

До Научния Съвет на
Института по Математика
и Информатика на БАН

Заповед № 25 / 02.02.2016
на Директора на ИМИ БАН

Рецензия

от акад. Благовест Х. Сендов
във връзка с процедурата за защита на дисертация на тема
"Апроксимации с рационални функции в комплексната
равнина" за "доктор" по област на образование 4. Природни
науки, математика и информатика на
Николай Руменов Икономов
и въз основа на Протокол № 1 от 01.02.2016 г. на научното
жури.

Николай Икономов е представил дисертационен труд, 103 стр., на тема "Апроксимации с рационални функции в комплексната равнина" както и отпечатъци от 4 публикации, свързани с дисертацията, две от които самостоятелни, публикувани в реномирани списания. Освен това Николай Икономов има три статии в arXiv Math, със съавтори.

Темата на дисертацията е в една класическа област от теорията на приближенията (апроксимациите), която продължава да привлича интереса на значителна група от математици, които я обогатяват с нови резултати и хипотези. Класическата теория на апроксимациите, която възниква от нуждите за инженерни приложения на математиката, използва като инструмент за приближение полиномите, тъй като те се задават чрез краен брой числа и са удобни за числени пресмятания. Естествено обобщение е използването на рационални функции - частно на два полинома. Апроксимациите с рационални функции се свързва с името на френският математик Хенри Паде (1863 – 1953),

който е един от първите техни изследователи. Апроксимациите с рационални функции се наричат апроксимации на Паде.

В средата на миналия век бяха получени интригуващи резултати, показващи преимуществата на рационалните функции в сравнение с полиномите по отношение на равномерното приближение в реалния случай.

Апроксимациите на Паде получиха бързо развитие в комплексната равнина, използвайки постиженията на комплексния анализ. Една от основните школи в това направление е тази на Андрей Александрович Гончар (1931 - 2012), в която са получили квалификацията си и няколко български математици.

Представената от Николай Икономов докторска дисертация е разделена на три глави:

1. Редове на апроксимации на Паде

Класически резултат в теорията на апроксимациите на Паде е, че интерполационните точки са равномерно разпределени тогава и само тогава, когато редицата от полиноми е максимално сходяща към функцията определена от тези точки. Дефиницията на понятието "максимално сходяща" е чрез едно екстремално условие.

Известно е, че ако за всяка холоморфна в даден компакт функция f , съществува максимално сходяща редица от полиноми към f , тогава съществува подредица за която броящата мярка клони към равновестната мярка, т. е., интерполационните точки, асоциирани с мерките, са равномерно разпределени.

Един от самостоятелните резултати на Николай Икономов е следният:

Ако съществува максимално сходяща редицата от многоточкови апроксимации към фиксирана функция, при съответна триъгълна матрица от интерполационни точки, то точките на тази матрица са равномерно разпределени спрямо компакта в който фиксираната функция е холоморфна. Този резултат е интересен, защото показва, че равномерната разпределеност на интерполационните точки е в известен смесъл необходима.

Следващите резултати в първа глава са вариации на проблема свързващ равномерната разпределеност на интерполационните точки при многоточковите Паде апроксимации с областта на холоморфност на апроксимираната функция. Те са публикувани в една самостоятелна работа на дисертанта и една работа в съавторство с научният си ръководител на дисертанта, проф. д-мн Ковачева.

2. Диагонали на апроксимации на Паде

Тази глава е посветена на класическия проблем, водещ началото си от С. Н. Бернштейн, в който от аналитичност върху реалната ос се преминава в аналитичност в комплексната равнина. Известен е резултатът на С. Н. Бернштейн за асимптотиката на редица от реални ортогонални полиноми върху интервала $\Delta = [-1, 1]$ по отношение на дадена теглова функция $h(z)$. Тези резултати са разширени от J. Nattall за комплексния случай, при условие, че тегловата функция удовлетворява условието на Хьолдер, което е по-силно от условието на Дини-Липшиц. От друга страна, класическите резултати на С. Н. Бернштейн са за теглови функции удовлетворяващи условието на Дини-Липшиц. В една съвместна работа на дисертанта, в съавторство с Ковачева и Суетин, резултатът на J. Nattall е разширен до класическият за реалния случай. Това е достатъчно да го оценим по достойнство.

3. Алгоритми за изчисление на апроксимации на Паде

В тази глава е описан софтуерът, създаден от Николай Икономов, за числено експериментиране с различни типове апроксимации на Паде. Макар, че тя не съдържа нови математически резултати, несъмнено представлява интерес и трябва да се оцени като принос на дисертанта. Реализирани са алгоритми на компютърната алгебра PARI/GP:

1. Класическа апроксимация на Паде на $f(z)$,
2. Класическа апроксимация на Ермит-Паде за набора от три функции $[1, f(z), g(z)]$,

3. Класическа апроксимация на Ермит-Паде за набора от четири функции $[1, f(z), g(z), h(z)]$.

4. Двучеткова апроксимация на Паде на функции $f(z)$ или на две функции $f(z)$ и $g(z)$.

С горните алгоритми са проведени просторни числени експерименти, които са довели до формулирането на нови хипотези, публикувани в съавторство с научния ръководител и др.

Създаденият от Николай Икономов софтуер е на разположение онлайн на математическата колегия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ По време на аспирантурата си Николай Икономов е получил задълбочени познания в областта на апроксимациите от тип на Паде, която представлява една активно развиваща се област в съвременния комплексен анализ. В изследователската си дейност, кандидатът е получил интересни самостоятелни резултати, които се вписват в тенденциите на съвременните научни търсения. Трябва да се отбележат и компютърните му сръчностии, които го представя като експериментатор в математиката. Няма да спестя да отбележа малка степен на неудовлетвореност от моя страна по отношение на подготовката на българския текст на Дисертацията. Става въпрос за небрежност при преводите на статиите, които са на английски език и са коректни.

Всичко изложено до тук ми дава основание да препоръчам на Почитаемия Научен Съвет на Института по Математика и Инфарматика на БАН да присъди научната степен "доктор" на Николай Руменов Икономов

София, 04 април, 2016 г.