С Т А Н О В И Щ Е

за придобиване на научната степен "Доктор на науките"
в професионално направление 4.5 Математика (Геометрия и топология)
от професор Людмил Василев Кацарков

Становището е написано от проф. Азнив Киркор Каспарян, Катедра Алгебра, Факултет по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски", професионално направление 4.5 Математика, в качеството на член на научното жури за придобиване на академичната степен "Доктор на науките" от проф. Людмил Василев Кацарков, съгласно Заповед N 569/15.10.2023 на Директора на Института по математика и информатика към Българска академия на науките.

1 Общо описание на представените материали

1.1 Данни за кандидатурата

Представените материали съответстват на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности на Българска академия на науките.

Проф. Людмил Кацарков е представил 10 статии за придобиване на научната степен "Доктор на науките". Те са цитирани 475 пъти и докладвани 69 пъти на конференции и семинари. Всички статии са съвместни. Доколкото ми е известно, приносите на съавторите в представените статии са равностойни. Няма съмнения в плагиатство. Научните приноси на проф. Людмил Кацарков удовлетворяват и надвишават съществано минималните национални изисквания по Постановление 26/13.02.2019 за прилагане на Закона за развитие на академичния състав на Република България, както и допълнителните изисквания на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности на Българска академия на науките. Пет от представените 10 статии са отразени в дисертацията.

1.2 Кратка биография на кандидата

Проф. Людмил Кацарков придобива образователна и научна степен "Доктор" - Ph.D. в Университета на Пенсилвания. Бил е член на Математическия институт Саймънс Лофер, асистент, доцент и професор в Университета на Калифорния в Ървайн, както и професор в Университета на Маями, професор в Университета на Вашингтон, професор във Висшето училище по икономика на Русия и професор в Института по математика и информатика на Българска академия на науките. Проф. Людмил Кацарков е специализирал във Френския институт за научни изследвания, Института Макс Планк в Бон, Кралския колеж на Лондон, Университета на Ница и Мюнхенския университет. Получил е 29 престижни награди. Проф. Людмил Кацарков е преподавал бакалавърски курсове по Диференциално и интегрално смятане, Линейна алгебра и Математическа биология, магистъски курсове по Алгебра, Алгебрична геометрия, Модерна хомотопична теория, Симплектична теория на Лефшец, Хомологична огледална симетрия и Математическа биология. Бил е научен ръководител на 10 докторанти и 25 пост-докторанти. Проф. Людмил Кацарков е организирал 9 конференции и два семинара. Той е редактор на две научни списания и Главен редактор на едно научно списание. Проф. Людмил Кацарков е публикувал 80 статии в изключително престижни научни списания. Осем от тях са самостоятелни и 72 са съвместни. Научните приноси на проф. Людмил Кацарков имат 1090 забелязани цитирания.

1.3 Съдържателен анализ на научните приноси на представените материали

Статиите на проф. Людмил Кацарков за прецедурата развиват огледална симетрия, свързвайки алгебричната геометрия, математичната физика, теория на категориите, диференциалните уравнения, аритметиката и други области на математиката. Те имат огромен принос към развитието на математиката и оформят съременния облик на тази научна дисциплина. Работите на проф. Людмил Кацарков обсъждат почти всички изтъкнати постижения на съвремената алгебрична геометрия и разкриват техния общ произход. Мотивирани от нерационалността на комплексни алгебрични многобразия, те развиват съществено нова хомологична огледална симетрия на категорно ниво и създават некомутативна теория на Ходж. Наличието на 475 забелязани цитирания на десетте статии, представени за процедурата и получаването на 29 престижни награди са убедителни доказателства за изключителните приноси на научно-изследователската работа на проф. Людмил Кацарков в математиката и математичната физика. Неговите работи въвеждат много нови понятия, изказват смели хипотези и доказват някои от тях чрез развиване на нови сложни методи, комбиниращи техники от алгебричната геометрия, алгебричната топология, математичната физика, диференциалните уравнения и др.

Пет от статиите на проф. Людмил Кацарков, представени за процедурата, са отразени в дисертацията му. Понеже това са статиите с най-много цитирания и дисертацията ги свързва с 10 статии в процес на работа, ще започна с анализиране на тези статии, а после ще продължа с останалите пет статии. Три глави от дисертацията развиват огледалната симетрия, докато останалите две обсъждат некомутативна теория на Ходж и, съответно, различни спектри от гледна точка на огледалната симетрия. При възникването си, огледалната симетрия на Громов-Уитен изброява холоморфните криви върху огледални двойки. Основавайки се на квантовата теория на полето и на интерпретацията на Хори-Вафа, Концевич предлага хомологична огледална симетрия, изразена като еквивалентност на категории. Серия от работи на проф. Людмил Кацарков, отразени в дисертацията, реализират хомологичната огледална симетрия като еквивалентност на ограничената производна категория на кохерентните снопове върху X с категории от изчезващи цикли върху огледалото Y на X. Особено внимание е отделено на проективните равнини с тегла X, повърнините на Хирцебрух X и повърхнините на дел Пецо X. Хомологичната огледална симетрия води естествено до понятието за некомутативни деформации на многобразия на Фано и обобщава тези многообразия.

Първата глава на дисертацията въвежда понятието за некомутативна деформация на проективно пространство с тегла $\mathbb{P}_\theta(\overline{a})$. Тя конструира пълна изключителна фамилия от обекти на ограничената производна категория $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{P}_\theta(\overline{a})))$ от кохерентни снопове върху $\mathbb{P}_\theta(\overline{a})$ и доказва, че $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{P}_\theta(\overline{a})))$ е еквивалентна на категорията $D^b(\mathrm{mod} - B)$ на десните проективни крайно породени модули над алгебрата от ендоморфизми B на тази фамилия. Първата глава построява напълно точен функтор на ограничената производна категория $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{F}_n))$ от кохерентни снопове върху повърхнина на Хирцебрух $\mathbb{F}_n$ в ограничената производа категория $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{P}(1,1,n)))$ от кохерентни снопове върху проективната равнина с тегла $\mathbb{P}(1,1,n)$. Хомологичната огледална симетрия за некомутативна проективна равнина с тегла $\mathbb{P}_\theta(a,b,c)$ се свежда до еквивалентност на ограничената производна категория $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{P}_\theta(a,b,c)))$ на кохерентните снопове върху $\mathbb{P}_\theta(a,b,c)$ с категорията $\mathrm{Lag}_{\mathrm{vc}}(f,\{\gamma_i\})$ на Лагранжевите изчезващи цикли върху огледалото (X,W) на $\mathbb{P}_\theta(a,b,c)$, където X е хиперповърхнината в $(\mathbb{C}^*)^3$ с уравнение $x^ay^bz^c = 1$ и $W = x+y+z : X \to \mathbb{C}$. Повърхнините на Хирцебрух $\mathbb{F}_n$, $n \geq 0$ имат огледала $X = \left((\mathbb{C}^*)^2, W_b = x+y+\frac{b}{x^ny}\right)$. За $n \geq 3$, достатъчно голямо $R >> 2$ и b близо до 0 е доказано, че категорията $D^b(\mathrm{coh}(\mathbb{F}_n))$ е еквивалентна на пълната подкатегория на $D(\mathrm{Lag}_{\mathrm{vc}}(W_b,\{\gamma_i\}))$, възникваща от ограничението върху отворената област $\{(x,y) \in (\mathbb{C}^*)^2 \mid |W_b(x,y)| < R\} \subset (\mathbb{C}^*)^2$.

Втората глава на дисертацията доказва хомологичната огледална симетрия за повърхнини на дел Пецо X_k, $k \leq 8$, които са раздувания на $\mathbb{P}^2$ в k точки. Елиптичното разслоение с три особени слоеве, което е огледалото на $\mathbb{P}^2$ и отговаря на суперпотенциала $W_0 = x + y + \frac{1}{xy}$ има естествена компактификация до елиптично разслоение $\overline{W_0} : \overline{M} \to \mathbb{P}^1$, в което особеният слой $\overline{W_0}^{-1}(\infty)$ има 9 рационални компоненти. Нека $\overline{W_k} : \overline{M} \to \mathbb{P}^1$ е деформацията на $\overline{W_0}$, която премества k от деветте критични точки на $\overline{W_0}^{-1}(\infty)$ към крайни стойности на суперпотенциала. Тогава $\left(M_k := \overline{M} \setminus \overline{W_k}^{-1}(\infty), W_k := \overline{W_k}|_{M_k}\right)$ е огледалото на Ландау-Гинзбург на X_k. Втората глава на дисертацията установява, че за произволна повърхнина на дел Пецо X_k съществува комплексифицирана симплектична форма $B + i\omega$ върху M_k, относно която ограничената производна категория на Лагранжевите изчезващи цикли на $W_k : M_k \to \mathbb{C}$, означена с $D^b(\mathrm{Lag}_{\mathrm{vc}}(W_k))$, е еквивалентна на ограничената производна категория $D^b(\mathrm{coh}(X_k))$ на кохерентните снопове върху X_k. По този начин възниква явно огледално изображение, което съпоставя на кохомологичен клас $[B + i\omega] \in H^2(M_k, \mathbb{C})$ онези k точки върху $\mathbb{P}^2$, чието раздуване дава в резултат X_k. Некомутативните деформации на X_k възникват естествено от деформациите на симплектичната структура на M_k, които не отговарят на деформации на комплексната структура върху X_k. Параметрите μ на некомутативните деформации $X_{k,\mu}$ на X_k се определят напълно от кохомологичния клас $[B+i\omega] \in H^2(M_k, \mathbb{C})$, който определя тензорите на композициите в $D^b(\mathrm{Lag}_{\mathrm{vc}}(W_k))$. По такъв начин, огледалното изображение се изразява чрез тета функции.

Третата глава обсъжда Лагранжевите разслоения чрез торове върху огледалата на хиперповърхнини и пълни пресичания. Тя обяснява как бирационалните трансформации на многобразие пораждат нови особени слоеве на Лагранжевото разслоение на неговото хомологично огледало. На езика на хомологичната огледална симетрия на Концевич, хипотезата на Строминґер-Яо-Заслов или, накратко, SYZ-хипотезата се свежда до реализиране на пространството на модулите на Лагранжевите разслоения чрез торове върху X посредством локални системи от ранг 1. Поради липсата на Лагранжеви разслоения чрез торове върху многобразие X от общ тип, двойка (Y, W) е SYZ-огледало на Келерово многообразие X, ако съществува отворено, навсякъде гъсто подмножество $X^o \subset X$ с Лагранжево разслоение чрез торове $\pi : X^o \to B$, така че Y е затворената обвивка на пространството на модулите на безпрепятствените торични обекти на категорията на Фукая $\mathcal{F}(X^o)$ и W се ограничава до суперпотенциала, индуциран от деформацията на $\mathcal{F}(X^o)$ до $\mathcal{F}(X)$. Нека $H = \{v \in V \,|\, f(v) = 0\}$ е гладка, почти тропична хиперповърхнина в торично многобразие V, а X е раздуването на $V \times \mathbb{C}$ в $H \times 0$, снабдено с S^1-инвариантна Келерова форма, относно която изключителният дивизор има достатъчно малка площ. Когато първият клас на Чърн $c_1(V)$ на V е числено ефективен, дисертацията конструира явно SYZ-огледалото (Y^o, W^o) на X, където Y^0 е отворено подмножество на торично многобразие Y, чийто политоп зависи от тропикализацията на f. Още повече, отвореното многобразие на Калаби-Яо Y^o е SYZ-огледало на коничното разслоение $X^o = \{(x, y, z) \in V^o \times \mathbb{C}^2 \,|\, yz = f(x)\}$ над отворено подмножество $(\mathbb{C}^*)^n \simeq V^o \subset V$. Обратно, X^o е SYZ-огледало на Y^o и замяната на Y^o с неговата торична компактификация Y се свежда до снабдяване на X^o със суперпотенциал. Ако торичното многобразие V се замени с абелево многообразие V и X^o е допълнението на собствената трансформация на V под действие на раздуването на $V \times \mathbb{C}$ във $H \times 0$, което дава в резултат X, то Y^o е отново SYZ-огледало на X^o. Снабдяването на Y^o с подходящ суперпотенциал води до получаване на SYZ-огледало на X, докато Y с друг суперпотенциал е обобщено SYZ-огледало на хиперповърхнината H, в духа на Теоремата на Лефшец за хиперплоското сечение. Нека $H_i = \{v \in V \,|\, f_i(v) = 0\}$, $1 \leq i \leq d$ са гладки почти тропични хиперповърхнини в n-мерно торично многобразие V, чиито тропикализации се пресичат трансверсално, а X е раздуването на $V \times \mathbb{C}^d$ в $H_i \times \{y \in \mathbb{C}^d \,|\, y_i = 0\}$, $1 \leq i \leq d$. Третата глава на дисертацията конструира в явен вид SYZ-огледало Y^o на афинната част X^o на X. Ако торичното многобразие V е афинно, то подходящ суперпотенциал превръща Y^o в

SYZ-огледало на X, а друг суперпотенциал върху торичната компактификация Y на Y^o предоставя SYZ-огледало на пълното пресичане $H_1 \cap \ldots \cap H_d$.

Четвъртата глава на дисертацията въвежда понятието за некомутативна структура на Ходж или, накратко, nc-Ходж структура, за да обсъди някои Ходж теоретични аспекти на огледалната симетрия. Докато не-абелевата теория на Ходж на Симпсън определя филтрация на Ходж и теглова филтрация върху нелинейни обекти като кохомологии с неабелеви коефициенти или хомотопичния тип, nc-Ходж структурите се състоят от нови типове филтрации върху линейни пространства като периодични циклични хомологии на алгебра. Естествен източник на nc-Ходж структури са кохомологиите на де Рам на некомутативни пространства с категорен произход. Нека $\mathcal{M}$ е крайномерно линейно пространство над полето на мероморфните редове на Лоран на u с полюс само в $u = 0$, а ∇ е мероморфна свързаност върху $\mathcal{M}$. Алгебризиращият функтор реализира еквивалентността на категорията на двойките $(\mathcal{M}, \nabla)$ с категорията на алгебричните векторни разслоения $M \to \mathbb{C}^*$ с краен ранг и свързаност ∇, която има регулярна особеност в ∞. Локално постоянният споп на локално ∇-хоризонталните сечения на $M \to \mathbb{C}^*$ индуцира локално постоянен сноп $\mathbb{S} \to S^1$ от $\mathbb{C}$-линейни пространства с локална филтрация от подснопове $\{\mathbb{S}_{\leq\omega}\}_{\omega\in\mathrm{Del}}$, индексирана с локална система на Делин Del върху S^1. Рационална чиста nc-Ходж структура е тройка $(H, \mathcal{E}_B, \simeq)$, съставена от $\mathbb{Z}_2$-градуирано алгебрично векторно разслоение $(H, \nabla) \to \mathbb{C}$, локална система $\mathcal{E}_B \to \mathbb{C}^*$ от крайномерни $\mathbb{Z}_2$-градуирани $\mathbb{Q}$-линейни пространства и аналитичен изоморфизъм $\mathcal{E}_B \otimes \mathcal{O}_{\mathbb{C}^*} \simeq H|_{\mathbb{C}^*}$ на холоморфни векторни разслоения, изпълняващи аксиомата за nc-филтрация върху полюсите на ∇ в $0, \infty$, аксиомата за $\mathbb{Q}$-структурата върху съвместимостта на $\mathcal{E}_B$ с $\{\mathbb{S}_{\leq\omega}\}_{\omega\in\mathrm{Del}}$ и аксиомата за противоположност върху реалната структура на $\mathbb{S}$, индуцирана от $\mathbb{S} \cap \mathcal{E}_B$. Вариация на чиста nc-Ходж структура е фамилия от съвместими рационални чисти nc-Ходж структури, които са параметризирани с комплексно многообразие S и изпълняват аксиомата на Грифитс за трансверсалност. Четвъртата глава на дисертацията обяснява как nc-Ходж структура от експоненциален тип може да се получи от nc-Ходж структури с регулярни особености и допълнителни данни за залепване. Тя установява, че некомутативните данни на Бети на nc-Ходж структура могат да се зададат по четири еквивалентни начина: чрез подходящ изкривен сноп от $\mathbb{Q}$-линейни пространства, чрез подходящ построим сноп от $\mathbb{Q}$-линейни пространства, чрез крайно множество $U_1, \ldots, U_n$ от ненулеви крайномерни $\mathbb{Q}$-линейни пространства с линейни изображения $T_{ij} : U_j \to U_i$, $T_{ii} = \mathrm{Id}_{U_i}$ или с локална система $\mathbb{S} \to S^1$ от филтрации на Делин-Малгранж-Стокс от експоненциален тип. Нека $(H, \mathcal{E}_B, \simeq)$ е вариация на nc-Ходж структура над супермногообразие S. Да предположим, че $x \in S$, $v \in T_xS$ и ξ_v е локално векторно поле около x, продължаващо v. Холоморфният диференциален оператор от първи ред $\nabla_{u\xi_V} : H \to H$ се ограничава до ендоморфизъм $\nabla_{u\xi_v}|_{H_{(0,x)}}$ на слоя $H_{(0,x)}$ на $H \to \mathbb{C} \times S$ над $(0, x) \in \mathbb{C} \times S$. Вариация на nc-Ходж структура върху S е от Калаби-Яов тип в точка $x \in S$, ако съществува нечетен или четен пораждащ вектор $h \in H_{(0,x)}$, така че линейното изображение $T_xS \to H_{(0,x)}$, $v \mapsto \nabla_{u\xi_v}(h)$ е изоморфизъм. Диференциална $\mathbb{Z}_2$-градуирана алгебра на Ли $\mathfrak{g}$ е хомотопно абелева, ако алгебрата от кохомологии на алгебри на Ли $H^\bullet(\mathfrak{g}, \mathbb{C})$ е изоморфна на алгебрата на формалните степенни редове на някакви суперпроменливи. Всяка хомотопно абелева диференциална $\mathbb{Z}_2$-градуирана алгебра на Ли отговаря на пространство от модули $\oplus\mathbb{M}\mathrm{od}(\mathfrak{g}, d\mathfrak{g}) := \mathrm{Spf}(H^\bullet(\mathfrak{g}, \mathbb{C}))$ на формални супермногообразия. В така въведената терминология, класическата теорема на Тиан-Тодоров гласи, че ако X е компактно Келерово многообразие с анулиращ се първи клас на Черн $c_1(X) = 0$, то диференциалната градуирана алгебра $(\mathfrak{g}^{(1)}, d_{\mathfrak{g}^{(1)}}) := \left(\Gamma_{C^\infty}(X, T^{1,0}X \otimes_{C^\infty} A_X^{0,}), \overline{\partial}\right)$ на деформациите на X е хомотопно абелева, така че формалното пространство от модули на X е гладко. За да се обобщи този резултат, да предположим, че A е диференциална $\mathbb{Z}_2$-градуирана $\mathbb{C}$-алгебра и $X = \oplus_{\mathrm{nc}}\mathrm{Spec}(A)$ е гладко и компактно афинно Калаби-Яо nc-пространство, което изпълнява хипотезата за изроденост, твърдяща равенството на размерността на периодичните циклични хомологии на A над полето на формалните степенни редове на u с комплексната размерност на хомологиите на Хохшилд на A. Тогава алгебрата на коверигите на Хохшилд на X се оказва хомотопно абелева, формалното пространство от модули $\oplus\mathbb{M}\mathrm{od}_X$ на X е формално супермногообразие и отрицателните циклични хомологии на универсалната фамилия над $\oplus\mathbb{M}\mathrm{od}_X$ задава векторно разслоение $H \to \oplus\mathbb{M}\mathrm{od}_X \times \mathbb{D}$ с плоска мероморфна свързаност ∇, което предоставя данните на де Рам (H, ∇) на вариация на Калаби-Яо nc-Ходж структура.

Петата глава на дисертацията въвежда некомутативния спектър на проективно алгебрично многообразие $X \subset \mathbb{P}^N$, описващ асимптотиката на граничните условия за стабилност върху локализираната категория на Фукая, както и асимптотиката на квантовото диференциално уравнение. Тя обсъжда връзките между различните спектри посредством теория на особеностите, теория на възлите, полинома на Александър и други топологични, аналитични и категорни средства. Резултатите и хипотезите са илюстрирани с представителни примери. Статия на Кацарков-Концевич-Пантев в процес на работа доказва, че разлагането на собствени подпространства на квантовото умножение с каноничния клас е бирационален инвариант. Тя дава достатъчни условия за не-рационалност на гладко проективно пълно пресичане, което е многобразие на Фано. По-общо, не-рационалността на проективно многобразие X е свързана със структурите на квантовите и цикличните кохомологии на X.

Една от статиите на проф. Людмил Кацарков, която е представена за процедурата, но не е отразена в дисертацията, въвежда и изучава симплектични инварианти на компактно симплектично четиримерно многообразие (X, ω). Предишна работа на Ауро и Кацарков установява, че за произволно линейно разслоение $L \to X$ с първи клас на Чърн $c_1(L) = \frac{1}{2\pi}[\omega]$ съществуват разклонени покрития $f_k : X \to \mathbb{P}^2$ чрез приблизително холоморфни сечения на $L^{\otimes k}$, за достатъчно големи $k \in \mathbb{N}$. Кривите на разклонение $D_k \subset \mathbb{P}^2$ на f_k имат само двойни особени точки. Статията, представена за процедурата определя афинната стабилизирана фундаментална група $G_k(X, \omega)$ и проективната стабилизирана фундаментална група $\widetilde{G_k}(X, \omega)$ като фактор-група на $\pi_1(\mathbb{C}^2 \setminus D_k)$, съответно, на $\pi_1(\mathbb{P}^2 \setminus D_k)$, използвайки представяне в групата от плитки B_k на k нишки. Тя доказва, че $G_k(X, \omega)$, $\widetilde{G_k}(X, \omega)$ и тяхната редуцирана подгрупа $G_k^o(X, \omega)$ са симплектични инварианти на (X, ω). В случая на едносвързано X е описана абелианизацията на $G_k^o(X, \omega)$. Специално внимание е отделено ма случая на двулистно покритие $X_{a,b} \to \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$, разклонено над гладка алгебрична крива от степен $(2a, 2b)$, $a, b \in \mathbb{N}$, която се задава от сечение на издърпването на $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}(p, q)$ върху $X_{a,b}$ за $p, q \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$.

Друга статия характеризира почти симплектичните ориентирани четиримерни многообразия (X, ω), използвайки приблизително холоморфните техники на Доналдсън. Тя доказва, че с точност до раздуване, всички такива (X, ω) се разлагат в две симплектични разслоения на Лефшец над дискове и разслоение над S^1, свързващо границите на тези разслоения на Лефшец чрез послойно прибавяне на дръжки. Обратно, всяко такова разлагане задава почти симплектично многообразие (X, ω). Доказано е, че за произволна почти симплектична форма ω върху X съществува Риманова метрика върху X, относно която ω е самодуална хармонична форма. За общи Риманови метрики върху подходящи компактни четиримерни многообразия е установено съществуването на самодуални хармонични форми ω, задаващи почти симплектични структури върху X.

Една от статиите на проф. Людмил Кацарков, представена за процедурата, е посветена на хомологичната огледална симетрия за многообразия от общ тип. Тя изказва хипотеза, че съществуването на напълно точен функтор $\Phi : D^b(G) \to D^b(F)$ на производната категория $D^b(G)$ на многобразие G от общ тип или от тип Калаби-Яо в производната категория $D^b(F)$ на проективно многобразие на Фано F е достатъчно за съществуването на напълно точен функтор $\Psi : \mathrm{DFuk}(G, \alpha_G) \to \mathrm{DFuk}(F, \alpha_F)$ между съответните затворени обвивки на Каруби на производните категории на Фукая относно съвместима двойка комплексифицирани Келерови класове α_G, α_F. Тази хипотеза е доказана за крива G от род 2 и тримерно многообразие на Фано F от степен 4. Ортогоналното допълнение на $\mathrm{DFuk}(G, \alpha_G)$ в $\mathrm{DFuk}(F, \alpha_F)$ се очаква да е директна сума на няколко екземпляра на категорията на градуираните модули над Клифордова алгебра на симетрична билинейна форма върху комплексно линейно пространство с размерност $\dim_{\mathbb{C}} F$.

Една от статиите на проф. Людмил Кацарков пресмята спектъра на Орлов на категорията на особеностите на повърхнина с изолирана особеност. Тя доказва, че максималната дупка в спектъра на Орлов на триангулирана категория е ограничена отгоре от максималната размерност на Руке на нейните полу-ортогонални компоненти. Статията дава явен пораждащ на ограничената производна категория $D^b(\mathrm{coh}(X))$ на кохерентните снопове върху хиперповърхнина $X \subset \mathbb{P}^{n+1}$ от степен $n+1$ и пресмята неговото време за пораждане. Тя намира също горна граница върху времето за пораждане на изключителна фамилия.

Моделът на Ландау-Гинзбург на Римановата сфера $C(n) := \mathbb{P}^1 \backslash \{p_1, \dots, p_n\}$ с $n \geq 3$ пунктирани точки е некомпактно торично многообразие $X(n)$ със суперпотенциал $W : X(n) \to \mathbb{C}$. Една от статиите на проф. Людмил Кацарков доказва, че опакованата производна категория на Фукая на $C(n)$ е еквивалентна на триангулираната категория на особеностите на особения слой $W^{-1}(0)$. Още повече, ако D е k-листно неразклонено циклично покритие на $C(3)$, то съществува действие на $\mathbb{Z}_k$ върху $(X(3), W)$ и пакетираната производна категория на Фукая на D е еквивалентна на еквивариантната триангулирана категория на особеностите на $W^{-1}(0)$.

Научните приноси на проф. Людмил Кацарков удовлетворяват и надвишават съществено минималните национални изисквания на Постановление 26/13.02.2019 за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България, както и специфичните изисквания на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Българска академия на науките. По-точно, петте статии, отразени от дисертацията носят 186 точки при необходими 100. Останалите пет статии, представени за процедурата, носят 220 точки при необходими 100. Гореспоменатите десет статии имат 475 забелязани цитирания, които отоговарят на 2850 точки, вместо необходимите 100. Нямам съмнения в плагиатство. Доколкото ми е известно, приносите на съавторите в представените съвместни статии са равностойни. Гореспоменатите факти ме убедиха напълно, че професор Людмил Василев Кацарков изпълнява и надвишава значително минималните национални изисквания за придобиване на научната степен "Доктор на науките".

1.4 Заключение за кандидатурата

След като се запознах с представените материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащите се в тях научни и научно-приложни приноси, потвърждавам, че научните постижения отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности на Българска академия на науките за придобиване на научната степен "Доктор на науките" в професионлно направление 4.5 Математика (Геометрия и топология). В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените научни трудове. Затова давам своята

положителна оценка на кандидатурата.

2 Общо заключение

Въз основа на гореизложеното, **убедено препоръчвам** на научното жури да предложи на компетентния орган по избора на Института по математика и информатика към Българска академия на науките да удостои

проф. Людмил Василев Кацарков
с научната степен ”Доктор на науките”

в професионално направление 4.5 Математика (Геометрия и топология).

12.01.2024

Становището е написано от :

проф. Азнив Каспарян