

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд, представен за получаване на образователна и научна степен „доктор“

Рецензент: **доц. д-р Иван Георгиев Христов**, Факултет по Математика и Информатика, Софийски университет „Св. Климент Охридски“ по дисертация за получаване на образователна и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 „Математика“, докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката“. Определен за рецензент със заповед №93/01.03.2023 на Директора на института по математика и информатика, Българска академия на науките, проф. д-р Петър Бойваленков.

Автор на дисертацията: **Красимир Андреев Ангелов**

Тема на дисертацията: **“Числено изследване на двумерното уравнение на Бусинеск“**

Научен ръководител: **проф. д-р Наталия Тодорова Кольковска** (ИМИ-БАН)

При оценка на дисертационния труд, определящи са условията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ (ППЗРАСРБ) и Правилника за специфичните условия в ИМИ-БАН за прилагане на закона.

- Съгласно чл. 6(3) от ЗРАСРБ „дисертационния труд трябва да съдържа научни или научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката. Дисертационният труд трябва да показва, че кандидатът притежава задълбочени знания по съответната специалност и способности за самостоятелни научни изследвания“
- Съгласно член 27(2) от Правилника за прилагане на ЗРАСРБ трябва да бъде представен във вид и обем, съответстващи на специфичните изисквания на първичното звено. Дисертационният труд трябва да съдържа: заглавна страница, съдържание, увод, изложение, заключение – резюме на получените резултати, декларация за оригиналност, библиография.

Предоставени са ми всички материали в съответствие с изискванията на нормативните документи, които са редовни и съответстват на ЗРАСРБ. Не са ми известни нарушения в процедурата, не ми е известно в дисертацията да има плагиатство.

Кратки биографични данни за дисертанта

Красимир Андреев Ангелов завършва бакалавър по математика във Факултета по математика и информатика на Техническия университет в Кайзерслаутерн през 2010 година. Темата на дипломната му работа е “N-Body Simulation in the Solar System”. Знанията и опитът получени с тази дипломна работа по-късно му помагат да реализира числените методи с висок ред на точност в настоящата дисертация. През 2012 година дисертантът завършва магистърската програма по Изчислителна математика и математическо моделиране във Факултета по математика и информатика на Софийския университет с дипломна работа на тема „A solution of 2D Boussinesq Equation”. Харесвайки темата за уравнението на Бусинеск, през 2013 Красимир решава да продължи и е зачислен като докторант в ИМИ-БАН на тема “Числено изследване на двумерното уравнение на Бусинеск“. През 2018 година дисертантът е отчислен с право на защита. Освен задълбочената си работа по дисертацията, през годините дисертантът работи и като софтуерен разработчик, което му помага за програмната реализация на сложните числени методи. Като цяло, предишният опит и образование на дисертанта съответства на темата на дисертацията и предполагат неговата много добра подготвеност.

Актуалност на темата и цели на дисертацията

Дисертацията разглежда двумерното Парадигматично уравнение на Бусинеск (ПУБ), което описва поведението на самотна вълна в плитки води, движеща се в правоъгълен канал. Уравнението е изведено през 2001 година от проф. Христо Христов. То моделира също и разпространението на вълни в еластичен прът или в непрекъснатия еквивалент на решетъчни структури на молекулно ниво. Изучаването на Парадигматичното уравнение на Бусинеск има както чисто теоретическо значение, като се очакват нови 2D ефекти, така и практическо значение.

Двумерните уравнения допускащи солитонни решения, каквото е ПУБ, са много по-слабо изучени от едномерните, най-вече заради тяхната трудност. ПУБ е частично интегрируемо,

нямаме строги доказателства за съществуване на солитонни решения, не се знае почти нищо за решения включващи взаимодействия между солитони. Числените експерименти се явяват незаменим инструмент за изследването на тези уравнения и следователно разработването на надеждни и ефективни числени методи са от особена важност. В същото време трябва да се отбележи, че нелинейните вълнови уравнения са едни от най-трудните уравнения за числено решаване.

Основната цел на дисертацията е да се разработят числени методи, включително и такива с по-висок ред на точност от обичайния и да се осъществят числени експерименти, които да потвърдят, че с голяма достоверност двумерното ПУБ притежава решения със свойства, които са сходни на тези на солитоните и да се изследват тези решения. Построяването на добро (подходящо) начално условие е много важна предпоставка за да могат солитоните да се задържат по-дълго във времето и води до решаването на друга задача – стационарното (елиптично) уравнение на Бусинеск. Намирането на подходящо начално условие за хиперболичното ПУБ заема важно място в дисертацията.

Обзор на съдържанието на дисертацията

Дисертационният труд съдържа заглавна страница, съдържание, увод, изложение, заключение, декларация за оригиналност, библиография, както е според правилата за прилагане на ЗРАСРБ. Изложен е на български език в обем от 99 страници, съдържа 30 фигури и 18 таблици, използваната литература е от 45 заглавия. Уводът е оформен като първа глава.

Във втора глава са описани основните числени инструменти. Тук са дефинирани използваните диференчни оператори, апроксимиращи оператора на Лаплас с ред на апроксимация 2, 4, 6. Показани са апроксимациите на нулевите гранични условия отново от ред 2, 4, 6. В случая на елиптичната задача решението се разглежда само в първи квадрант, като се използва така нареченото симетрично гранично условие. Дефинирано е правилото на Рунге за изследване на практическия ред на сходимост на използваните диференчни схеми върху три вложени мрежи. Изведени са квадратурните формули, с които се пресмята масата и енергията на численото решение. Те се основават на двумерното правило на трапците, Симпсън и Буул и имат съответно грешки от 2, 4 и 6 ред.

Накрая във втора глава е изложен бърз директен метод за обръщане на двумерния дискретен оператор на Лаплас (Fast Poisson Solvers).

Трета глава е посветена на численото решаване на двумерното стационарно уравнение на Бусинеск. Приложена е смяна на променливите за елиптическото уравнение от четвърти ред и полученото уравнение е преобразувано в две елиптически такива от втори ред. Уравненията се решават с метода на простата итерация. Направено е параметрично изследване което потвърждава резултатите от предишни работи за формата на вълната в зависимост от скоростта и дисперсията, както и на асимптотичното поведение на вълната на безкрайност. Направено е сравнение на решението с известните “best-fit” апроксимационни формули за началното условие на хиперболичната задача. Както показват експериментите в следващата четвърта глава, формата и максимума на вълната се запазват по-дълго време, ако се използва решението на елиптическата задача от четвърти или шести ред вместо “best-fit” формулите. В края на тази глава е изведено и верифицирано числено ново асимптотично гранично условие за решаването на елиптическото уравнение.

Четвърта глава е посветена на численото решаване на ПУБ. Изведена е консервативна схема от втори ред, за която е изведено линейно условие за устойчивост. Предложена е също така и диференчна схема основана на метода на Тейлор в комбинация с метода на правите от 2, 4, 6 ред. Макар схемата на Тейлор да не е консервативна в строг смисъл, експериментите показват, че тя запазва енергията и масата толкова добре колкото и консервативната схема. Правилото на Рунге за реда на сходимост за всички схеми пресметнат върху три вложени мрежи показват, че в повечето случаи практическият ред на сходимост отговаря на теоретичния.

Прави много добро впечатление, че програмните реализации на всички числени алгоритми в дисертацията са със свободен достъп и могат да бъдат свалени от следното интернет хранилище: <https://github.com/CloakMe/Boussinesq.git>

Научни приноси

Поради трудността на формиране и задържане за дълго време на солитонните решения при численото решаване на ПУБ заради тяхната неустойчивост (поне на наблюдаваните

досега солитони), нарастват изискванията за точност на числените методи. Основните приноси на дисертанта са:

- Разработени са и програмно реализирани ефективни числени методи от ред на апроксимация четвърти и шести за Парадигматичното равнение на Бусинеск. Редът на апроксимация е по-висок от стандартния втори ред, което позволява по-ефективно да се решава задачата, в случая на по-високи изисквания за точност.
- Разработеният метод за изчисляване на началното условие чрез решаване на елиптичната задача дава по-добро начално условие от известните до този момент в литературата “best-fit” формули. Това в комбинация с разработените методи от по-висок ред за хиперболичната задача позволява солитонните решения да се задържат по-дълго от тези в предишни работи на други автори, което дава по-голяма достоверност за съществуването на солитонни решения, а също така и по-големи възможности за тяхното изследване.
- Като цяло, дисертантът е създал мощен инструмент за по-нататъшно изследване на двумерното Парадигматичното равнение на Бусинеск.

Апробация на дисертацията

Резултатите от дисертацията са докладвани на следните международни конференции и семинари:

№	Семинар / конференция	дата
1.	Scientific Seminars of IMI-BAS	Oct 2013
2.	Conference “Mathematics days in Sofia”	10 June 2014
3.	Conference “BIOMATH”,	27 June 2014
4.	Conference “Workshop on Approximation Theory, CAGD, Numerical Analysis and Symbolic Computation”, Johannes Kepler University, Linz	September, 2015
5.	13th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences (AMiTaNS'22), Albena, Bulgaria	24-29 June 2022

Публикации по дисертацията

Резултатите от дисертацията са публикувани в:

1. N. Kolkovska, K. Angelow, Numerical computation of the critical energy constant for two dimensional Boussinesq equations, AIP Conference Proceedings, Appl. of Mathematics in Technical and Natural Sciences, 1684 (2015) , SJR = 0.18, <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84984545953&doi=10.1063%2f1.4934318&partnerID=40&md5=941d3111f2b9a410fdb9e7b47ceeb051>
2. K. Angelow, N. Kolkovska, Numerical Study of Traveling Wave Solutions to 2D Boussinesq Equation, Serdica Journal of Computing, 13 (2019), 1-16;
3. K. Angelow, New Boundary Condition for the Two Dimensional Stationary Boussinesq Paradigm Equation, International Journal of Applied Mathematics, 32 (2019), 141-154, SJR = 0.27 (Q3, Scopus), <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85062711360&doi=10.12732%2fijam.v32i1.13&partnerID=40&md5=df8ec81640a2e7321f3be09f5adbdc1>
4. K. Angelow, Comparison Between Two Numerical Methods for Solution of 2D BPE, AIP Conference Proceedings, 2522 (2022), 1, SJR = 0.18, <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85140243931&doi=10.1063%2f5.0100965&partnerID=40&md5=f464f8ce1ce99f7730af5c6e65b664ae>

Публикациите удовлетворяват изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и правилника за специфични условия в ИМИ-БАН за прилагане на закона.

Автореферат

Авторефератът е на български език на 35 страници. Той точно и пълно отразява съдържанието на дисертацията, както и основните приноси представени за защита.

Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки по същество, но имам няколко препоръки. Макар да е потвърдено наличието на солитонни решения за ПУБ, досега няма открито устойчиво решение, което е с особена важност за теорията. Бих препоръчал на дисертанта в бъдеще да проведе по-детайлно изследване по параметрите (да се разгледа по-гъста мрежа в пространството от параметри). Възможно е при някоя комбинация от параметрите да се получи необходимият баланс и да се появи устойчив солитон. Но дори и това да не се случи, повечето експерименти означават по-голям шанс за наблюдаване на нов феномен. Също бих препоръчал на дисертанта да разгледа друг (различен от квадратичния) нелинеен член, може би точно вида на нелинейния член ще определи наличието на устойчив солитон.

Заклучение

Считам, че дисертационният труд съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката. Дисертантът е демонстрирал задълбочени знания по съответната специалност, зрялост и способност за самостоятелни научни изследвания. За конструирането и реализацията на сложните числени методи е преодолел огромно количество технически трудности.

Дисертационният труд отговаря на условията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и правилника за условия в ИМИ-БАН. Давам **положително заключение** за придобиване на образователна и научна степен „доктор“ на Красимир Андреев Ангелов.

Предлагам на Научното жури единодушно да гласува на Красимир Андреев Ангелов образователна и научна степен доктор по 4.5 „Математика, докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката“

29 май 2023 година

Член на журито:

София

доц. д-р Иван Христов