

## РЕЦЕНЗИЯ

по конкурс за заемане на академичната длъжност „професор“,  
обявен от Института по математика и информатика при БАН  
в ДВ бр. 84 от 21.10.2022 г.

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление: **4.5. Математика**

Научна специалност: **Алгебра и теория на числата (Полугрупи от преобразувания)**

Рецензент: **акад. проф. д.м.н. Веселин Стоянов Дренски**, пенсиониран служител в ИМИ – БАН, член на научното жури по конкурса съгласно Заповед № 536/20.12.2022 г. на Директора на ИМИ – БАН.

Единствен кандидат: **доц. Dr. Habil. Йорг Копиц** от Института по математика и информатика при БАН.

**1. Биографични данни.** Доц. д-р Йорг Копиц е роден в Хале (Зале), Германия, където се дипломира като учител по математика и физика в Педагогическия университет (днес част от Университета „Мартин Лутер“ в Хале – Витенберг). Под ръководството на Райнхард Трон защитава докторска дисертация (doctor rerum naturalium) на тема „Полугрупи с  $v$ -полудистрибутивна решетка от подполугрупи“ в Университета в Потсдам. Дипломата е легализирана от БАН. Оттогава до 2017 г. цялата научна кариера на доц. д-р Копиц е свързана с този университет, където заема различни академични длъжности. През 2002 г. се хабилитира там, като защитава дисертация на тема „ $M$ -твърди многообразия от полугрупи“ за хабилитация (doctor rerum naturalium habilitatus). По изисквания тази научна степен е близка до доктор на науките в България. От октомври 2015 г. до постъпването си на работа в ИМИ–БАН доц. д-р Копиц е частен доцент в Университета в Потсдам. Чел е лекции и е водил упражнения по редица основни и специални курсове в Университета в Потсдам. Ръководил е 7 успешно защитили се докторанта (по един от Германия, България и Индонезия и 4 от Тайланд). Връзките с Университета в Потсдам продължават и днес. В момента доц. д-р Копиц е ръководител на един докторант там. Освен това е съръководител на един защитил се докторант в Тайланд. След спечелване на конкурс през 2017 г. доц. д-р Копиц започва работа като доцент в ИМИ – БАН. (Има известно разминаване в датата на постъпване на работа в ИМИ. Според автобиографията доц. д-р Копиц е постъпил на работа на 4 февруари 2017 г., а според служебната бележка за трудов стаж, издадена от ИМИ – на 1 юни 2017 г.) Специално ще отбележа, че връзките на доц. д-р Копиц с България датират още от 1997 г., когато публикува статия в Сердика, математическо списание, а през 2001 г. публикува съвместна статия със Славчо Щраков. През 2006 г. под ръководството на доц. д-р Копиц в Потсдам защитава дисертация Илинка Димитрова. Три пъти, в течение на 21 месеца е бил стипендиант в България по линията на стипендията Феодор Линен и Хумболтовата фондация. Доц. д-р Копиц е автор на 83 статии в реферирани списания, на 13 статии в сборници на научни конференции и една монография (която в документите по конкурса е наречена „учебник“). От статиите 7 са самостоятелни (последната е публикувана през 2015 г.), а останалите са съвместни с негови ученици или с други утвърдени специалисти в областта. Отново впечатлява сътрудничеството с български алгебристи: 17 статии са съвместни с Илинка Димитрова (включително такива с още съавтори, едната от статиите е съвместна с Калчо Тодоров), 7 са със Славчо Щраков, а в списъка от публикации,

представен в документацията има и една пропусната статия със Славчо Щраков и Димитър Ковачев (реферирана в Zbl 1287.03114). Наличието на много съвместни статии говори за успешна работа в екип. Това е качество, което аз лично много ценя. Още повече, че много от статиите са в съавторство с ученици на доц. д-р Копиц, т.е. той е и успешен ръководител на екип. Но аз бих препоръчал на кандидата да публикува и повече самостоятелни статии, което само би повишило неговия авторитет както в българската алгебрична колегия, така и в чужбина. Доц. д-р Копиц е представил и списък от 49 конференции, на които е участвал с доклад (включително 4 пъти като поканен докладчик). Освен редовно участие на семинари в Университета в Потсдам, той е изнасял многократно и цикли от лекции в Бърно, Сегед, Благоевград, Лисабон и Луганск. От 2008 г. досега той е член на Редколегиите на две списания: Asian-European Journal of Mathematics (издавано от World Scientific, Singapore) и полското *Discussiones Mathematicae, General Algebra and Applications*.

**2. Общо описание на представените материали.** Представените по конкурса документи от кандидата доц. д-р Йорг Копиц съответстват на изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в БАН и в ИМИ – БАН. Представените документи съдържат: заявление за участие в конкурса, автобиография, дипломи за завършено висше образование, доктор, за хабилитация и за доцент, списък на всички публикации и на публикациите за участие в конкурса, справка за трудов стаж в ИМИ – БАН, обявата в ДВ, документи, показващи покриването на минималните изисквания, както и данни за научната и педагогическата дейност на кандидата. Научната дейност ще бъде коментирана по-долу. Кандидатът е представил за участие в конкурса 17 научни публикации в български и чуждестранни списания. Всички статии са в списания с импакт фактор с общ импакт фактор 9.755. (Има известно разминаване в данните за импакт фактора в списъка на публикациите, представени за участие в конкурса и в справката за изпълнение на минималните изисквания.) Статиите са публикувани през периода 2016 – 2021 г. и са по темата на конкурса, поради което ги приемам за рецензиране. Всички статии са съвместни, 10 са с един съавтор (по 3 с Илинка Димитрова и Ананя Анантаясети, по 1 с Туваде Мусантия, Юрий Жучок, Анатолий Жучок и Славчо Щраков), 4 са с двама съавтори (Анатолий Жучок и Юлия Жучок, Витор Фернандес и Туваде Мусантия, Сомнук Ворависет и Сомчит Чотчайстит, Илинка Димитрова и Ладаван Лохапан) и 3 са с трима съавтори (2 с Илинка Димитрова, Витор Фернандес и Тереза Кинтейро, 1 с Дара Фусанга, Джинтана Джомвонг и Сурапол Джино), в 9 от статиите като съавтори участват ученици на доц. д-р Копиц (Илинка Димитрова, Туваде Мусантия, Дара Фусанга и Ладаван Лохапан). В авторската справка е допусната неточност. Отбелязано е, че 5 от статиите са с двама съавтори и 2 – с трима съавтори. Кандидатът е декларирал, че съвместните научни трудове, представени за участие в конкурса, са написани при равноправно участие на съавторите. Разпределението на публикациите е както следва: по 2 в *Semigroup Forum*, *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, *Journal of Algebra and Its Applications*, *Ukrainian Mathematical Journal*, *Asian-European Journal of Mathematics*, *Thai Journal of Mathematics* и по 1 в *Algebra Universalis*, *Mathematica Slovaca*, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Доклади на БАН, *Algebra and Discrete Mathematics*.

**3. Обща характеристика на научно-изследователската дейност на кандидата.** Основните научни интереси на доц. д-р Копиц са в областта на теорията на полугрупите.

Освен това той има и трудове, посветени на свойствата на други алгебрични системи. Полугрупите са алгебрични системи с една бинарна операция, която удовлетворява асоциативния закон. Добре известната теорема на Кейли, която за крайни групи е включена в стандартния бакалавърски курс по алгебра на повечето от университетите в България и по света твърди, че всяка група е изоморфна на група от обратими преобразования на множество. Полугруповият аналог на тази теорема твърди, че всяка полугрупа се влага в полугрупата на множеството на всички преобразования на едно множество. Полугрупите от преобразования на множества са типичен (и може би най-важен пример) на полугрупи, които се изучават както от гледна точка на алгебрата и комбинаториката, така и поради многобройните приложения в други области на математиката, теоретичната информатика и другите науки. Голяма част от изследванията на кандидата са посветени на полугрупи от преобразования на различни крайни и безкрайни множества. Тези изследвания са предпоставка за обмяна на идеи и ползотворно сътрудничество с групата от български алгебристи, които изучават аналогични проблеми за полупръстени. Друго важно направление в изследванията на кандидата е изучаването на многообразиата от полугрупи. Многообразиата са класове от алгебрични системи, които се дефинират чрез тъждествените съотношения, удовлетворявани от тях. Това е едно от традиционните направления в българската алгебра и от много години по света се говори за Българската школа в теорията на многообразиата от алгебри, основана през 60-те години на миналия век от Михаил Гаврилов заедно с включилия се в началото на 70-те години Георги Генев. В момента по тази тематика работят активно редица български алгебристи у нас и в чужбина. И тук има възможност за обмяна на идеи и сътрудничество между доц. д-р Копиц и колегите от групата. Добре известно е, че има много проблеми за многообразиата от алгебрични системи, които звучат аналогично, независимо с какви операции са дефинирани алгебричните системи. От тази гледна точка е естествено, че кандидатът изследва не само полугрупи, но и други алгебрични системи – допелполугрупи, клонове, терми и др., както и на алгебрични хиперсистеми, когато резултатът от операциите не е елемент, а подмножество на алгебричната система.

**4. Основни научни и научно-приложни приноси.** Ще се спра накратко на основните резултати, съдържащи се в представените работи на кандидата, както и на оценката ми за тях. В справката за научните си приноси кандидатът е разделил публикациите си на четири групи: I. Полугрупи от преобразования; II. Допелполугрупи; III. Полугрупи от гледна точка на универсалната алгебра; IV. Полуhipергрупи.

**I. Полугрупи от преобразования** (статии №№ 1 – 4, 7, 9, 14, 15). Една от популярните тематик в изследванията по теория на полугрупите е изучаването на полугрупи от напълно или частично дефинирани преобразования на крайни или безкрайни множества. Една от причините за тази популярност са версиите на теоремата на Кейли за класове от полугрупи, които се влагат в такива полугрупи от преобразования. Особено интересни са случаите, когато преобразованията запазват наредбата на линейно или частично наредени множества. В статии №№ 1, 9, 14 и 15 се изучават полугрупи от преобразования на частично наредени множества, които са „огради“, т.е. с т.н. заг-заг наредба, зададена чрез неравенствата  $a_1 > a_2 < a_3 > a_4 < \dots$  (или  $a_1 < a_2 > a_3 < a_4 > \dots$ ). В статии № 1 и № 15 се изучава инверсната полугрупа от частичните автоморфизми на крайна ограда с  $n$  елемента. В статия № 15 се описват релациите на Грийн на тази полугрупа. В теория на полугрупите релациите на Грийн са релации на еквивалентност, които характеризират

елементите на полугрупата в термините на главните идеали, които те пораждаат. За важноста на тези релации говори известната сентенция на известния специалист в теорията на полугрупите Джон Макинтош Хауи: „Когато се изследва нова полугрупа винаги първият въпрос, който се задава е „Как изглеждат релациите на Грийн?“. Релациите на Грийн са особено полезни за разбирането на природата на делимостта в полугрупата и дават информация колко далече е полугрупата от група. Доказано е, че разглежданата полугрупа се поражда от преобразования с ранг (= брой на елементи на образа)  $> n - 3$ , а използвайки популярната система за компютърни пресмятания в теория на групите GAP, се показва, че за нечетно  $n$  полугрупата не може да се породи от преобразования с ранг  $\geq n - 1$ . За четно  $n$  е дадено минимално пораждащо множество, което се състои от  $n + 1$  зададени в явен вид преобразования с ранг  $\geq n - 1$ . Статия № 1 доразвива методите от статия № 15 и приключва случая на нечетно  $n$ . Статия № 14 е посветена на аналогични въпроси, но за моноида от всички запазващи зиг-заг наредбата частични преобразования на оградата  $\mathbb{N}$  от множеството на естествените числа. Разглежда се относителният ранг относно множеството  $Y$  на всички идемпотенти и всички сюрективни преобразования, т.е. колко преобразования трябва да добавим към множеството  $Y$ , за да получим пораждащо множество на целия моноид. Оказва се, че е достатъчно да се добави само преобразованието, което изпраща всяко  $n$  в  $n + 2$ . Същото преобразование заедно с идемпотентите с краен ранг е достатъчно за пораждането на всички преобразования с краен ранг. В статия № 9, която е последната от цикъла, посветен на зиг-заг наредбата, се изучават пълните преобразования на една крайна ограда, които запазват тази наредба. Дава се ново описание на елементите на тази полугрупа, което се оказва много полезно за определянето на ранга на полугрупата, намирането на минимално пораждащо множество и на формула за броя на идемпотентите. Както в случая на статии № 1 и № 15, отговорите зависят от четността на броя на елементите в оградата.

В статии № 2 и № 3 се изучава полугрупата  $T(X, Y)$  от преобразования на едно множество  $X$  с образи във фиксирано подмножество  $Y$  на  $X$ . Разглеждат се специалните случаи, когато множеството  $X$  е крайна (в статия № 2) и безкрайна верига (в статия № 3). В статия № 2 се определя относителният ранг на полугрупата относно подполугрупата  $OP(X, Y)$  от всички запазващи ориентацията преобразования и се характеризират минималните относително пораждащи множества. Аналогични въпроси се решават и за относителния ранг и относителните пораждащи на полугрупата  $OP(X, Y)$  относно подполугрупата  $O(X, Y)$  от запазващите наредбата преобразования при което се обобщават резултати на Катарино и Хигинс от 1999 г. В статия № 3 се пресмята относителният ранг на  $OP(X, Y)$  относно  $O(X, Y)$  за един клас от безкрайни вериги, който съдържа и класическите безкрайни вериги.

В последните две статии № 4 и № 7 от първия раздел от публикации, представени за участие в конкурса, се прилагат методи от теория на полугрупите за решаване на задачи от алгебрична теория на графите. Целта е да се изследва структурата на моноидите от ендоморфизми на неориентиран краен път. В статия № 4 е направено алгебрично описание на моноидите от всички инективни частични ендоморфизми и на всички частични автоморфизми. Дават се формули за ранга и мощността и се описват релациите на Грийн. В статия № 7 се разглеждат моноидите на всички ендоморфизми и на всички слаби ендоморфизми. Отново се пресмятат рангът и мощността, характеризират се регулярните елементи и е установено кога тези два моноида са регулярни.

**II. Допелполугрупи** (статии №№ 8, 10, 11). В статия № 11 се разглеждат  $n$ -орни полугрупи. Това са множества с  $n$  полугрупови операции, свързани с асоциативен закон

$$(x*y) \circ z = x*(y \circ z) \text{ за всеки две операции } * \text{ и } \circ.$$

Разглеждат се и се решават въпроси, които са естествени за всички класове от алгебрични структури – описание на свободното произведение на два обекта в общия случай, а в комутативния случай свободните обекти, техните подобекти и групите от автоморфизми, както и техните минимални комутативни конгруенции. Напълно съм съгласен със заключението на кандидата, формулирано в авторската справка, че в статията се дава фундаментално описание на многообразието от всички комутативни  $n$ -орни полугрупи.

Когато  $n = 2$   $n$ -орните полугрупи се наричат допелполугрупи. Както в случая на произволно  $n$  и за допелполугрупите се търсят аналози на теоремите от теория на полугрупите. Теорема на Зарецкий от 1959 г. дава, че всяка наредена полугрупа може да се вложи в наредената полугрупа на всички бинарни релации на подходящо множество. Това е аналог на теоремата на Кейли за обикновени полугрупи. В статия № 10 се доказва допелполугрупов вариант на теоремата на Зарецкий. Оказва се, че теоремата на Зарецкий е следствие от основния резултат на статията. Теоремата на Кейли за произволни полугрупи също следва от него (но не следва от теоремата на Зарецкий).

Свободните обекти са един от основните обекти за всяко многообразие от алгебрични системи. Те се характеризират със свойството, че всяко изображение на свободните пораждани в алгебрична система от многообразието се продължава еднозначно до хомоморфизъм. В статия № 8 се изучава многообразието от правоъгълни допелполугрупи. Това многообразие се определя от тъждествата  $x*y*z=x*z$  за всяка от двете полугрупови операции. Дава се описание на свободните обекти в това многообразие и минималната конгруенция на свободната допелполугрупа, факторизирането по която дава правоъгълна допелполугрупа. Сред останалите резултати ще отбележим описанието на максималните подобекти, идемпотентите и ендоморфизмите на свободните обекти. Като следствие се получава описанието на свободните правоъгълни полугрупи.

**III. Полугрупи от гледна точка на универсалната алгебра** (статии №№ 5, 6, 13, 16, 17). В универсалната алгебра има общ комбинаторен метод да се представят изразите в една алгебрична система чрез дървета с корен, чиито върхове (или възли) са означени с операции в системата, а листата са елементи на системата или нуларни операции. В случая на полугрупи и групоиди дърветата са бинарни и има само една операция. Статия № 17 е посветена на изучаването на стабилните и  $s$ -стабилните многообразия от полугрупи, комутативни и идемпотентни групоиди. Оказва се, че има точно 10 стабилни многообразия от полугрупи, които са зададени на езика на техните тъждествени съотношения. Това е аналог на описанието на солидните многообразия от полугрупи, дадено от Полак през 1999 г. Многообразието от комутативните и идемпотентните групоиди също са стабилни. В статията се използват методи типични както за комбинаториката, така и за математическата логика и теория на алгоритмите. Резултатите имат отношение и към теоретичната информатика.

Същото е вярно и за статии №№ 6, 13 и 16. В тях се тръгва от полугрупата  $T(X, Y)$  от преобразования на едно множество  $X$  с образи във фиксирано подмножество  $Y$  на  $X$ . По естествен начин се въвежда полугрупата  $T_P(X, Y)$  на всички непразни подмножества на  $T(X, Y)$  с операция  $AB = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ . Разглежда се важният случай  $|Y|=2$ , който е

забележителен с това, че тогава полугрупата от недетерминирани булеви операции може да бъде вложена в  $T_P(X,Y)$ . В статия № 16 се дава описание на идемпотентните и регулярните елементи в  $T_P(X,Y)$  и максималните подполугрупи с важни свойства. В статия № 13 се изследват релациите на Грийн на полугрупата  $T_P(X,Y)$ . Получените резултати дават важна информация за конгруентната структура на полугрупата  $T_P(X,Y)$ . Статия № 6 е последната статия от цикъла от три статии, посветени на свойствата на полугрупата  $T_P(X,Y)$ . В нея се характеризират идеалите и главните идеали на  $T_P(X,Y)$ . Статия № 5 също има отношение към теоретичната информатика. В нея се изучава моноидът от обобщените хиперсубституции за алгебрични системи. В статия на кандидата с Дана Фусанга от 2018 г. се дава един естествен и удобен за работа подход към хиперсубституциите на една алгебрична система. Представената за участие в конкурса статия продължава тези изследвания и е косвено доказателство за полезността на този подход. Основният резултат описва идемпотентите и регулярните елементи на моноида от обобщените хиперсубституции за алгебрични системи.

**IV. Полухипергрупи** (статия № 12). Както отбелязва кандидатът в авторската справка, в общността на алгебристите мнението за изследванията на хиперструктурите е противоречиво. От една страна, това е област, в която се работи активно, а от друга страна се смята, че областта е на периферията на съвременната алгебра. В представената статия се разглеждат полухипергрупи. Това са множества с една бинарна операция, която удовлетворява аналог на асоциативния закон и на всеки два елемента съпоставя не елемент, а подмножество на разглежданото множество. Основната идея на статията е, че изучаването на полухипергрупи може да се сведе до изучаването на обикновени полугрупи. Това е илюстрирано за полухипергрупите с два елемента. Доказва се, че тяхната класификация се свежда до класификация на полугрупите с три елемента. Оказва се, че има точно 17 неизоморфни полухипергрупи с два елемента. Доказателствата използват различни техники. Основна роля играят т.н. алтернативни тъждества и алтернативни многообразия (въведени от Ляпин) вместо обичайните понятия за тъждествени съотношения и многообразия от алгебрични системи.

В заключение на коментарите си по научните приноси на кандидата ще отбележа, че той е запознат много добре с основните задачи в областта и с литературата по разглежданите въпроси и използва богат арсенал от методи. Достоверността на аргументите в доказателствата не буди съмнение. Не съм забелязал и съществени неточности.

Авторската справка правилно отразява основните приноси на трудовете, представени за участие в конкурса.

Кандидатът е представил списък с 103 цитата на 34 негови трудове (в авторската справка неточно е указано, че цитатите са 102). От тези цитати 20 са на 11 работи, включени за участие в конкурса. Според мене това е добро постижение, като се има предвид, че статиите са публикувани през последните 7 години. Списъкът от цитати може да бъде разширен. Например, в него се дават 8 цитата на монографията с Клаус Дитер Денеке, а съгласно *Zentralblatt für Mathematik* монографията е цитирана 31 пъти (като 7 от тези цитати са автоцитати).

От представените документи и декларации се вижда:

а) Научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 26, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните изисквания на ИМИ – БАН за заемане на академичната длъжност „професор” в научната област и професионално направление на

конкурса. При минимални изисквания за групи от показатели В, Г, Д и Е съответно 100, 220, 140 точки и 150 точки, кандидатът е представил данни за 150, 308, 156 и 175 точки.

б) Представените от кандидата научни трудове не повтарят такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и заемане на академична длъжност.

в) Няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

**5. Значимост на приносите за науката и практиката.** Получените резултати в научно-изследователските статии на кандидата са интересни и съдържателни. Те съдържат нови факти за обекти, които се появяват по естествен начин в редица области на математиката и нейните приложения и много от които са изучавани преди това и от други автори. Резултатите и методите за тяхното получаване са използвани и могат и занапред да се използват успешно в други изследвания от този род.

**6. Критични бележки и препоръки.** Нямам съществени забележки към трудовете на кандидата. Ще отбележа, че въпреки отбелязаните по-горе неточности, смятам, че документацията по конкурса е изготвена изключително акуратно.

**7. Лични впечатления на рецензента.** Познавам лично доц. д-р Копиц от времето, когато кандидатстваше за работа в ИМИ – БАН (бях член на Научното жури по конкурса), като сътрудник на секция „Алгебра и логика“ и от неговите доклади на Семинара по алгебра и логика. Представял съм негови статии в „Доклади на БАН“ и съм запознат с положителното мнение на рецензентите на тези статии. Имам отлични впечатления за него като колега и учен.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представените научни трудове доц. д-р Йорг Копиц е получил интересни резултати в актуални области на алгебрата. Повечето от резултатите вече са използвани или могат да бъдат използвани при подобен род изследвания от други автори. Съществена част от резултатите са публикувани в авторитетни издания и докладвани на авторитетни научни форуми. Имам всички основания убедено да предложа доц. д-р Йорг Копиц да заеме академичната длъжност „професор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност: Алгебра и теория на числата (Полугрупи от преобразувания).

София, 20 март 2023 г.

Рецензент:

(акад. д.м.н. В. Дренски)