До Научния съвет на ИМИ – БАН

РЕЦЕНЗИЯ

по конкурса за "Доцент" по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, научна специалност Математическо моделиране и приложение на математиката (*Теория на апроксимациите и приложения*), обявен в ДВ бр. 87/31.10.2017г.

Рецензент: проф. дмн Гено Николов

Със Заповед 585/29.12.2017 г. на Директора на ИМИ - БАН бях определен за член на журито по посочения по-гору конкурс. За конкурса са постъпили документи от единствен кандидат, а именно гл. ас. д-р **Ирина Красимирова Георгиева**.

1) Биографични данни

Гл. ас. д-р Ирина Георгиева е родена през 1976 г. в гр. София. Завършва висшето си образование в ФМИ на на СУ "Св. Климент Охридски" през 1999г. Защитава дисертация за придобиване на научната и образователна степен "Доктор" през 2005г. Темата на дисертационния ѝ труд е "Многомерни апроксимации", а научен ръководител – акад. Борислав Боянов. От 2004г. досега е непрекъснато на основен трудов договор като преподавател в ИМИ - БАН, първоначално като математик, а от 2005 г. като гл. асистент в секция "Математическо моделиране", а сега "Математическо моделиране и числен анализ".

2) Публикации на кандидата

Научните интереси на д-р Ирина Георгиева са в областта на теорията на апроксимациите и приложенията ѝ, и по-специално интерполиране и приближаване на многомерни функции с алгебрични полиноми и сплайн функции на базата на информация съставена от Радонови проекции. Към момента на подаването на документите за конкурса е автор на 23 научни публикации.

За конкурса за доцент д-р Ирина Георгиева е представила 14 научни публикации, всичките излезли от печат след 2008 г., и следователно непредставяни от кандидата по предишни процедури. Девет от публикациите са в специализирани научни списания с импакт фактор (IF); от тях три в *J. Comp. Appl. Math.* и по една в *Numer. Math.*, *J. Math. Anal. Appl.*, *J. Linear Alg. Appl.*, *Calcolo*, *J. Non-Crystalline Solids* и *Centr. Eur. J. Math.*. От останалите публикации, три са в реферирани международни поредици с SJR, и две в материалите от международни конференции по конструктивна теория на функциите, провеждани у нас. Всичките публикации са съвместни, от тях девет са с един съавтор, три със двама и по една с три и четири съавтори. Нямам никакво съмнение, че приносът на кандидата в тези публикации е равностоен с този на съавторите му.

Представените за конкурса публикации на д-р Ирина Георгиева могат да се разделят на три групи (по-нататък се следва номерацията на публикациите, предложена в списъка, представен от кандидата):

- Интерполация, апроксимация и изглаждане на базата на информация, съставена от Радонови проекции. В тази група са статиите [3 – 7, 9 – 14].
- Апроксимации с нисък ранг. Тук попадат статиите [1,2].
- Математическо моделиране - статията [8].

В статиите от първата група се разглежда задачата за възстановяване на функция на две променливи въз основа на информация, съставена основно от Радонови проекции (линейни интеграли върху хорди от единичния кръг). Информация от такъв тип не е необичайна, в такъв вид тя постъпва от практиките в компютърната томография, електронната микроскопия, геологията, изследване на плазмата и др. Поради тази причина е много важно разработването на алгоритми за ефективното използване на такава информация в споменатите по-горе, а и в други области. Това е и причината от последната четвърт на миналия век до наши дни върху тази задача интензивно да се работи, включително и от изтъкнати математици като А. Акопян, Б. Боянов, Ю. Ксю и др. Друго основание за използването на Радоновите проекции като информация за възстановяване е факта, че обичайната информация, съставена от стойности на изследваната функция на две или повече променливи, макар и удобна за извличане, не винаги може да се използва при интерполация с алгебрични полиноми, тъй като за разлика от едномерната интерполационна задача, интерполационната задача с полиноми на много променливи не винаги е разрешима.

Д-р Ирина Георгиева има опит в изучаването на въпроса за регулярността на интерполационната задача с полиноми на две променливи (по-нататък използваме означението Π_n^2 за класа от полиномите на две променливи от обща степен ненадминаваща n) от работата върху докторската си дисертация. Отговорът на този въпрос съществено зависи от конфигурацията от използваните хорди. В един от забележителните ѝ резултати, получени в съвместна работа с Б. Боянов, е посочена такава конфигурация, съставена от $\binom{n+2}{2}$ хорди, групирани в n групи съставени съответно от $n+1$, n, $n-1$ и т.н. успоредни хорди, като е дадено условие да регулярност изразено в изискването за неанулиране на асоциирани детерминанти. В статията [9] е показано, че това условие е налице ако ориентираните разстояния на хордите от k-тата група от успоредни хорди ($k = n+1, n, \ldots, 1$) са равни на най-малките k нули на полиномите на Чебишов от първи, втори, трети или четвърти род от степен $n+1$ (това са единствените случаи на класически ортогонални полиноми, в които е известен явният вид на всичките им нули за всяко n). В същата статия се разглежда и задачата за изглаждане на данни от смесен тип (включваща Радонови проекции и функционални стойности) по метода на най-малките квадрати, като са намерени достатъчни условия за съществуването на единствен изглаждащ полином на две променливи. Представянето на интерполационния полином в Лагранжев базис, се разглежда в [12]. Там е установено и едно свойство на Лагранжевите базисни функции, а именно е показано, че сумата им е радиален полином. Интерполация с полиноми на две променливи от обща степен n на данни от посочения по-горе смесен тип, съставени от $\binom{n+2}{2}-(n+1)$ Радонови проекции и $n+1$ функционални стойности взети върху единичната окръжност (последното изискване интерпретирано като безразрушителна реконструкция), се изучава в статията [14]. Пак там се разглежда и задачата за построяване на интерполационен квадратичен сплайн на две променливи, като е намерена регулярна схема от точки и хорди. Ефективността на предложените методи за възстановяване в тези три статии (съвместни с доц. Румен Улучев) е илюстрирана с многобройни числени примери.

Докато в публикациите [9,12,14] се изучава интерполация и/или изглаждане на данни съставени от Радонови проекции (или от смесен тип - включващи и функционални стойности) с алгебрични полиноми на две променливи, статиите [3,6,7,10,11] са посветени на приближаването на хармонични функции с хармонични полиноми на два променливи. Такава постановка е съвсем естествена: от една страна, приближаващият апарат притежава свойства характерни за приближаваната функция, а от друга, пространството $\mathcal{H}_n$ от хармоничните полиноми на две променливи от степен ненадминаваща n е с размерност $2n-1$, много по-ниска от $\dim \Pi_n^2 = \binom{n+2}{2}$.

В [7], хронологически първата публикация по тази тематика, е доказана регулярността на двумерната интерполационна задача с хармонични полиноми от $\mathcal{H}_n$ за конфигурацията от хорди, съставена от страните на вписан правилен $2n+1$-ъгълник. Този резултат, получен в сътрудничество с учени от Института по символни пресмятания от Университета в Линц, съществено използва компютърна алгебра. Резултатите от [7] са продължени в статията [11]. Тук е дадено алгебрично доказателство на регулярността на схемата от $2n+1$ хорди, сключващ отстоящи на едно и също разстояние от центъра на единичната окръжност и равномерно разпределени върху нея, резултат който включва и този от [7]. Показано е също, че матрицата на интерполационната задача е добре обусловена (числото ѝ на обусловеност относно втората матрична норма е равномерно ограничено по отношение на n). Числените експерименти индикират експоненциална скорост на сходимост за C^∞-функции, и устойчивост по отношение на смущения в данните.

В статията [6] е доказана регулярността на задачата за интерполация с полиноми от $\mathcal{H}_n$ за схеми от $2n+1$ хорди, сключващи различни ъгли, и отстоящи на едно и също разстояние (различно от нула на Чебишовите полиноми от втори род U_k, $1 \leq k \leq n$) от центъра на окръжността. Това е постигнато с помощта на изведената там формула за Радоновите проекции на базисните хармонични полиноми, която може да се разглежда като аналог на класическата формула на Мар. По този начин са обобщени предишните резултати за регулярност получени в [7,11]. За случая на хорди сключващи равноразпределни ъгли се дава формула за обратната матрица на интерполационната задача, което позволява бързото пресмятане на коефициентите на интерполационния полином. Много важен резултат за този случай са получените оценки за грешката на интерполационната схема в L_2 и супремум норми, изведени при предположение че е известен редът на затихване на Фуриеровите коефициенти на интерполираната функция върху границата на единичната окръжност. По мое мнение, това е един от редките резултати за оценка на грешката при многомерна интерполация с алгебрични полиноми. Приложените числени примери показват скорост на сходимост, съответстващa на получените теоретични оценки за грешката. Освен тава е показано, че числото на обусловеност на интерполационната задача е малко и независещо от n.

Изследванията на д-р Георгиева в това направление продължават в публикацията [3], където е доказана регулярността на схеми от хорди, различни от тези в [6], а именно, дадена е пълна характеризация на регулярността на схемите, съставени от две групи от успоредни хорди. Като стъпка в това направление е показано, че не е възможно една от тези групи да се състои от повече от $n+1$ хорди. Получени са и нови оценки на грешката при интерполация в случая разгледан в [6] за функции, принадлежащи на дробни Соболеви пространства.

В [10] се изучава задачата за изглаждане на данни, съставени от Радонови проекции на хармонична функция, с хармонични полиноми. Доказани са достатъчни условия за съществуване и единственост на изглаждащ по метода на най-малките квадрати хармоничен полином по преопределени данни, съставени от Радонови проекции и функционални стойности върху точки от единичната окръжност (с идея за безразрушително възстановяване). Предложен е алгоритъм за реализацията на предложения метод, и с числени примери е илюстрирана ефективността му.

В статията [4] се разглежда метод за възстановяване на решението на задачата на Поасон $\Delta u = f$ за единичния кръг с дясна част $f \in \Pi_m^2$, по информация съставена от $2n+1$ Радонови проекции. За целта решението се представя като сума $u_0 + u_f$ от хармонична функция и полиномиално частно решение на нехомогенното уравнение, при което задачата се свежда до възстановане на хармоничната част на решението с елемент от $\mathcal{H}_n$ на базата на Радонови проекции. Показано е, че при $n \geq m+2$ нармоничната интерполанта не зависи от избора на частното решение u_f. За случая на хорди, зададени със страните на правилен $(2n+1)$-ъгълник е използвана техниката от [6] за получаване на оценка на грешката в L_2-норма в термини на гладкостта на възстановяваната функция по границата на единичния диск.

Статиите [5] и [13] са посветени на построяването на кубатурни формули използващи информация съставена от Радонови проекции. Добре известен ефект в численото интегриране е така нареченото проклятие на размерността (curse of dimension), изразяващо се в ексрененциалния растеж с размерността на броя на функционалните стойности, необходими за това една кубатурна формула да е точна за полиномите от дадена степен. Поради това кубатурните формули използващи Радонови проекции са подходяща алтернатива.

В [5] са построени кубатурни формули, използващи Радонови проекции по $2n + 1$ хорди по равномерно разпределени ъгли и отстоящи на едно и също разстояние от началото, като при подходящ избор на това разстояние кубатурните формули са точни за хармоничните полиноми от степен до $4n - 1$, т.е. налице е Гаусов ефект. В [13] кубатурните формули използват две групи от по $2n + 1$ такива хорди, като при подходящ избор на разстоянията на двете групи от хорди до центъра на единичната окръжност се постига *хармонична степен на точност* $8n + 3$, т.е. отново имаме Гаусов ефект.

Статиите [1] и [2] са върху приближения с нисък ранг. При задачата за най-добро приближение на матрица с такава от по-нисък ранг, в случая когато функцията на разстояние е породена от спектралната или Фробениусовата норми, най-добрите приближения се описват чрез сингулярните стойности на матрицата, докато много малко се знае за случая на функции на разстояния, породени от други норми. Напредък в това отношение бележи една статия на Алан Пинкъс от 2012, който използва резултати от теория на напречниците, за да даде характеризация на най-добрите приближения с матрици от по-нисък ранг в случая на елементна максимум норма. В [1] Георгиева и Хофрайтер разглеждат $\| \cdot \|_{p,q}$ матрични норми, и получават ообобщение на резултата на Пинкъс, използвайки факти от общата теория на най-добрите приближения. За случая на приближаване с матрици, чиито ранг е с единица по-нисък от апроксимираната матрица те дават характеризация на най-доброто приближение и на матрицата на грешката, а в общия случай получават двустранни оценки за грешката в термините на подматрици с максимални абсолютни стойности на детерминантите ("обем"). Тези резултати са илюстрирани за случая на 2×2 матрици, като са дадени явни представяния на грешката при апроксимация с матрици с ранг 1.

В [2] Георгиева и Хофрайтер предлагат алгоритъм за приближаване на функции на две променливи чрез сплайни от нисък ранг, които са тензорни произведения на едномерни сплайн функции. Задачата се свежда до апроксимиране на матрици с такива от по-нисък ранг, реализирано с ACA (*Adaptive Cross Approximation*). Прилагането му с пълен или частичен (по редове) избор на главен елемнт води до двумерни сплайн-апроксиманти от тензорен тип, за чиeто съхранение се използват много по-малко коефициенти. Качеството на получените приближения е задоволително близко до това на най-добрите приближения с нисък ранг, базиращи се на честичните суми на разлагането по сингулярни стойности, докато сложността на алгоритъма е линейна по отношение на броя на степените на свобода. Това дава възможност за решаване на много големи апроксимационни задачи, чиeто решаване с конвенционалните апроксимации с тензорни произведения на сплайни е невъзможно заради ограниченията от компютърни памет и време. Този алгоритъм несъмнено ще намери приложения в изигеометричния анализ при разработването на бързи солвери за ЧДУ и при компресирането на данни.

Тематиката на статията [8] е малко встрани от общия профил на останалите работи на кандидата, в нея е предложен теоретичен модел за изчисляване на профила на напрежението при повърхностна кристализация. За интереса към този резултат говори факта, че статията (съвместна на кандидата с учени от Института по физикохимия на БАН), която е публикувана през 2010г., вече е цитирана 7 пъти.

Преминавайки към отзивите за научната дейност на кандидата, отбелязваме, че д-р Ирина Георгиева е представила списък от 41 намерени цитирания на свои публикации. Най-често цитирана (16 пъти) е съвместната ѝ с Б. Боянов статия публикувана в *Studia Mathematica* (2004), която дава сериозен тласък на изследванията по възстановяване въз основа на Радонови проекции. Голямата част от цитиранията са в списания с импакт фактор, а сред цитиращите я автори е изтъкнат специалист по теория на апроксимациите като Юан Ксю. Резултатите по интерполиране с хармонични полиноми, получени от нея, са послужили като основа на серия от работи на Ван Манх. Предвид факта, че всичките публикации по конкурса на д-р Георгиева са от последните десет години, очаквам броят на цитиранията им значително да нарастне в близко бъдеще.

Публикациите на д-р Георгиева я представят като утвърден учен с получени значими резултати от теоретичен и приложен характер в областите Теория на апроксимациите и Математическо моделиране. Неслучайно през 2006 г. тя е удостоена с наградата на БАН за млади учени "Професор Марин Дринов".

3) Участие в научноизследователски проекти и конференции

Д-р Ирина Георгиева има дългогодишно успешно сътрудничество с учени от университета в Линц, Австрия, като особено плодотворна е съвместната ѝ работа с младия и обещаващ математик Клеменс Хофрайтер. От 2011г. досега е имала осем научни визити по покана в университета в Линц, където има изнесени три лекции по покана.

Ирина Георгиева е ръководила два научни проекта с българо-австрийско участие, финансирани от ФНИ към МОН, а единият и от австрийска страна. Участник е в други седем научни проекти финансирани от ФНИ на МОН, два от които са текущи, а единият от тях ко-финансиран от Австрийската академия на науките. Участник е в два договора, финансирани от ФНИ на Софийския университет, както и в два договора за академичен обмен между БАН и Унгарската академия на науките.

Д-р Ирина Георгиева е председател на програмния комитет на серията от международни семинари Workshop on Approximation Theory, CAGD Numerical Analysis, and Symbolic Computation (2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017), провеждани в България или Австрия, организирани съвместно от ИМИ - БАН, Докторантската програма "Computational Mathematics" на университета в Линц, и други партньори. В рамките на семинарите, провеждани в Линц, тя участва в дейности, свързани с научното развитие на докторанти и атестацията на Докторантската програма "Computational Mathematics" на университета в Линц.

Член е на организационните комитети на традиционните международни конференции по Конструктивна теория на функциите провеждани у нас (Созопол 2013 и 2016 г.), както и на Международния турнир на младите математици (София, 2015г.).

4) Лични впечатления

Познавам Ирина Георгиева още от времето на обучението ѝ във ФМИ на СУ и по-късно като докторант на акад. Борислав Боянов. Личните ми впечатления за нея са, че тя е много способен математик, който умее много добре да работи в екип. Отнася се с отговорност към професионалните си задължения и, не на последно място, е приятен и отзивчив човек, с когото е удоволствие да се работи и събеседва.

5) Заключение

От представените документи е ясно, че единственият кандидат по конкурса за "Доцент" по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, научна специалност Математическо моделиране и приложение на математиката (*Теория на апроксимациите и приложения*), обявен в ДВ бр. 87/31.10.2017г. д-р Ирина Красимирова Георгиева удовлетворява напълно изискванията за заемане на длъжността "Доцент", заложени в ЗРАСРБ, както и на чл. 2, ал. 3 и чл. 3 в Правилника за условията и реда на придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ИМИ - БАН.

Въз основа на това, убедено препоръчвам на членовете на уважаемото жури по конкурса да присъди на д-р Ирина Красимирова Георгиева званието "Доцент" по професионално направление 4.5 Математика, научна специалност Математическо моделиране и приложение на математиката (*Теория на апроксимациите и приложения*).

София, 27 февруари, 2018 г. Подпис на рецензента:

(проф. дмн Гено Николов)