

До Института по  
Математика и Информатика, БАН

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертацията на Иван Иванов Гаджев на тема "Характеризация на приближенията с операторите на Баскаков и на Майер-Кьониг и Целер" в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление: 4.5. Математика, докторска програма "Математически анализ" на основание решение на НС на ИМИ (Протокол 3 от 27.03.2015 г.) и в съответствие с чл. 30 от Правилника за прилагане на Закона за развитието на научния състав

**Рецензент:** акад. Благовест Х. Сеңдов, назначен със  
ЗАПОВЕД N. 98/31.03.2015 на Директора на ИМИ БАН

**1) Биографични бележки**

Иван Иванов Гаджев е роден през 1962 г. Висшето си образование завършва през 1987 г. в СУ "Св. Климент Охридски", Факултет "Математика и информатика", магистър по математика, реален и функционален анализ. От 1987 до 1999 и от 2011 до 2014 е асистент в ВТУ "Т. Каблешков", София.

**2) Материали по защитата**

Кандидатът е представил Дисертация: "Характеризация на приближенията с оператори на Баскаков и на Майер-Кьониг и Целер" от 106 стр., Автореферат, 22 стр. и отпечатъци от четири статии, публикувани през 2014-2015 година, от които е компилирана дисертацията. Не е представен списък на други научни публикации на автора от преди 2014 година.

**3) Съдържание и основни резултати на Дисертацията**

Представената дисертация се вписва в традициите на ставащата вече класическа Теория на апроксимациите, занимаваща се с изследване на сходимостта на редици от линейни положителни оператори. Това направление на Теорията на апроксимациите отбеляза бурно развитие през втората половина на миналият век. В този период се създадоха нови и ефективни инструменти от типа на модулите на гладкост и  $K$ -функционалите, които дадоха възможност за интересни изследвания и плодотворни резултати. Достигна се до характеризация на приближенията със съгласувани отгоре

и отдолу оценки. Тези красиви резултати представляват теоретичен интерес, но с по-трудните оценки отдолу показват, че линейните положителни оператори не представляват практически интерес за числените методи.

В началото на миналия век, С. Н. Бернщайн дефинира знаменитият си оператор в  $C[0, 1]$ ,

$$B_n[f](x) = \sum_{k=0}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k},$$

воден от вероятностната си интуиция, с който доказва фундаменталната теорема на Вайерщрас, че всяка непрекъсната в краен затворен интервал функция, е поточкова граница на редица от алгебрични полиноми. Естествено възниква въпросът за сходимостта по норма.

Следвайки идеята на Бернщайн, редица математици дефинират разнообразни свои варианти на линейни оператори. Един от най-популярните е този на В. А. Баскаков

$$V_n[f](x) = \sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n+k-1}{k} x^k (1+x)^{-n-k},$$

дефиниран в  $C[0, \infty)$  и стойността му не е полином. Визуалната прилика на оператора на Баскаков с оператора на Бернщайн е очевидна.

П. П. Коровкин направи едно от най-значимите открития в теорията на линейните положителни оператори със своята теорема за тяхната равномерна сходимост. На времето, Васил Попов имаше идея да намери вероятностна интерпретация на теоремата на Коровкин, като ползва оператора на Бернщайн.

Както е добре известно, за всеки апарат за приближение и всяка норма, най-напред се търси така наречената теорема на Джексон или правата теорема за оценка на грешката отгоре. До колко тази оценка е добра, може да се съди по наличните обратни теореми, за оценка на грешката отдолу.

Богатството на резултати в теорията на апроксимациите, което достигна своя връх в края на миналия век, се дължи на дефинирането на удачни инструменти за оценка и създаването на съответни методи за оценяване. Тъй като, по принцип, доказателството на обратна теорема, която да дава същия порядък както съответната права теорема е трудна задача, З. Дициан и Камен Иванов дефинират четири силни оценки отдолу **A**, **B**, **C** и **D**, наредени нисходящо по сила. В същност оценка от типа **A** е точно съгласувана с горната оценка.

Дисертанта демонстрира добро познание на раздела от Теорията на апроксимациите за линейните оператори и е получил от специалисти полезна ориентация за останали нерешени интересни конкретни проблеми в тази област.

3.1) В първа глава се съдържа един от най-важните резултати на дисертанта, който се отнася до доказателството на строга оценка отдолу от

тип **A** за операторите на Баскаков. Още през 1994 г. В. Тотик формулира силна обратна оценка от тип **A** за операторите на Баскаков, но не привежда доказателство. Посоченият от него метод с който може да се построи доказателството, според специалисти, е неприложим. По-късно е доказано, от други автори, строга оценка отдолу от тип **B** за операторите на Баскаков. Фактът, че дисертантът успява да докаже окончателно силна обратна оценка от тип **A** за операторите на Баскаков трябва да се оцени по достойнство. Имаме анонсиран резултат на Тотик, който остава недоказан. Следва доказателство на оценка от тип **B**, което не е анонсираният от Тотик резултат. Дисертантът доказва оценка от тип **A**, като използва друг метод, а не този препоръчан от Тотик.

3.2) Втората глава на дисертацията е посветена на Теглова апроксимация на функции с операторите на Баскаков. Тук няма нови идеи, но трябва да се преодоляват значителни технически трудности за построяване на доказателствата.

3.3) Третата глава разглежда апроксимации с операторите на Майер-Кьониг и Целер. Най-напред се показва връзката на операторите на Майер-Кьониг и Целер с тези на Баскаков. След таова се доказват съответните апроксимационни теореми.

4) **Заключение** Представените от Иван Иванов Гаджев документи и Дисертация отговарят на изискванията на Закона за развитието на научния състав и съответните правилници. Дисертацията е оформена по 4 публикации. Тя съдържа нови резултати в Теорията на апроксимациите. Важно е да се отбележи, че по принцип, резултатите получени от дисертанта са окончателни. Те са били цел на изследване и на други автори, които не са успели да ги доведат до окончателната им форма. Не мога да не спомена, че Иван Гаджев е прекъснал за дълъг период математическите си занимания и се е върнал към тях едва преди 4 години. За този кратък период е успял самостоятелно да достигне до споменатите по-горе резултати.

Като имам предвид всичко казано до тук, препоръчвам на Научният съвет на Института по Математика и Инфарматика на БАН, да **присъди на Иван Иванов Гаджев научната и образователна степен "доктор"**.

София, 02 юни, 2015 г.

Подпис на рецензента:

(акад. Благовест Сендов)