

# РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация

за придобиване на образователната и научна степен „доктор“

**Област на висше образование:** 4. Природни науки, математика и информатика

**Професионално направление:** 4.6. Информатика и компютърни науки

**Автор:** Константин Василев Делчев

**Тема:** Кодове и дизайни в полиномиални метрични пространства

**Рецензент:** Проф. дмн Стефка Христова Буюклиева

Катедра „Алгебра и геометрия”,

ВТУ ”Св. Св. Кирил и Методий”

На основание Заповед №48/26.03.2021 на Директора на ИМИ-БАН за разкриване на процедура за защита на дисертационен труд на докторант Константин Василев Делчев съм утвърдена за член на Научното жури по процедурата. Тази рецензия е изготвена и представена на основание Решение на Научното жури (Протокол №1/02.04.2021) за разпределение на дейностите между членовете на Научното жури по процедурата. Настоящата рецензия е изготвена в съответствие с изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за неговото приложение (ППЗРАСРБ), и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Института по математика и информатика при БАН. Предоставени са ми всички необходими документи, включително заявление до Директора на ИМИ при БАН за допускане до защита, професионална автобиография, заповед за зачисляване в докторантура, протоколи за издържаните изпити съгласно плана на докторантурата, заповед за отчисляване от докторантура, заповед на Директора на ИМИ за обсъждане на дисертационния труд от първично звено, протокол от обсъждане на дисертационния труд от първичното звено, списък на публикациите по дисертацията, списък на цитиранията на публикациите по дисертацията, копия от публикациите по дисертацията, дисертационен труд, справка за приносите в дисертацията, публикациите по темата на дисертацията и автореферат.

## **1. Кратки биографични данни за дисертанта.**

Константин Делчев е завършил математика в СУ „Св. Климент Охридски“ през 2015 г. Същата година е зачислен на редовна докторантура по Информатика и компютърни науки към секция МОИ на Института по математика и информатика при БАН. Той е много активен в проектната дейност, а също и в организацията на състезания за ученици и студенти. Константин Делчев е заместник национален организатор на националния конкурс „Млади таланти“. Той отговаря за подготовката на българския отбор за международното състезание EUCYS от 2011 г. насам. Самият той е участвал в европейския конкурс през 2003 г. За съжаление в автобиографията, която е представил, липсва информация за други конкурси и състезания, в които дисертантът е участвал като ученик и/или студент.

## **2. Актуалност на тематиката.**

Дисертационният труд на Константин Делчев е посветен на изследвания в областта на алгебричната теория на кодирането, свързани с конструиране на различни видове кодове, а също и на изследване и съответно подобряване на граници за някои основни параметри на тези кодове. Основно се разглеждат две големи фамилии кодове, а именно сферични кодове и блокови кодове с две разстояния.

Сферичните кодове са множества от точки върху единичната сфера в стандартното  $n$ -мерно евклидово пространство. Изследванията на автора са посветени на антиподачните кодове (т.е. кодове  $C$ , за които  $C = -C$ ) с малък брой разстояния (Глава 2), както и на сферични дизайни със сравнително малка мощност (Глава 3). Може да се каже, че в България има изградена школа, в която основната тематика е изследванията върху сферични кодове и дизайни. В тази област вече са защитени няколко дисертации, първата от които е на проф. Бойваленков, а останалите са под неговото ръководство.

Кодовете с две разстояния, разглеждани в дисертацията, са блокови кодове над азбука с  $q$  елемента. Мотивацията е да се разгледа фамилия от кодове, които да имат добри характеристики в смисъл на полезна структура (от гледна точка на практически и теоретични приложения) и оптимални стойности на разглежданите параметри, като се има предвид доста подробните изследвания върху кодовете с едно фиксирано разстояние между всеки две кодови думи (еквидистантни кодове). В дисертацията са предложени конструкции, а също и изследвания върху горни граници за мощността на

кодове с две разстояния  $d$  и  $d + \delta$ ,  $\delta \geq 1$ , като специално внимание в Глава 4 е отделено на случая  $\delta = 1$ .

### 3. Обща характеристика на дисертационния труд.

Дисертацията е в обем от 84 страници и се състои от пет глави и литература, включваща 100 заглавия. Първа глава, наречена „Увод“, въвежда основни понятия и класически резултати за сферични кодове и дизайни, получени чрез метода на линейното програмиране. Би трябвало тази първа глава да има друго заглавие, а отделно да има увод към дисертационния труд, който да дава обща представа за съдържанието и структурата му.

Глава 2 е посветена на изследванията на дисертанта върху антиподадалните сферични кодове, като резултатите са получени чрез изследване на производните им кодове. Използвани са техники, свързани с линейното програмиране, както и някои комбинаторни свойства на тези кодове. Получени са граници за антиподадални сферични кодове с няколко възможни разстояния. Доказани са теореми, отнасящи се до максималната възможна мощност на такива кодове в случаите, когато различните скаларни произведения в кодовете са (1)  $-1$  и  $\pm s$ ; (2)  $-1, 0$  и  $\pm s$ ; и (3)  $-1, \pm s_1$  и  $\pm s_2$ . При сферичните кодове, които се състоят от точки (вектори) в евклидовото пространство  $\mathbb{R}^n$ , съществува директна връзка между разстоянието и скаларното произведение, а именно  $d(x, y) = \sqrt{2(1 - \langle x, y \rangle)}$ ,  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , и за авторите е по-удобно да използват скаларното произведение вместо разстоянието заради връзката с теорията на ортогоналните полиноми. Тази глава следва публикацията на дисертанта с неговия научен ръководител в списание *Electronic Notes in Discrete Mathematics* от 2017 г.

В Глава 3 се разглеждат граници за енергиите на сферични дизайни със сравнително малка мощност. Сферичните дизайни са специален клас сферични кодове, които намират приложение в теорията на апроксимациите, статистиката, геодезията и др. Авторът е представил три еквивалентни дефиниции, като тук представям по-популярно изказана дефиниция, дадена от R. H. Hardin and N. J. A. Sloane: Множество от  $M$  точки в сферата  $\mathbb{S}^{n-1}$  се нарича сферичен  $\tau$  – дизайн, ако за всеки полином на  $n$  променливи с реални коефициенти от степен, ненадминаваща  $\tau$ , средното аритметично от стойностите на полинома в дадените точки е равна на средната стойност (average value) на полинома върху цялата сфера (зададена с интеграл върху сферата). Основната задача е при зададени естествени числа  $M$  и  $n$ , да се намери максималната възможна

стойност на степента  $\tau$ . Основна роля при изследването на сферични дизайни играят полиномите на Гегенбауер, които се дефинират рекурсивно със следната формула

$$(i + n - 2)P_{i+1}^{(n)}(t) = (2i + n - 2)tP_i^{(n)} - iP_{i-1}^{(n)}, \quad P_0^{(n)}(t) = 1, P_1^{(n)}(t) = t.$$

Енергия на сферичен код (в частност на  $\tau$  – дизайн)  $C$  се нарича сумата

$$E(n, C; h) = \sum_{x, y \in C, x \neq y} h(\langle x, y \rangle),$$

където  $h: [-1, 1] \rightarrow [0, +\infty]$ . В настоящата глава са представени резултати за намиране на горни граници за  $h$ -енергията на сферични дизайни с  $M$  точки, където  $M$  е близо до границата на Делсарт, Гьоталс и Зайдел.

Четвърта и пета глави са посветени на друг вид кодове – блокови кодове над азбука с  $q$  елемента. Те се базират на съвместни разработки с научния ръководител проф. Бойваленков и с колегите от Руската академия на науките В. Зиновиев и Д. Зиновиев. Без ограничение на общността може да се вземе азбуката  $Q = \{0, 1, \dots, q - 1\}$ . Тези кодове са подмножества на  $Q^n$  за дадена дължина  $n$ . Имам следната забележка към дисертанта: За да бъде  $Q^n$  линейно пространство, е необходимо азбуката  $Q$  да има структура на поле. При разглеждане на нелинейни кодове това не е задължително, но ако искаме кодовете да са линейни, трябва  $q$  да е степен на просто число и разглежданата азбука да е поле. В литературата се разглеждат и линейни кодове над пръстени (например  $Q = \mathbb{Z}_q$  за произволно естествено число  $q$ ), но ако тези пръстени не са полета,  $Q^n$  не е линейно пространство и дефиницията за линеен код е малко по-различна.

В Глава 4 са разгледани блокови кодове с две съседни разстояния. Това означава, че разстоянията между две различни кодови думи могат да взимат само две стойности:  $d$  и  $d+1$  за дадено естествено число  $d$ . Представени са конструкции на такива кодове. Не разбрах защо линейните кодове се означават с  $[n, M, d]$ , а не с  $[n, k, d]$  ( $M = q^k$ ). В публикация [34] се използва именно стандартното означение. Забелязах, че докторантът не е представил описанията за линейни кодове, получени с конструкции 4, 5 и 6, нито резултатите от Секция 4 на [34], отнасяща се точно до линейни кодове. Предполагам, че тази част от изследванията е дело на руските съавтори. В такъв случай би било по-добре въобще да не се засяга въпросът за линейността в дисертацията.

В Раздел 4.3 са получени горни граници за мощността на кодове с две разстояния. Този раздел е озаглавен *Горни граници за кодове с две разстояния*, като варианта за две съседни разстояния е изнесен в част 4.3.1. Това ми изглежда не добре

обмислено, защото на практика в този раздел се разглежда само случая на две съседни разстояния. В Раздел 4.5 са представени конструкции за разглеждания тип кодове, а в раздел 4.6 са дадени и таблици с горни и долни граници за мощността на кодове с две съседни разстояния над азбуки с 2, 3, 4 и 5 елемента, като разглежданите стойности за двата основни параметъра на кодовете е  $n \leq 18, d \leq 13$ . Таблицата за  $q = 2$  не е допопълнена. Тази таблица би трябвало да съвпада с Таблица 1 от публикация [34].

Глава 5 представлява своеобразно разширение на предната глава, като тук се разглеждат отново блокови кодове с две разстояния, но се изследва по-общия случай на разстояния  $d$  и  $d + \delta$  за различни стойности на естественото число  $\delta$ .

Дисертацията е добре балансирана като съдържание и следва статиите, публикувани по време на докторантурата. Вече посочих забележката си относно увода. Текстът е сравнително добре оформен, но има някои неточности по отношение на терминологията. Литературата от 100 заглавия показва много добро познаване на изследванията по отношение на сферичните кодове и на използваните комбинаторни структури.

#### **4. Приноси и значимост на разработката.**

Приемам и одобрявам представените приноси, посочени от Константин Делчев. Бих открито следните от тях:

- По отношение на сферичните кодове:
  - доказани са нови граници за мощността на антиподални кодове с малък брой разстояния;
  - доказани са горни граници за енергиите на сферични дизайни с определена мощност;
  - получени са асимптотични ограничения за енергиите на сферични 2-дизайни.
- По отношение на блоковите кодове с две разстояния:
  - Представени са няколко вида конструкции на кодове с две разстояния, които използват сходни комбинаторни обекти като латински квадрати, разностни матрици и др.
  - доказани са граници за мощността на кодове с две съседни разстояния;
  - доказано е несъществуване на кодове с две разстояния за дадени параметри.

## **5. Публикации по дисертационния труд и цитирания.**

Дисертацията на Константин Делчев се основава на 6 публикации. Всички статии са на английски език и са публикувани в международни научни списания и в сборници от международни конференции. Четири от статиите са с SJR, като три от тях имат и JCR-IF от Web of Science.

Първата сериозна научна статия на докторанта е в съавторство с научния ръководител. Двете публикации в сборниците с доклади от международните конференции АССТ през 2018 и 2020 година, а също и две от статиите в списания, са със съавтори Петър Бойваленков, В. Зиновиев и Д. Зиновиев. Най-новата статия, публикувана през 2021 година, е с двама съавтори – П. Бойваленков и дипломанта Matthieu Jourdain, който беше на стаж в ИМИ. Считаю, че приносът на Константин Делчев в съвместните публикации е равностоен.

Резултатите от този дисертационен труд са докладвани на две конференции по алгебрична и комбинаторна теория на кодирането АССТ'2018 в Русия и АССТ'2020, проведена онлайн. Делчев е представил списък с четири цитирания.

## **6. Автореферат.**

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията и правилно отразява съдържанието на дисертационния труд.

## **7. Лични впечатления.**

Познавам Константин Делчев от около десетина години, откакто той участва в ежегодния семинар по теория на кодирането. Преди около 4-5 години се наложи да работя с него по оформянето на документите за проект към фонд „Научни изследвания“. Направиха ми впечатление неговите умения в оформянето на документи, а също и неговата отзивчивост. Делчев е интелигентен млад човек с разностранни интереси, който вече е придобил опит в организацията на различни мероприятия, подготовката на младежи за участие в олимпиади и състезания, както и в оформянето на документи за кандидатстване по научни и образователни проекти.

## **8. Критични бележки и препоръки.**

Дисертацията е оформена според публикуваните от Делчев статии, като първа глава представя основните дефиниции, теореми и класически резултати, свързани със сферични кодове. Заглавието също подсказва, че първоначалната идея е била цялата

дисертация да е посветена на сферичните кодове, но впоследствие е разработена и темата за кодовете с две разстояния. Затова въведението към тази тематика е чак в Глава 4 и не представя класическите резултати за такъв тип кодове.

Имам препоръка и по отношение на използвания алгоритъм за генериране на случайни кодове, Делчев използва термина „Случайна разходка с връщане назад“. Би било добре да се представи по-детайлно описание на разработения алгоритъм и неговата връзка с алгоритми от типа „случайна разходка“ (random walk), още повече, че професионалното направление на докторската програма е „Информатика и компютърни науки“.

Вече представих и няколко забележки, свързани с терминологията и означенията. Бих могла да допълня списъка с такива забележки, например на стр. 43 в дефиницията за тегло на вектор би трябвало да пише „ненулеви координати“, на същата страница вместо „кодовете над  $Q$ “ пише „кодовете над  $Q^n$ “, говори се за точки на кода вместо за кодови думи и т.н.

## 9. Заключение.

Представеният дисертационен труд заедно с приложените научни трудове удовлетворява всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за неговото приложение (ППЗРАСРБ), Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в БАН и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ИМИ за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ в професионално направление 4.6. Информатика и компютърни науки. Постигнатите резултати ми дават основание да препоръчвам на Уважаемото научно жури да присъди на **Константин Василев Делчев** образователната и научна степен „Доктор“ в

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление: 4.6. Информатика и компютърни науки.

17.05.2021 г.

Рецензент:

/проф. дмн Стефка Буюклиева/