

ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА - БАН РЕЦЕНЗИЯ

на представените трудове за участие в конкурс за академичната длъжност ДОЦЕНТ,

обявен от Института по математика и информатика - БАН в ДВ., бр. 100 от 16.12.2016 по професионално направление 4.5. Математика - алгебра.

Рецензент: Доц. д-р Калчо Ж. Тодоров, пенсионер.

Кандидат: Д-р Йорг Хорст Копиц, частен доцент при кат. Алгебра, Университет Потсдам, Германия.

Тази рецензия е написана на основания заповед е 18/14.02.2017 г. на Директора на Института по математика и информатика - БАН, както и на решението на научното жури по процедурата (Протокол е 1). Тя е изготвена въз основа на ЗРАСРБ, Правилника за прилагането му, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Института по математика и информатика на БАН и указания за изготвяне на рецензии и становища от членове на научни журита. Представеният ми комплект от материали преди всичко на електронен носител включва всички предвидени документи в посочения по-горе закон и неговите приложения.

I. Кратки биографични данни за кандидата. Д-р Й. Копиц е роден на 07.09.1966 г. в гр. Хале, Германия, пак там през 1984 г. завършва гимназия, а през 1992 г. - педагогичен профил на Университета като специалист преподавател по математика и физика. Ph.D. дисертация на тема "Полугрупи с V -полудистрибутивна решетка от подполугрупи" защитава през 12.1993 г. в Бранденбургския Университет гр Потсдам, пак там, следващата дисертация за д-р хабил на тема "-стабилни многообразия от полугрупи" защитава през 04.2002 г., където през следващата година е хабилитиран. В посочения университет работи и до днес, като от 2015 г. е със статут частен доцент. През този период, с финансовата подкрепа на фондацията Ал. фон Хумболт е бил на два пъти на специализация у нас - в ИМИ на БАН от 01.09.1996 до 31.08.1998 и от 01.03.1999 до 31.10.2000. С финансовата подкрепа на Фондацията Ал. фон Хумболт, на DAAD, на DFG и др. гостува в страната ни допълнително повече от 18 месеца. По различни програми изнася лекции в Бърно, Сегед, Канада (5 седмици), Португалия и др. Съорганизатор на различни алгебрични конференции и школи, между които традици-

онните по обща алгебра и приложенията ѝ, поредни 65, 67, 69, 77, 82.

II. Характеристика на научната и научно-приложната продукция на кандидата. 2.1. Тема и анализ на научните и научно-приложните постижения на кандидата. Изследванията на автора основно са от теория на полугрупите. Обхванат широк диапазон от теми, някои от които измежду "забравените" оснополагащи такива. В приложенията за участие в конкурса статии: 2 - [4] и [15], са самостоятелни, от останалите 7 ([9 - 14] и [16]) са в съавторство с И. Димитрова. Работите ще разглеждам тематично по реда на публикуването им.

Статията (15) **Koppitz, J., All Reg-solid varieties of commutative semigroups**, е една изключително съдържателна, наситена с много интересни и качествени резултати.- С всяка полугрупова дума w на две променливи x_1 и x_2 се дефинира бинарна асоциативна операция wS върху полугрупата S . Полугрупата S над w поражда нова полугрупа (S, wS) . Многообразие от полугрупи, съдържащо с всяка полугрупа S също така и получените полугрупи на S над всички полугрупови думи на (x_1, x_2) , се нарича стабилно (solid). Многообразието е регулярно-стабилно, ако то заедно с всяка полугрупа S съдържа също така и получената от S над всяка полугрупова дума, съставена от променливите x_1 и x_2 . В частност, определени са най-големите регулярно-стабилни многообразия **VRC** от комутативни полугрупи. Като завършек на прецизно проведените доказателства е определена единствена база за всички регулярно-стабилни многообразия от комутативни полугрупи. Статията е продължение и завършек на многогодишни изследвания на редица немски изследователи.

Публикацията (8) **Koppitz, J. and Supaporn, W., Category Equivalences of Clones of Operations Preserving Unary Operations**, единственна е посветена на темата клоун . Всяко множество от операции, дефинирани върху A , което съдържа и всички проекции и е затворено относно суперпозицията се нарича клоун върху A . Множеството от всички клоун върху A формира пълна решетка относно включване. При $|A| = 2$ решетката е добре изучена, и е обект на изследване в настоящата статия при $|A| > 2$. Дадена е пълна характеристика на клоуните върху минимално множество по отношение на категориината еквивалентност, като е показано как може да се построи клоун върху минимално множество относно категориината еквивалентност към даден клоун. Главен резултат е теорема 2.5

Освен горе разгледаните работи всички останали са посветени на изследване на симетричната полугрупа T_X от преобразования на множес-

твото X в себе си. Важността на полугрупата T_X в общата теория на полугрупите се определя от факта, че всяка полугрупа от ред n е вложима в симетрична полугрупа от степен $n + 1$. За сложността на структурата на T_X ще отбележим, че само симетричната полугрупа от степен 3 - T_3 съдържа 1296 подполугрупи.

Ще припомним, че всеки елемент α на тази полугрупа е напълно определен с помощта на ядрената си еквивалентност $\pi_\alpha(\forall(x, y) \in X^2, x\pi_\alpha y \Leftrightarrow x\alpha = y\alpha)$, областта от стойности $X\alpha$ и изображението φ на множеството X/π_α върху $X\alpha$. т.е. с помощта на тройката параметри $\pi_\alpha, X\alpha, \varphi$. Обратно, всяка еквивалентност π на множеството X , всяко подмножество A на X такава, че $|A| = |X/\pi|$ и всяка биекция на множеството X/π върху множеството A , очевидно определят преобразование на множеството X , т.е. елемент на симетричната полугрупа T_X . Елементите на полугрупата T_X , имащи една и съща ядрена еквивалентност и само те формират R - клас; тези с една и съща област на стойности и само те формират L - клас, а тези с един и същ брой елементи на X/π и само те формират J - клас. Така посочените понятия основно формират структурата на симетричната полугрупа и усета за взаимоотношенията им е право пропорционален на дълбочината на получените резултати. Наличието на добър такъв усет е неоспорим при д-р Копиц.

В представените работи е дадено едно завършено изследване на макс. полугрупи на T_n , като са разгледани напълно случаите на крайно и бзкрайно ножества X ; полугрупи от изотонни и монотонни преобразования на ленейно наредено множество X , а също така и полугрупи от частични преобразования.

Статиите (11) **Dimitrova, I. and Koppitz, J., Coregular Semigroups of full Transformations,**

(7) **Jende, A., Koppitz, J. and Musunthia, T., The subsemigroups of the full transformation semigroup T_n in the ideal $K(n, 2)$ satisfying $x^k = x$,** са свързани с изследване на корегулярните полугрупи. Това са полугрупи, въведени от рецензента (съвместно с Г. Бижев). Основното при тях е, че $a^3 = a$, за всеки елемент на една такава полугрупа и като така тези полугрупи са най-близки до полугрупите от идемпотенти. И като пионери в тази област авторите са успели да опишат корегулярните полугрупи S , $|S| \leq 3$ като подполугрупи от идемпотенти на T_n .

Във втората статия е дадено (Теорема 4.3) пълно експлицитно описание на макс. корегулярни полугрупи на сим. полугрупа T_3 . Доколкото многообразието на крайно-породените периодични полугрупи играе важна

роля в изучаването на алгоритмичните проблеми на полугрупавите многообразия, авторите разглеждат мах. полугрупи на идеала $K(n, 2)$ на полугрупата T_n , удовлетворяващи твърдството $x^k \approx x$.

В публикацията (4) **Koppitz, J., Separation of O_n from its proper subsemigroups by a single identity**, се съдържат интересни изследвания относно една от най-рано - 1960 г., изучаваните полугрупи O_n на всички изотонни (запазващи наредбата) преобразования на множеството $X_n(<) = \{1 < 2 < \dots < n\}$. Доказано е при $n \geq 3$ съществуването на твърдство, валидно във всяка собствена подполугрупа на O_n , но не и в O_n .

Изследванията в статията (16) **Dimitrova, I. and Koppitz, J., On the Maximal Subsemigroups of Some Transformation Semigroups**, са първите такива, третиращи максималните полугрупи на симетричната полугрупа T_X . При $3 \leq n$; $2 \leq r \leq n - 1$ с $K^i(n, r)$; $(K^m(n, r))$ са означени идеалите на полугрупата O_n от ранг r на изотонните (на монотонните - изотонни и антитонни (обръщащи неравенствата)) преобразования на множеството $X_n(<)$. В теорема 3 (теорема 4) са дадени необходимите и достатъчни условия при които дадена подполугрупа на идеала $K^i(n, r)$ (на идеала $K^m(n, r)$) е максимална. Посочената теорема 3 обобщава резултатите на цитираната в статията работа на Yang, третираща само идеала $K^i(n, n - 1)$. Теорема 4 е естествено обобщение на резултатите, касаещи полугрупите от изотонни преобразования на множеството $X_n(<)$.

В следващата статия (14) **Dimitrova, I. and Koppitz, J., The maximal subsemigroups of the ideals of some semigroups of partial injections**, авторите разширяват изследванията, разглеждайки съответно полугрупите на **частичните** изотонни и монотонни преобразования на крайно наредено множество $X_n(<)$. В Теореме 1-4 са дадени необходими и достатъчни условия дадена полугрупа на идеала от ранг r да бъде максимална в полугрупата от всички изотонни (монотонни) частични инъекции.

От цитираните 18 заглавия 4 са от Comm. in Algebra и 6 от SF, което подчертава трудността на изследванията.

Ще отбележа, че първите резултати върху полугрупи от частични преобразования са анонсирани в школата на Е. С. Ляпин през 1962 г.

В (10) **Dimitrova, I. and Koppitz, J., On the Monoid of All Partial Order-preserving Extensive Transformations**, авторите се връщат отново към актуалната и трудна за изследване тема, свързана

с частичните преобразования на крайно линейно наредено множество. Изследват се полугрупите на частичните преобразования, вече разглеждани в [14], като тук вниманието е съсредоточено върху монойда от нарастващи преобразования на крайна верига. Формулирани са необходими и достатъчни условия при които всяка подполугрупа на полугрупата на всички нарастващи преобразования е максимална.

(13) Dimitrova, I. and Koppitz, J., On some Anti-inverse Transformation Semigroups, Изследванията на анти-инверсните полугрупи са типични полугрупови. Въведени са от Ст. Богданович (Белград) през 70-те години на миналия век и продължени от рецензента. Дадени са необходими и достатъчни условия (теорема 1) при които произволна полугрупа от преобразования от ранг r , $1 \leq r \leq n$ е анти-инверсна.

В **(12) Dimitrova, I. and Koppitz, J., On the maximal regular subsemigroups of ideals of order-preserving or order-reversing transformations**, основен резултат е теорема 2.4, където при $2 \leq r \leq n - 1$ е показано, че произволна полугрупа на идеала от ранг r на полугрупата $\mathbf{O}_n(\leq)$ е максимална и регулярна тогава и само тогава, когато принадлежи на един от посочените в теоремата два вида. С това авторите обобщават аналогичния резултат на китайските математици Yang и Lu доказан само при $r = n - 1$. Теорема 3.5, аналогична на теорема 2.4, касае полугрупи на идеала от монотонни преобразования от ранг r .

В **(9) Dimitrova, I., Fernandes, V.H. and Koppitz, J., The maximal subsemigroups of semigroups of transformations preserving or reversing the orientation on a finite chain**. авторите разглеждат моноидите от запазващи (обръщащи) ориентацията (направлението) на крайна верига. В теоремите 1.6 и 1.13 са дадени необходими и достатъчни условия произволна подполугрупа на въведените по-горе моноиди да бъде максимална. Заслужава внимание пример 1.10, където са описани запазващите ориентация преобразования от ранг 3 на симетричната полугрупа от степен 5 и свързаните с тях структури.

В следващата статия **(6) Koppitz, J. and Musunthia, T., Maximal Subsemigroups containing a particular semigroup**, авторите за първи път навлизат в посочената тематика в случая на безкрайно дефиниционно множество X , като съществено се използва описанието на максималните подполугрупи на T_X , съдържащи $Sym(X)$ на всички биективни изображения на безкрайно множество X . В статията се описват максималните подполугрупи на монойда T_X от всички преобразования на множеството X .

(5) **Lekkoksung, N. and Koppitz, J., A Note on finite generated subsemigroups of $T(X, Y)$, $X = \mathbb{N}$** , Изключително съдържателна наситена с много интересни резултати. С всяка полугрупова дума w на две променливи x_1 и x_2 се свързва асоциативна операция wS върху полугрупата S Многообразието от полугрупи, съдържащо с всяка полугрупа S също така и получените от нея полугрупи над всички полугрупови думи над x_1 и x_2 се нарича стабилно. То е регулярно-стабилно, ако заедно с всяка полугрупа S , съдържа също така и полугрупата получена от S над всяка полугрупова дума на променливите x_1 и x_2 . Определени са максималните регулярно стабилни многообразия от комутативни полугрупи. Като завършек на така прецизно проведените доказателства е посочена и единствена база на тези многообразия. Статията е продължение и завършек на многогодишните изследвания на редица немски математици.

В (3) **Tinpun K. and Koppitz J., Generating sets of infinite full transformation semigroups with restricted range** се разглеждат полугрупите $T(X, Y)$ от преобразования на множеството $X = \infty$, имащи за област на стойности непразното подмножество Y на X , наричани полугрупи с ограничена област. Относителен ранг на полугрупата S mod A е мощността на минималното множество B , $B \subseteq S : \langle A \cup B \rangle = S$ Разгледани са относителните рангове на симетрична полугрупа с ограничена област модул определено нейно подмножество. Описани са (Теорема 4.6) двueleментните пораждащи множества на $T(X, Y)$ модул множеството от идемпотентите $E(X, Y)$.

В (2) **Tinpun K. and Koppitz, J., Relative Rank of the Finite Full Transformation Semigroup with Restricted Range** е определен относителния ранг на полугрупата $T(X, Y)$ както спрямо множеството от всички преобразования на $T(X, Y)$, чиято рестрикция по отношение на Y е биекция; а така също и спрямо всички изотонни преобразования на $T(X, Y)$ при $|X| \leq n$.

Проведените в публикацията(1) **Koppitz, J. and Musunthia, T., Maximal subsemigroups of some semigroups of order-preserving mappings on a countably infinite set** изследвания модифицират аналогичните такива за различните видове полугрупи O_n на крайно наредена верига. След преодоляване на значителни терминологични и принципни трудности са дадени пълни описания на максималните подполугрупи както на полугрупите от всички инъективни изотонни преобразования на множествата \mathbb{N} и \mathbb{Z} , а така също и на полугрупите от всички биективни изотонни преобразования на множеството \mathbb{Z} относно стандартните им

линейни наредби.

2.2 Критични бележки и препоръки на рецензента. Представените от кандидата документи и публикации могат да бъдат посочени като стриктно обработени по немски образец в най-добрия смисъл и като такива могат да бъдат препоръчани на по-неопитни специалисти. Към така разнообразната тематика на изследвания бих препоръчал и разглеждането на различни видове полугрупи от преобразования върху частично наредени - например с наредба по делимост, решетки и др., множества X , както и от полугрупи от преобразования с въведена в тях наредба - например поточечна.

III. Заключение Като база по заключителното ми решение по конкурса ще приведа следните "сухи" данни - общия брой на научните публикации на кандидата до момента е 67, в конкурса участва с 16, с 59 цитата, с 16,295 импактфактор от статии и цитати; съорганизатор на редица международни конференции между които 5 от традиционните такива за Германия по обща алгебра и приложения - AAA-; допълнително член на две редколегии на научни журналы от Полша и Сингапур, участие с лекции по покана в Канада, Португалия, Чехия, Унгария, България; научен ръководител на 5 успешно защитили и двама в подготовка докторанти и т.н. Дотук изложеното представя кандидата като един от водещите международно признати съвременни специалисти по теория на полугрупите. Въз основа на така изложените в рецензията документи смятам, че кандидатът отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и неговите приложения и предлагам на Научното жури по конкурса да предложи на Уважаемия Научен съвет на Института по математика на БАН да избере д-р Йорг Копиц (Jorg Koppitz) за доцент.

07.04.2017 г.
гр. София

Рецензет:
/Доц. д-р. К. Тодоров/