

## РЕЦЕНЗИЯ

за заемане на академичната длъжност професор в област на висше образование

4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика

научна специалност 01.01.05. Диференциални уравнения (динамични системи и уравнения на математическата физика)

обявен в Държавен вестник бр. 95 от 02.12.2011

с единствен кандидат доц. д-р Илия Димов Илиев.

### 1 Сведения за кандидата:

Доцент д-р Илия Димов Илиев е роден през 1950 г. в с. Острен, Ловешко. През 1973 г. завършва Факултета по математика и информатика на Софийски университет и получава магистърска степен. От 1975 до 1978 г. е аспирант в същия факултет на СУ. През 1979 г. защитава успешно кандидатска дисертация на тема "Върху едно обобщение на понятието елиптичност". От 1980 г. е на работа в ИМИ при БАН, от 1988 като старши научен сътрудник II степен, а от 2011 – като доцент.

### 2 Общо описание на представените материали

Доцент Илиев е представил за конкурса една монография и 24 статии в международни списания с импакт фактор. От тях пет са в J. Diff. Eqs., 2 – в Nonlinearity и по една в Diff. Int. Eqs., Proc. London Math. Soc., Ann. Inst. Henry Poincare, Adv. Diff. Eqs., Proc. Roy. Soc. Edinburgh A, Bull. Sci. Math., J. London Math. Soc., Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., Israel J. Math., Ergodic Theory Dynam. Systems, Canadian J. Math., Discr. & Cont. Dyn. Systems, J. Math. Anal. Appl., Comm. Pure and Appl. Analysis, Transactions of AMS, Am. J. Math., J. Physics A: M&T.

Седем от тези статии са самостоятелни, 12 са с един съавтор, а монографията и 5 от статиите са с двама съавтори.

Всички представени трудове са отпечатани след като д-р Илиев се е хабилитирал. Приемам всички трудове за рецензия.

### 3 Обща характеристика на научната и преподавателска дейност на кандидата

Научните резултати на доцент Илиев са в две основни направления. Първото от тях е 16-ия проблем на Хилберт в неговия ослабен вариант. Второто е методът на обратната задача в теория на разсейването и проблемът за устойчивост на солитоните (бягащите вълни).

### 3.1 Отслабен 16 проблем на Хилберт

Тази тема е основна в творчеството на доцент Илиев. На нея са посветени повечето от статиите представени за конкурса: [2], [3], [5] – [20], [22] – [25].

Втората част на 16-ия проблем на Хилберт изисква да се определи максималният брой и разположението на граничните цикли на Поанкаре за диференциалното уравнение от първи ред

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Y(x, y)}{X(x, y)}, \quad (1)$$

където  $Y(x, y)$  и  $X(x, y)$  са полиноми от степен  $n$ .

Решаването на тази задача е тясно свързано с изследването на автономни динамични системи от вида:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= X(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= Y(x, y). \end{aligned} \quad (2)$$

Ако се ограничим с интегрируемите системи от вида (1) то отслабения вариант на 16-ия проблем на Хилберт може да се формулира така:

Да се определи максималният брой и разположението на граничните цикли на Поанкаре за (1) при малки пертурбации на интегрируеми полиномиални системи.

По-конкретно, трябва да се изследват граничните цикли на системата:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= M^{-1} \frac{\partial H}{\partial y} + \epsilon f(x, y, \epsilon), \\ \frac{dy}{dt} &= -M^{-1} \frac{\partial H}{\partial x} + \epsilon g(x, y, \epsilon), \end{aligned} \quad (3)$$

където  $H(x, y)$  е първият интеграл на системата (2) а  $M(x, y)$  е интегриращ множител на (2).

За намирането на граничните цикли се използва изображението на Поанкаре, което може да бъде дефинирано в околността на точка и в околността на контур. Такъв подход е предложен от Понтрягин за системи близки до Хамилтоновите.

По мое мнение доц. Илиев и съавтори в работите [2], [3], [5], [6], [7], [8], [9], [16], [20], [22], [23] и [24] са продължили и задълбочили резултатите на Понтрягин. Guckenheimer, Rand and Schlomiuk като са доказали поредица от важни теореми за квадратични Хамилтонови системи с квадратични пертурбации. Така те са получили точно описание за топологичната структура на фазовите пространства за един важен клас Хамилтонови системи.

В работите [10], [11], [12], [13], [14], [15], [17], [18] и [19] са изследвани Хамилтонови системи за които  $Y(x, y)$  и  $X(x, y)$  са полиноми от степен  $n \geq 3$ . Важен частен случай тук са системите от Нютон тип с Хамилтониани  $H = 1/2y^2 - U(x)$ , където  $U(x)$  е полином от степен по-голяма от 2. В частност за системи от този тип е построена втората функция на Мелников. Друг важен резултат на кандидата дава отрицателен отговор на задача, поставена от Арнолд: дали  $g$ -мерните пространства от Абелеви интегрални от специален тип са Чебишеви.

Изучен е и Хамилтониан от степен 5 с център. Получена е нормалната му форма и е построена бифуркационната му диаграма в равнината на параметрите  $\lambda, \mu$  в реалния случай. Като следствие е доказано, че пространството от Абелеви интеграли свързани с този Хамилтониан е Чебишево.

### 3.2 Устойчивост на солитоните (бягащите вълни)

На тази тема са посветени статиите [1], [21], [25] и монографията [4].

Монографията [4] е в съавторство с проф. Е. Христов и проф. К. Кирчев. Тя е цитирана в "Енциклопедия на интегрируемите системи" редактирана от А. Б. Шабат и издадена от Института по теоретична физика "Ландау" в Русия. Това е първата монография от български автори посветена на метода на обратната задача. Това е и първата монография в която се доказва строго, че методът на обратната задача може да бъде интерпретиран като обобщено преобразование на Фурие.

С други думи, доказано е, че квадратите на решенията на Лаксовия оператор образуват пълна система от функции във фазовото пространство  $M$  на съответните солитонни уравнения от типа на Кортевег-де-Фриз. Разлаганията на потенциала на Лаксовия оператор по квадратите на решенията позволяват да се опише изображението  $\mathcal{F} : M \rightarrow \mathcal{S}$ , където  $\mathcal{S}$  е минималният набор от данни на разсейване на Лаксовия оператор. Това изображение свежда нелинейните еволюционни уравнения от типа на Кортевег-де-Фриз до линейни еволюционни уравнения за данните на разсейване. Именно този важен факт лежи в основата на пълната интегрируемост на солитонните уравнения.

Друг важен резултат в тази монография е построяването на така наречения симплектичен базис във  $M$ , с чиято помощ вариацията на потенциала на Лаксовия оператор се изобразява в вариациите на променливите действие-ъгъл на солитонните уравнения. Симплектичният базис не само прави очевидна пълната интегрируемост на уравненията от типа на Кортевег-де-Фриз, но и позволява да бъде описана тяхната иерархия от Хамилтонови структури.

Основният принос на д-р Илияев в монографията, според мен, е в последната 4-та глава на тази монография, посветена на проблема за устойчивостта на солитоните. На тази тематика са посветени и статиите [1], [21] и [25]. Въпросът за устойчивостта на солитонните решения и по-общо на решенията от типа бягаща вълна на нелинейни уравнения от по-общ вид е изключително важен за разбирането на физическите явления, които те описват.

В работата [1] е изследвана устойчивостта на решенията от типа бягаща вълна за обобщено нелинейно уравнение на Шрьодингер. За вълните, които клонят към нула при  $|x| \rightarrow \infty$  е доказано, че тяхната устойчивост или неустойчивост се определя от свойствата на  $L_2$ -нормата на решението.

В другите две работи [21] и [25] са изучени свойствата на периодични бягащи вълни, удовлетворяващи уравнения от типа на Camassa-Holm и Benjamin-Bona-Mahoney. Този тип задачи са по-трудни, тъй като следва да се базират на теорията на Флоке за уравнението на Хил. Доказана е устойчивостта на периодичната вълна за няколко важни частни случая, когато основният ѝ период ѝ е фиксиран и не осцилира около нулата.

Изследвана е и устойчивостта на периодично решение от специален тип на комплексното модифицирано уравнение на Кортевег-де-Фриз.

### 3.3 Преподавателска дейност на кандидата

Доцент Илиев, наред с научно-изследователската си работа, е чел лекции по мат. анализ, диференциални уравнения, уравнения на математическата физика и други сродни дисциплини в ФМИ. Физическия и Химическия факултети на СУ общо 20 семестъра. Водил е и упражнения по същите дисциплини в същите факултети в обем 24 семестъра.

## 4 Отражение на резултатите на кандидата в трудовете на други автори

Резултатите на доцент Илиев са добре известни на специалистите и са широко използвани в работите на редица известни учени, в това число В. Арнольд, А. Шабат, Б. Захарьев, L. Perko, П. Жидков, F. Gesztesy, D. Schlomiuk, П. Пузынин, J.-P. Francoise, J. Leon, А. Михайлов и др.

Общият брой цитирания на представените 25 статии към момента на представяне на документите е 758. Най-цитираните статии са както следва:

- [3] (съвместно с Хорозов) – 109;
- [9] (самостоятелна) – 80;
- [11] (съвместно с Хорозов) – 74;
- [4] (монография, съвместно с Христов и Кирчев) – 55;
- [6] (самостоятелна) – 48;
- [12] (съвместно с Perko) – 47;
- [15] (съвместно с Гаврилов) – 30.

За високите научни качества на кандидата говори и факта, че той многократно е бил гост-професор в такива международни научни центрове като ОИЯИ, Дубна, Русия; Университет Paul Sabatier, Тулуза, Франция; Университет Cagliari, Cagliari, Италия; Пекински Университет, Китай; Университет de Bourgogne, Дижон, Франция; Център за математически изследвания, Барселона, Испания и др.

Доцент Илиев е член на редакционните колегии на Central European J. Math., както и на Serdica Math. J.

Автор е и на статия в енциклопедия, която не е включил в материалите на конкурса: Benjamin-Bona Mahony equation, in: M. Hazewinkel (Managing Editor), Encyclopaedia of Mathematics, Suppl. III, p. 66-67, Kluwer Academic Publishers, (Dordrecht, The Netherlands, 2002).

на кандидата е съпоставимо с нивото на останалите му публикации. Като аргумент в полза на това бих привел не само оценки, споделени с мен от неговите съавтори, но и следната таблица:

	самостоятелни	с 1 съавтор	с 2 съавтори
Брой публикации	7	12	6
Брой цитирания	247	397	114
Средно	35.4	33	19

Разбира се, следва да се има пред вид и факта, че работите на доцент Илиев от последните години, които са в съавторство, са сравнително нови и тежък не набират цитати.

## 6 Критични бележки и препоръки на рецензента

Критични бележки и препоръки нямам.

## 7 Лични впечатления на рецензента

Преките ми впечатления от кандидата, за съжаление, се ограничават с участието ми в няколко конференции с участието на доцент Илиев. Направило ми е впечатление яснотата на постановката на проблемите и тяхното решаване.

Монографията [4] е получила Академичната награда на БАН за 1998 г.

## 8 Заключение

Въз основа на горепозложеното считам, че доцент Илия Димов Илиев отговаря на съвкупността от критерии и показатели съгласно ЗРАСРБ за заемането на академичната длъжност професор и с пълна увереност предлагам на журито да препоръча на Научния съвет на ИИИ да присъди академичната длъжност "професор" на доцент Илия Димов Илиев.

София,  
23 май 2012



професор, д.ф.н. В. Герджиков