

С Т А Н О В И Щ Е

на проф. дмн Петър Русев за дисертационния труд *Апроксимации с рационални функции в комплексната равнина* на Николай Руменов Икономов представен за получаване на "образователната и научна степен доктор"

Уважаеми колеги,

След запознаване с труда на Николай Икономов стигнах до категоричния извод, че частта му състояща се от Глава 1 и Глава 2 се нуждае от чувствителна научна, структурна и езикова редъкция. Ето и доводите ми за това решение:

I. За научната редакция

1. На стр 5, втори абзац, холоморфна функция се дефинира като еднозначна аналитична функция или еднозначен клон на многозначна аналитична функция. Споменаването на многозначна аналитична функция дава основание да се счита , че авторът приема нейната дефиниция в смисъл на Вайерщрас. Но дефиницията на Вайерщрас в съвременната ѝ версия се опира на тази на холоморфна функция в отворено множество от комплексната равнина като комплексна функция, която има производна във всяка точка от него Ако се приеме дефиницията за холоморфна функция на автора на дисерт. труд, дефиниционното ѝ множество може да бъде само област, тъй като дефиниционното множество на аналитична функция, както и на всеки нейн клон е винаги област.

2. Формулировката на Теорема 20 от стр. 20 събуди у мен недоумение. Задах си въпроса, наясно ли е Икономов що е асимптотична формула? Струва ми се, че отговорът е по-скоро отрицателен. "Издайничето" е формулата (2.28), която се предлага като асимптотична такава за функцията (2.27). Но каква асимптотична формула може да бъде (2.28) след като в нея фигурира "константата" C_n която записана така зависи от n , без да се знае нейното поведение при $n \rightarrow \infty$. Освен това, Икономов далеч не е фамилярен със символите на Харди o , O . По-конкретно, употребата на " o " е неуместна, тъй като ако наистина има асимптотична формула с $O((\log n)^{-\mu})$, защо тази оценка за "ръста" на остатъка се заличава като се замести с $o(1)$?

Да припомним, че ако $\{a_n, n \in N\}$ е редица от комплексни числа, която клони към нула, това се записва с $a_n = o(1)$, но това не означава, че $o(1) = a_n$.

Както е прието, когато има буквен знак в лявата страна на едно равенство, той трябва да фигурира и в дясната му страна, което обаче

липсва във формула (2.28). Ето един елементарен пример за асимптотика на функцията от вида $F(z, n)$, $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$ когато $n \rightarrow \infty$. Нека

$$e_n(z) = \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n \exp(-z) - 1.$$

Ясно е, че $\lim_{n \rightarrow \infty} e_n(z) = 0$ за всяко $z \in \mathbb{C}$ и даже равномерно върху всяко компактно подмножество на \mathbb{C} . Тогава се получава равенството

$$\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = \exp z \{1 + e_n(z)\}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} e_n(z) = 0,$$

което се записва още така $\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = \exp z \{1 + o(1)\}$, $n \rightarrow \infty$.

3. Налага се да цитирам текста от дисерт. труд, който започва от ред 2 отдолу на стр. 42:

"Нека R_2 е Риманова повърхнина от род 0, зададена чрез $w^2 = z^2 - 1$. Предполагаме, че Риаановата повърхнина R_2 е на вид като двулистно покритие на Римановата сфера $\overline{\mathbb{C}}$ с точки на разклонение $z = \pm 1$ от втори род. Римановата повърхнина R_2 може да бъде параметризирана по следния начин

$$(2.3.5) \quad z = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{t}\right), \quad w = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t} - t\right), \quad t \in \overline{\mathbb{C}}.$$

Първият лист $R^{(1)}$ на R_2 се задава чрез (2.35) за $|t| < 1$, при това $z^{(1)} = \infty^{(1)}$ при $t = \infty$. Вторият лист $R^{(2)}$ се задава чрез (2.35) за $|t| > 1$ и съответно $z^{(2)} = \infty^{(2)}$ при $t = 0$.

Да оставим на страна, че за "първия" лист t трябва да е 0 а за "втория" ∞ . У читателя може да се създаде впечатление, че повърхнината R_2 наистина се разпада на два листал. Но от параметричните им представяния следва, че $w^2 - z^2 + 1 = 0$ независимо от това дали $|t| < 1$ или $|t| > 1$, което води до фактическото съвпадане като множества на листовете $R^{(1)}$ и $R^{(2)}$. Защо авторът на дисерт. труд ги счита за различни и даже за непресичащи се, не става ясно. Все пак не трябва да се забравя, че риманова повърхнина е **свързано** комплексно многообразие с комплексна размерност 1.

За римановата повърхнина R_2 и по-конкретно за втория ѝ лист става дума още във втория абзац на стр. 33 преди изобщо да са дефинирани листовете. Съответният текст, който както изглежда е компилиран от публикация на друг автор, остана непонятен за мен.

II. За структурната редакция

Един дисертационен труд обезателно трябва да започва с увод, който след описание на областта до която се отнасят резултатите на автора му, да съдържа и мотивите за предприетите изследвания, но такъв на труда на Икономов липсва.

Първите две глави на дисертационния му труд по-скоро наподобяват обзор на известни резултати, някои от които с подробни доказателства, което затруднява открояването на авторските такива. Едва ли може да се очаква, че прекомерното насищане на дисертационен труд с постижения на други автори повишава съществено нивото му.

III. За езиковата редакция

Не са дадени адекватни преводи на термини и обороти специфични за публикации на руски език и даже са предадени така както са употребени напр. "асимптотическа формула" руският предлог "на" е запазен вместо да се преведе с "в" или "върху", "весовая функция" е преведено като "функция на тегло", запазени са и русизмите "Борелева мярка", "Абелев интеграл", среща се и "свойство на ортогоналност". Остава неясно защо в превода на български на Теорема 6 на стр. 10 е запазен изрза "totally additive set functions". Употребено е членуване в заглавия на параграфите 1.2.1, 1.3.2.

Не притежавам нужната експертност за да дам компетентна оценка на постиженията на Икономов включени в Глава 3 на дисертационния му труд. От докладите му на Семинара към Секцията по анализ, геометрия и топология останах с впечатление, че той, макар и с конкретни примери, е стигнал до резултати за апроксимациите на Паде, които наподобяват класическата теорема на Йенч за разпределението на нулите на парциалните суми на сходящ степенен ред с краен и отличен от нула радиус на сходимост. По мое мнение представлява интерес продължаването на тези изследвания и по-конкретно получаването на резултати от типа на Йенч за апроксимациите на Паде на еднозначни клонове на алгебрични функции.

Заклучение. Считаю, че ако се даде възможност на Икономов да прередактира първите две глави на дисертационния си труд, това ще увеличи шансовете за успешната му защита.

София, 11.04.2016

Проф. П. Русев