

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд
за придобиване на образователната и научна степен “Доктор”

Област: 4. “Природни науки, математика и информатика”

Научно направление: 4.6. “Информатика и компютърни науки”

Тема: “Кодове и дизайни в полиномиални метрични пространства”

Автор: Константин Василев Делчев

Тема на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд е посветен на изследване на кодове и дизайни в полиномиални метрични пространства. Основните задачи, които се разглеждат, се отнасят до съществуване и характеризиране на различни видове дизайни и кодове, както и до намиране на граници за параметрите на такива кодове.

Работата обобщава изследванията на автора през последните няколко години. По-важните задачи, разгледани в дисертационния труд са следните:

- 1) Намиране на нови граници за мощността на антиподални сферични кодове с малък брой разстояния.
- 2) Намиране на горни граници за енергиите на сферични дизайни, близки до границата на Делсарт-Гьоталс-Зайдел.
- 3) Намиране на асимптотични граници за енергиите на сферични дизайни.
- 4) Изследване на блокови кодове с две разстояния, различаващи се с 1. Доказване на характеризационни резултати за такива кодове.
- 5) Намиране на граници и конструкции за двутегловни (нелинейни) кодове над различни азбуки.

Литературен обзор

Общото ми впечатление е, че дисертантът познава отлично съвременното състояние на разглежданите проблеми. Голяма част от изследванията му са върху един кръг

от задачи и хипотези от алгебричната комбинаторика и теория на кодирането счигани за значими, както в теоретичен план, така и за приложенията. Докторантът демонстрира познаване на областта на изследванията и възможности творчески да прилага знанията си.

Методика

В изследванията си дисертантът използва алгебрични и комбинаторни техники, както и сериозни компютърни изчисления.

Съдържание и резултати на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от 84 нестандартни машинописни страници и се състои от увод, четири глави и списък на използваната литература, включващ 100 заглавия. Дисертацията може условно да се раздели на две части: сферични кодове и дизайни и енергии на дизайни (глава 2 и 3) и блокове кодове с малък брой тегла (глава 4 и 5). По-долу ще изложa накратко съдържанието на отделните глави от дисертацията.

Уводът (глава 1) съдържа кратко изложение на по-важните дефиниции и теоретични факти, използвани в дисертационния труд. Основната тежест е поставена върху резултати от теория на сферичните кодове и дизайни. Въведени са полиномите на Гегенбауер и са представени различни граници за кодове, дизайни и енергии на кодове, свързани с границата на линейното програмиране. В тази част не се съдържат оригинални резултати.

Глава 2 е посветена на изследването на антиподални кодове с малък брой разстояния. Подробно са разгледани антиподални кодове със скаларни произведения $-1, \pm s$ (раздел 2.3), скаларни произведения $-1, 0, \pm s$ (раздел 2.4) и скаларни произведения $-1, \pm s_1, \pm s_2$ (раздел 2.5). В раздел 2.3 е дадено по-кратко доказателство на един резултат на Барг и Ю (Теорема 2.4), който дава горна граница за мощността на антиподален код с три скаларни произведения $-1, \pm s$.

В раздел 2.4 е разгледан случаят когато към горните две скаларни произведения се добавя и скаларно произведение 0. В този случай отново е доказана горна граница за мощността на кода (Теорема 2.5), както и резултат, съгласно който в случай на равенство s е рационално число. Теорема 2.7 е аналог на Теорема 2.4 за случая на четири скаларни произведения $-1, 0, \pm s$ и дава граница за мощността на код, който е сферичен 3-дизайн.

Изследванията са продължени за антиподални кодове със скаларни произведения $-1, \pm s_1, \pm s_2$. Отново е доказана граница за мощността на антиподален сферичен код при някакво условие за числата s_1 и s_2 (Теорема 2.8). Както и в предните два раздела е доказана граница за мощността на сферичен код със скаларни произведения $-1, \pm s_1, \pm s_2$, който е 5-дизайн (Теорема 2.9).

В глава 3 са изследвани граници за енергиите на сферични дизайни с малка мощност. Оригиначните резултати тук се съдържат в раздел 3.3. Той е посветен

на доказването на граници за величината $\mathcal{U}(n, M, \tau; h)$, дефинирана като супремум на енергията на код в \mathbb{S}^{n-1} , с мощност M , който е τ -дизайн. Основни резултати тук са Теорема 3.4 и 3.5. В края на главата са представени примери за прилагане на получените граници и са представени таблици за границите при $n = 3, 4, 5$ и нютонова енергия.

Глава 4 е посветена на изследването на кодове с две съседни разстояния. Кодове с това свойство са естествено обобщение на константно тегловните кодове. Това е интересна препратка към резултати на Джей Ууд за константно тегловни линейни кодове над различни структури. Характеризацията на линейните кодове с това свойство е очевидна.

Оригиналните приноси се съдържат в раздели 4.3, 4.5 и 4.6. Основните резултати в раздел 4.3 се свеждат до доказване на горни граници на линейното програмиране за кодове с две съседни разстояния (Теорема 4.6 и 4.8).

В раздел 4.5 са представени разнообразни конструкции на кодове с две съседни разстояния. Те използват различни комбинаторни структури като комбинаторни дизайни, латински квадрати, разностни множества. Използвани са сферични кодове за доказване на горна граница за мощността на q -ичен код с разстояния d и $d + 1$ (Теорема 4.13).

В раздел 4.6 са обобщени всички получени резултати в таблици, съдържащи точни стойности и граници за максималната мощност на q -ичен код с две съседни разстояния.

В глава 5 се изследват кодове с две (несъседни) разстояния. Тази област е доста подробно изследвана в линейния и е почти неизследвана в нелинейния случай. Намерени са граници за мощността на такива кодове и са представени различни конструкции. Тук централна е Теорема 5.4, която представя относително проста граница за мощността на q -ичен код с дължина n и разстояния d и $d + \delta$. По нататък е изследвана стойността на функцията $A_q(n, \{d, d + \delta\})$ и са намерени някои нейни точни стойности.

В раздел 5.2 е представена таблица с точни стойности и граници за максималната мощност на такива кодове за фиксирана азбука с q букви, $q = 2, 3, 4$, малки дължини и фиксирани разстояния d и $d + \delta$. Част от кодовете са генерирани с помощта на компютър.

Приноси на дисертационния труд

По мое мнение по-важните приноси в дисертационния труд се свеждат до следното:

- (1) Намерени са нови граници за мощността на антиподални кодове.
- (2) Доказани са резултати от тип Лойд за рационалност.
- (3) Доказани са нови граници за енергиите на сферични дизайни, чиято мощност е близка до границата на Делсарт-Гьоталс-Зайдел.

- (4) Доказани са асимптотични граници за енергиите на сферични 2-дизайни.
- (5) Доказани са граници за мощността на (нелинейни) двутегловни кодове.
- (6) Направени са конструкции за (нелинейни) кодове с две съседни или близки разстояния.
- (7) Създадени са таблици за максималната мощност на такива кодове за относително малки кодове и близки разстояния.

Забележки и коментари по дисертационния труд

Във връзка с дисертационния труд имам следните въпроси, забележки и коментари:

- (1) Колко добри са границите от раздел 2? Съществуват ли кодове, които лежат на тези граници или са достатъчно близо до тях?
- (2) Номерацята в началото на раздел 3 е объркваща (имам предвид раздел 3.0.1).
- (3) На места има неточности и/или технически грешки:
стр. 5: на няколко места стои \mathbb{S}^{-1} ; това \mathbb{S}^{n-1} ли е;
стр. 18: "пространство, което е с една размерност по-ниска".
- (4) Лемите в края на раздел 5.1 е по-добре да са теореми. Това са всъщност завършени резултати.
- (5) Работата е написана стегнато и е оформена прегледно и ясно. Това позволява на читателя да се ориентира добре в получените резултати.

Публикации по дисертационния труд

Резултатите от дисертационния труд са публикувани в 6 статии, както следва:

- Discrete Mathematics – IF 0.77
- Problems of Information Transmission – IF 0.593
- Discrete and Computational Geometry – IF 0.661
- Electronic Notes in Discrete Mathematics – SJR 0.262
- Proceedings ACCT – XVI
- Proceedings ACCT – XVII

Три от статиите са с импакт-фактор, една е със SJR и две са в сборниците с доклади на АССТ. Една от представените статии е с един, една е с двама и четири с трима съавтори.

Авторство на получените резултати

Тъй като познавам научните интереси на докторанта и следя работата му в последните години, за мен няма съмнение, че приносът му е равностоеен на този на останалите автори. Публикациите надхвърлят значително минималните изисквания в ЗРАСРБ, Правилника за прилагането му и Правилника на ИМИ БАН.

Цитирания на публикациите от дисертационния труд

Дисертантът е приложил списък на четири цитирания на статиите, въз основа на които е написан дисертационния труд. Нямам съмнение, че този брой ще се увеличава с щрмето, тъй като работите са се появили съвсем наскоро.

Автореферат и авторска справка

Авторефератът в обем от 23 страници и авторската справка са направени съгласно изискванията и отразяват правилно резултатите и приносите в дисертационния труд.

Заклучение

Считам, че представеният дисертационен труд “Кодове и дизайни в полиномиални метрични пространства” с автор Константин Василев Делчев съдържа интересни резултати, които представляват оригинален принос в алгебричната комбинаторика и теория на кодирането. Докторантът показва задълбочени теоретични познания в тези области и с това отговаря на изискванията на “Закона за развитие на академичния състав в Република България”, Правилника за прилагането му и Правилника на ИМИ при БАН за присъждане на образователната и научна степен “Доктор”. В дисертационния труд и свързаните с него публикации няма установено плагиатство.

Това ми дава основание да дам **положителна оценка** на представения дисертационен труд и да препоръчам на Уважаемото Жюри да присъди на Константин Василев Делчев образователната и научна степен ”Доктор” в област 4. “Природни науки, математика и информатика”, научно направление 4.5 “Информатика и компютърни науки”.

София, 15.05.2021 г.

Рецензент:

(проф. д.м.н. Иван Ланджев)