Рецензия

Относно: Конкурс за заемане на академична длъжност "доцент" по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност Алгебра и теория на числата (Алгебрични структури).

Кандидати: доктор Йорг Копиц

Рецензент: проф. д.м.н. Валентин Ванков Илиев

а) Кандидатът е представил 16 статии за конкурса, които са написани след процедурата за научната степен "Хабилитиран доктор по естествени науки" от 2002 г. Тематично те са подредени както следва:

1) Симетрични полугрупи (full transformation semigroups): статии с номера 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16.

2) Многообразия от полугрупи: статия 15.

3) Клонинги (Clones): статия 8.

б) Научните работи на Йорг Копиц са от алгебричната теория на полугрупите (асоциативните системи), т.е. общата теория на изображенията на едно множество в себе си, които не са обезателно обратими. Всички представени статии, с изключение на две, са посветени на изследване на изображения на крайни множества в себе си.

Кандидатът е изнасял лекции по покана в Университета в Лисабон (Португалия), в Бърно (Чехия), в Сегед (Унгария) и в Благоевград (България). Участвал е с доклади в над 40 международни конференции.

Сега преподава в Университета в Потсдам, Германия. Чел е лекции по 11 различни дисциплини и е водил упражнения по 8 различни дисциплини. Има 5 успешно защитили докторанти, а в момента е научен ръководител на още двама.

Йорг Копиц е бил член на два организационни комитета, ръководител на един международен проект и член на 4 други. Член е на научните редколегии на Asian-European Journal of Mathematics, World Scientific, Singapore и на Discussiones Mathematicae, General Algebra and Applications, Poland.

в) Анализът на научните постижения в представените работи следва техния хронологичен ред.

В статия 16 (2008) се дава пълна класификация на максималните подполугрупи на идеалите на две специални полугрупи от трансформации на една n-елементна верига в себе си - полугрупата O_n от растящи изображения и полугрупата M_n от монотонни изображения (Теореми 3 и 4).

В статия 15 (2009) са описани всички регулярно-стабилни (regular-solid) многообразия от комутативни полугрупи, т.е. многообразия, които заедно със всяка полугрупа съдържат всички производни от нея полугрупи, генерирани чрез полугрупови думи от две букви. Като следствие се описва структурата на най-голямото регулярно-стабилно многообразие VRS от комутативни полугрупи.

Статия 14 (2009) е посветена на изучаване на полугрупите IO_n и IM_n на всички растящи и на всички монотонни частични инжективни изображения с дефиниционна област и област от значения, които са подмножества на една n-елементна верига. Подобно на статия 16 и тук се характеризират максималните подполугрупи на идеалите на IO_n и IM_n, като е определен и техният брой. Дава се и описание на максималните подполугрупи на IM_n.

Една полугрупа се нарича регулярна ако за всеки неин елемент x има елемент y със свойството $x = xyx$ (т.е. всеки елемент x е регулярен). В статия 13 (2010) се изследва един клас от регулярни полугрупи на симетричната полугрупа T_n на едно крайно n-елементно множество C, а именно - анти-инверсните (anti-inverse) полугрупи (те се състоят от анти-инверсни елементи, т.е. елементи x, за всеки от които има елемент y от същата полугрупа с $x = yxy$ и $y = xyx$). Представя се описание на анти-инверсните полугрупи на T_n, а Теорема 1 описва напълно анти-инверсните полугрупи в един J-клас, т.е. анти-инверсните полугрупи, състоящи се от изображения с фиксиран ранг (брой на елементите от образа). Въвеждайки линейна наредба върху множеството C, авторите илюстрират този резултат с подполугрупите O_n от растящи изображения, полугрупата M_n от монотонни изображения, подполугрупата OP_n от всички изображения, запазващи ориентацията и подполугрупата OPR_n от всички изображения, които или запазват или променят ориентацията.

В статия 12 (2011) авторите отново се връщат към полугрупите O_n, M_n и техните идеали, които се оказват следи на идеалите $K(n,r) = \cup_{k=1}^{r} J_k$ на T_n, където $J_k = \{x \in T_n \mid |im(x)| = k\}$. Тъй като тези идеали са регулярни полугрупи, един интересен въпрос е описанието на техните максималните регулярни подполугрупи. Последните са класифицирани напълно в Теорема 2.1 за полугрупата O_n и в Теорема 3.7 - за полугрупата M_n.

Корегулярните подполугрупи на T_n (т.е. подполугрупите на T_n, чиито елементи удовлетворяват тъждеството $x^3 = x$) се разглеждат в статия 11. Те могат да се характеризират още като подполугрупите $S \subset T_n$, състоящи се от корегулярни елементи (т.е. елементи $x \in S$, за всеки от които съществува елемент $y \in S$ със свойството $x = xyx = yxy$). Статия 11 характеризира корегулярните подполугрупи на T_n от ред най-много 3 (характеризацията на корегулярните подполугрупи на T_n от кой да е ред по-голям от 3 е нерешен проблем). Оказва се, че те са идемпотентни подполугрупи. Освен това се описват всички идемпотентни подполугрупи на полугрупата E_n от всички екстензивни изображения на една n-елементна верига, както и максималните идемпотентни подполугрупи на полугрупата OE_n от всички растящи екстензивни изображения.

В статия 10 (2012) се изследват свойствата на моноида POE_n от всички растящи екстензивни частични изображения на една n-елементна верига. Авторите доказват, че POE_n се поражда от идемпотентни елементи, както и твърдението, че идемпотентите с ранг $n-1$ са неразложими. Освен това се показва, че рангът и идемпотентният ранг на POE_n са равни на $2n$. Същият брой се оказват и максималните подполугрупи на POE_n, които се получават чрез отстраняване на единицата на POE_n или на идемпотент от ранг $n-1$.

В статия 9 се класифицират максималните подполугрупи, както и максималните подполугрупи на идеалите на подполугрупата OP_n от всички изображения на една n-елементна верига, запазващи ориентацията (Теорема 1.6) и подполугрупата OPR_n от всички изображения на тази верига, които или запазват или променят ориентацията (Теорема 2.6).

Нека фиксираме едно базисно множество A и за всяко $n \geq 1$ да означим множеството A^{A^n} от всички n-арни операции върху A чрез $O^{(n)}$. Тогава $O = \cup_{n\geq 1} O^{(n)}$ е множеството от всички функции върху A от краен брой аргументи. Едно множество $C \subset O$ се нарича клонинг (clone) ако е затворено относно композиции и съдържа всички проекции $\pi_i^{(n)}(x_1, \ldots, x_n) = x_i$, $i = 1, \ldots, n$. Множеството $Clone(A)$ на всички клонинги над A е пълна алгебрична решетка относно включването. Известният американски математик и логик от полски произход Е. Л. Пост описва напълно $Clone(A)$, когато A съдържа два елемента: $A = \{0, 1\}$. В този случай клонингите са класове булеви функции, т.е. логически операции. Описанието на тази решетка за повече от два елемента е неизвестно (и според някои автори - невъзможно). Статия 8 (2013) е принос към (поне частично) описание на $Clone(A)$ за повече от два елемента. В нея се разглеждат клонинги от вида $Pol_A(Q)$, където $Pol_A(Q)$ е множеството от всички операции върху A, които запазват едно множество Q от унарни операции (т.е. $Q \subset 2^A$). Определя се категорна еквивалентност на клонинги чрез категорна еквивалентност на многообразия от алгебри, свързани с тези клонинги. Целта на работата е да се представи алгоритъм, който редуцира размера на базовото множество A в $Pol_A(Q)$, запазвайки еквивалентността. За базови множества с най-много два елемента се дава явно описание на тези клонинги с най-малко базово множество (Теореми 2.3, 2.4 и 2.5).

В статия 7 (2014) се описват максималните корегулярни подполугрупи (Теорема 2.7) и максималните идемпотентни подполугрупи (Теорема 3.2) на идеала $K(n, 2)$ на симетричната полугрупа T_n на едно крайно n-елементно множество. В Теорема 4.3, с помощта на Теорема 2.7 са класифицирани корегулярните подполугрупи на T_3.

Задачата за класификация на максималните подполугрупи на симетричната група $T(X)$ на едно безкрайно множество X е много далеч от своето решение. Тази задача е решена само за някои класове подполугрупи на $T(X)$, като например за подполугрупите, съдържащи групата $Sym(X)$ от пермутации на X или стабилизатори в $Sym(X)$ на крайни подмножества на X. В статия 6 (2014) авторите се ограничават с изброими безкрайни множества X и разглеждат класове от подполугрупи на $T(X)$, които съдържат фиксирана подполугрупа W със свойството, че има крайно множество U, което поражда $T(X)$ по модул W. За всеки такъв клас се описват максималните им подполугрупи. Дава се и алтернативно (независимо) доказателство на класификационната теорема зо подполугрупите, съдържащи групата $Sym(X)$ от пермутации на X. За всяка от тях (те са 5 на брой) се описват максималните подполугрупи на класа от подполугрупи, съдържащи нейното допълнение в $T(X)$.

Статия 5 (2015) е мотивирана от един много красив резултат на Вацлав Серпински от 1935 г. с просто доказателство, дадено същата година от Стефан Банах. Този резултат гласи, че всяка редица от изображения на едно безкрайно множество в себе си се съдържа в подполугрупа от такива изображения, породена от две такива изображения. Така относителният ранг на полугрупата по модул подмножество $A \subset T(X)$ (т.е. размерът на минималното по мощност подмножество $B \subset T(X)$ такова, че $A \cup B$ поражда $T(X)$) е най-много 2 ако A е изброимо, или B е неизброимо в случай, че A е неизброимо. При дадено подмножество $Y \subset X$, авторите разглеждат подполугрупата $T(X, Y)$ на $T(X)$, състояща се от всички изображения от вида $X \to Y$ и доказват, че ако X е безкрайно, то необходимо и достатъчно условие всяка редица от елементи на $T(X, Y)$ да се съдържа в нейна 3-породена подполугрупа е: (а) Y да е неизброимо и (б) кардиналното число на X да е строго по-голямо от кардиналното число на Y.

Известно е, че съществува тъждество, което е вярно във всяка собствена подполугрупа на симетричната полугрупа T_n върху едно n-елементно множество C, но не е вярно в T_n. В статия 4 (2015), при условие, че C е верига, Йорг Копиц конструира тъждество, което е вярно във всяка собствена подполугрупа на O_n (полугрупата O_n от растящи изображения на C в себе си) и не се изпълнява в самата O_n (Теорема 1). Това е един проблем, формулиран от авторите на първия резултат.

При условие, че X е безкрайно множество, в статия 3 (2016) се изучава относителния ранг на някои подполугрупи на полугрупата $T(X, Y)$ по модул техни подмножества. Изчислен е относителният ранг на полугрупата $T(X, Y)$ по модул нейното подмножество $E(X, Y)$ от идемпотенти и по модул нейното подмножество $S(X, Y)$, състоящо се от елементите на $T(X, Y)$, чиито ограничения върху Y са пермутации на Y. При условие, че X и Y имат еднаква мощност, този ранг е 2 и са намерени всички минимални относително-пораждащи двуелементни множества (Теореми 3.3 и 4.6). В противен случай минималните относително-пораждащи множества са безкрайни.

Когато X е крайно n-елементно линейно наредено множество, в статия 2 (2016) се дават явни формули за относителния ранг на подполугрупата $O(X, Y)$ от растящи изображения от $T(X, Y)$ по модул нейното подмножество $EO(X, Y)$ от идемпотенти (Теорема 3.4), както и относителния ранг на полугрупата $T(X, Y)$ по модул $O(X, Y)$ (Теореми 4.4 и 4.5).

В статия 1 (2016) се характеризират максималните подполугрупи на моноидите $IO(\mathbb{N})$ и $IO(\mathbb{Z})$ от растящи инжективни изображения на множеството $\mathbb{N}$ от естествените числа и множеството $\mathbb{Z}$ от целите числа, снабдени с естествените линейни наредби (Твърдение 3.2 и Теорема 5.6). В Теорема 4.3 са определени максималните подполугрупи на моноида $SO(\mathbb{Z})$ от растящи пермутации на $\mathbb{Z}$.

Задачата за описание на максималните подполугрупи на моноида $O(\mathbb{N})$ от растящи изображения на $\mathbb{N}$ е далеч от своето решение. Твърдение 6.12 дова пълно описание на тези от тях, които съдържат определено подмножество.

г) Общият брой на статиите на Йорг Копиц е 67, публикувани в 16 реферирани списания, като 8 от тях са с импакт фактор. Кандидатът е забелязал досега 59 цитирания (без автоцитатите).

д) Две от статиите, представени за конкурса са самостоятелни, дванадесет - с един съавтор и две - с двама съавтори. Съгласно заявлението на кандидата от авторската справка, всички автори са с еднакъв принос.

е) Рецензентът няма съществени критични бележки към кандидата.

ж) Кандидатът изпълнява всички условия, посочени в чл. 3 на Правилника за прилагането на ЗРАСРБ в ИМИ и в БАН.

Заключение. Йорг Копиц е единствен кандидат в този конкурс. След присъждането на научната степен "Хабилитиран доктор по естествени науки" той е получил нови интересни и съдържателни научни резултати. Неговите постижения са добре известни на специалистите по полугрупи и това, заедно с горния анализ на научните му постижения ми дава основание да препоръчам на уважаемото Научно жури да предложи на Научния съвет на Института по математика и информатика да го избере за "доцент" по област на образование 4. Природни науки,математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност Алгебра и теория на числата (Алгебрични структури), за нуждите на Института по математика и информатика на БАН.

31 март 2017 г.
София

С уважение: