

Владее много добре английски и руски език. Притежава отлични компютърни умения с продуктите на Microsoft Office, Internet, работа в мрежа, програмните продукти Mathematica, Maple, Latex, SPSS, R, GraphPad Prism и др.

## 3. Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

Дисертационният труд е посветен на изследвания на дизайни в двоичното Хемингово пространство  $H(n,2)$  и единичната сфера  $S^{n-1}$  в  $n$ -мерното Евклидово

пространство, които са класически примери съответно за крайно и безкрайно антиподално полиномиално метрично пространство (АППП).

**Дизайните в Хемингови пространства** са разгледани за пръв път от Рао през 40-те години на XX век като комбинаторни структури с приложение в статистиката. Те се наричат още ортогонални масиви със сила  $\tau$  или  $\tau$ -независими множества. Съществува връзка между кодовете, коригиращи грешки, и  $\tau$ -дизайните, която е следната: за всеки линеен код  $C \subset H(n, 2)$  е изпълнено равенството  $\tau(C) = d'(C) - 1$  където  $d'(C)$  е дуалното разстояние на  $C$  (тоест минималното разстояние на дуалния код).

В този смисъл задачата за изследване на минимални (по мощност)  $\tau$ -дизайни е дуална на основната задача на теорията на кодирането за изследване на максимални (по мощност) кодове с минимално разстояние поне  $d$  и дуално разстояние  $d' = \tau + 1$ . Хедаят, Слоен и Стъфкен описват редица свойства и конструкции, които показват връзките на ортогоналните масиви с комбинаториката, теорията на крайните полета, теорията на кодирането и криптографията.

Всеки сферичен дизайн води до съществуването на тъждества, които играят важна роля при решаването на проблема на Варинг. Разглежданите в дисертацията въпроси са част от общата задача за опаковане в метрични пространства.

В направлението на дисертацията съществен принос имат математиците В.И. Левенштейн, Г.А. Кабатянский, В.М. Сидельников, В. Байнок, Г.Ф. Блихфельд, Джон Лич, К.А. Роджерс, А.М. Одлизко, Д. Конуей, Н.А. Слоен и др., а също така и българските математици П. Бойваленков, С. Никова, Д. Данев, М. Стоянова, С. Бумова и др.

#### **4. Познаване на проблема**

Докторантката добре познава проблемите, които решава. Владее апарата на функционалния анализ, който се прилага в тази тематика. Също така ползва методи и знания от комбинаториката, теорията на крайните полета, теорията на кодирането. Много добре е запозната с получените резултати в това направление, като за целта е проучила голям брой публикации, които е цитирала в списъка на литературата.

#### **5. Характеристика и оценка на дисертационния труд**

Дисертационният труд е структуриран в увод, четири глави, приложения, и цитирана литература с общ обем 129 стр. Списъкът от цитирана литература включва 72 заглавия и монографии.

В увода е направена аргументирана обосновка за необходимостта от изследвания на границите на параметрите за които съществуват дизайни в двоичното Хемингово пространство и единичната сфера в  $n$ -мерното евклидово пространство. Формулирани са основните задачи на дисертационния труд. Направен е и кратък преглед на целия текст на дисертацията, като са посочени основните получени резултати.

В първа глава на дисертационния труд са въведени основните понятия, дефиниции и известни резултати, използвани в по-нататъшното изложение. Антиподалните полиномиални метрични пространства  $H(n, 2)$  и  $S^{n-1}$  са разгледани със съответните им зонални сферични функции (ЗСФ) – полиномите на Кравчук и полиномите на Гегенбауер. Описани са универсалните граници на Левенщайн за кодове и границите на Делсарт-Гьоталс-Зайдел за дизайни. Обобщени долни граници за

$L(n, \tau)$  (минималния индекс, за който съществува дизайн в  $H(n, 2)$  със сила  $\tau$ ) са представени в Таблица 1.1. В последния параграф на главата са описани известни ограничения върху структурата на сферичните дизайни и необходими условия за съществуването им.

Във втора глава са получени всички възможни спектри на свързани помежду си дизайни в  $H(n, 2)$  и са изследвани зависимостите между спектрите. За изследване на множеството от спектри на вътрешните за даден дизайн точки са съставени Теглови алгоритъм А (ТАА), Теглови алгоритъм Б (ТАБ) и алгоритъм за съвместно приложение на ТАА и ТАБ. С помощта на тези алгоритми са решени следните случаи от Задача 1 на дисертацията :

- определени са следните точни стойности  $L(n; 4)=8$ , за  $9 \leq n \leq 12$  и  $L(n; 5)=8$  за  $10 \leq n \leq 13$ .
- доказано е несъществуването на 6-дизайни за  $n = 10$  и  $l = 6$  и  $l = 7$ . Това доказва несъществуването в още осем отворени случая в Таблица 1.1.

В трета глава се изследва радиуса на покритие на дизайни в  $H(n, 2)$  и моменти на кодове и дизайни в  $H(n, 2)$ . С помощта на полиномни техники са получени горни граници за радиуси на покритие при фиксирани  $n, |C|$  и  $\tau$ .

Също така са получени горни и долни граници на моментите на кодове и дизайни. По-този начин се решават въпроси, поставени в Задача 2 на дисертацията.

Четвърта глава е посветена на решаването на Задача 3 и Задача 4 на дисертацията. Получени са нови граници за най-важните скаларни произведения на сферичните дизайни. Доказано е несъществуване на 3-дизайни, като от всички 47 отворени случая, за които са изпълнени определени условия, несъществуване е доказано в 35 от тях. Също така са получени резултати за несъществуване на 5-дизайни във всички 42 отворени случая, отговарящи на определени условия.

## 6. Приноси и значимост на разработката за науката и практиката

След запознаване с дисертационния труд, констатирам, че основните цели и задачи на дисертацията са изпълнени. Приемам приносите, описани в заключението на дисертационния труд, а именно:

- 1) Предложен е метод за пресмятане на всички възможни спектри на дизайни в двоичното Хемингово пространство  $H(n, 2)$  относно вътрешни и външни за дизайн точки.
- 2) Изследвани са връзките между дизайни с различни параметри, като са получени резултати, свързващи спектрите на  $\tau - (n, |C|)$  и  $\tau - (n - \tau_0, |C|)$ -дизайни, поотделно за случаите  $\tau_0 = 1$  и  $\tau_0 \geq 2$ .
- 3) Предложени са алгоритми, с които се изследват всички спектри на  $\tau - (n, |C|)$  дизайни на базата на резултатите от 2).
- 4) Доказани са резултати за несъществуване в четири случая, описани като отворени в таблица 12.1 от книгата [33]. Тези резултати водят до решаване на още 20 отворени случая, с което са определени точните стойности на функцията  $L(n, \tau)$  за  $\tau = 4$  при  $9 \leq n \leq 12$ ,  $\tau = 5$  при  $10 \leq n \leq 13$  и за  $(\tau, n) = (6, 10), (7, 11), (8, 12), (9, 13), (10, 14)$ . Намерени са граници за радиуса на покритие на дизайни в  $H(n, 2)$ , както и граници за случаите, когато съответният радиус на покритие се реализира.

- 5) Въведени са и са изследвани моменти на кодове и дизайни в  $H(n, 2)$ .
- 6) Получени са граници за екстремални скаларни произведения на сферични дизайни.
- 7) Получени са необходими условия за съществуване на клас от сферични дизайни с нечетна сила и нечетна мощност на базата на някои от границите от 6).
- 8) Получени са нови резултати за несъществуване на сферични 3 - и 5 -дизайни.

## **7. Преценка на публикациите по дисертационния труд**

По темата на дисертационния труд има 6 излезли от печат публикации и една разработка е за печат. Всичките са на английски език. От тях една е публикувана в авторитетното списание *Designs, Codes and Cryptography*, което за 2009 г. има импакт-фактор 0,771. Има публикация в списанието „Научни изследвания на Югозападния университет-Благоевград“. Останалите 4 публикации са в сборници на традиционно провеждани в България и Русия международни конференции по теория на кодирането. Резултатите за докладвани на следните конференции и семинари:

- Международните конференции по алгебрична и комбинаторна теория на кодирането: Новосибирск (2010) и Поморие (2012);
- Международните конференции по оптимални кодове: Бялата Лагуна (2007), Варна (2009);
- Националните семинари по теория на кодирането: Бачиново (2006, 2009), Габрово (2011).

Четири от публикациите са съвместни с научния ръководител проф. П. Бойваленков, а в останалите три съавтори са П. Бойвалекков, С. Бумова и М. Стоянова.

Считам, че приносът на докторантката в съвместните публикации е неоспорим.

## **8. Автореферат**

Авторефератът е на 23 страници и съдържа основните резултати, получени в дисертационния труд. Той отразява достатъчно пълно съдържанието на дисертационния труд и основните приноси на дисертанта. Авторефератът дава представа за изследваните проблеми и получените резултати. Много добро впечатление ми направи фактът, че в автореферата са дадени целите и задачите на дисертационния труд .

## **9. Критични забележки и препоръки**

Изложението може да бъде по-стегнато.

## **10. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати**

Надявам се, че получените резултати и методи на изследване ще се използват в бъдещи изследвания в тази област.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд *съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката* и отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ИМИ на БАН. Представените материали и дисертационни резултати **напълно** съответстват на специфичните изисквания на ИМИ, приети във връзка с Правилника за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантката Христина Николова Кулина **притежава** задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност Алгебра и теория на числата, като **демонстрира** качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен 'доктор'** на Христина Николова Кулина в област на висше образование: 4. *Природни науки, математика и информатика*, професионално направление 4.5. *Математика*, Докторска програма *Алгебра и теория на числата*.

1.02. 2013

Рецензент :

(проф. д-р Никола Зяпков)