

Становище
от проф. д-мн Ралица Ковачева
относно дисертационния труд на тема „Апроксимации с рационални функции в
комплексната равнина“
на
Николай Руменов Икономов
за придобиване на образователната и научна степен „доктор“,
Научна специалност 01.01.04 „математически анализ

Биографични данни: Николай Икономов е роден през 1986 г. в Стара Загора, където през 2004 г. завършва средното си образование като възпитаник на Математическата гимназия с преподаване на английски език. През същата година е приет за студент във Факултета по приложна математика и информатика на Техническият Университет-София, където през 2008 г. придобива бакалавърска степен по специалност „приложна математика“. Успехът от защитата на дипломната му работа на тема „Ортогонални полиноми и развитие на функциите в ред на Фурие“ е много добър 5,00. През 2009 г. му е присъдена степента магистър; темата на магистърската работа е „Редове на Фурие на аналитични функции по системи от ортогонални полиноми, свръхсходимост“; успехът от защитата на магистърската работа е отличен 6.00. През 2011 г. е зачислен, след успешно положен приеман изпит, в редовна докторантура в Института по математика и информатика на БАН. През 2014 г. е отчислен поради изтичане на тригодишния срок с право на защита, като докторантурата е продължена без право на заплащане с една година, за оформяна на дисертационния труд. През декември 2015 г. е назначен като математик в Института.

2. Представяне на тематика и анализ на постигнатите резултати. Темата на представения дисертационен труд е „Апроксимации с рационални функции в комплексната равнина“. Конкретната област, в която се провеждаха изследванията, е посветена на Паде-апроксимациите – класически, многоточкови, обобщени, както и най-модерното направление „апроксимации на Ермит – Паде“. Преди да премина към представянето на резултатите, ще се спра кратко на евристиката на предложения труд.

Класическите рационални апроксимации на Паде са въведени през 1890 г. от френския математик А. Паде като най-доброто рационално приближение от

даден порядък на даден степенен ред в нулата. Без да навлизаме в подробности, ще споменем, че реализирането на този вид апроксимации е предложено от Фробениус, а Марков открива връзката на апроксимациите на Паде с верижните дроби. Първата монография, посветена на апроксимациите на Паде, е на О. Перон от 1921 г.

Днес Паде-апроксимациите (РА) са една от актуалните и силно развиващи се области в съвременната математика. Става дума както за класическите апроксимации, така и за различните техни обобщения – многоточкови апроксимации, т.н. „Обобщени“ РА, както и за най-новите апроксимациите на Ермит-Паде, от Latin и от German тип. Без да навлизам в подробности, ще спомена, че този интерес е обусловен от една страна от взаимнообусловеността на РА с модерния математически анализ – теорията на потенциала, както и от взаимовръзката РА – числени методи, от друга. Методите на РА се прилагат успешно във фундаменталните изследвания. Апроксимациите на Паде се представят в явен вид, което, след изработване на подходящи числени методи и алгоритми за решаване, има непосредствено значение за практическите им приложения. Изхождайки от всичко това, бе предложено на И. Икономов да изследва въпроси, свързани с Паде-апроксимациите. Наред с редовния курс на обучение му бяха предоставени допълнително следните възможности за навлизане в тематиката: тримесечна специализация в Германия при проф. Блатт като Еразмус-стипендиант, включване в двустранния договор на ИМИ с МИАН по теория на апроксимациите, две командировки в Москва по линията на ЕБР, участие в workshop-а по теория на ортогоналните полиноми в Будапеща, 2015 г., възможност за постдокторантска позиция във Wanderlild University - Nashville, която той отклони.

В дисертацията са разгледани два типа Паде-апроксимации: Паде-апроксимации с фиксирана степен на знаменателите, т.н. „редове“ (в Паде-таблицата на Перрон), и диагонални апроксимации, при които степените на знаменателите и на числителите растат неограничено. Към първия тип се отнасят многоточковите РА (при които точките на интерполация са предварително зададени, а фиксираните полюси са разположени в безкрайната точка), така и „обобщените“ Паде-апроксимации, при които точките на интерполация, както и фиксираните полюси се намират в предварително зададени точки, наречени „възли“. Доказани са две теореми: ако за всяка функция, аналитична върху регулярното компактно множество, където е дефинирана, РА я представят по „достатъчно“ добър начин (в смисъл на „максимална сходимост“) в областта на нейната

мероморфна продължимост с краен брой полюси, то „всички“ възли по необходимост имат екстремално разпределение спрямо равновесната мярка на компакта, при многоточкови РА, съответно спрямо хармоничната мярка на кондензатора, при обобщените РА. Тези теореми са в известен смисъл „обратни“ на теоремите на Уолш, Сафф и Гончар от типа на Монтеσου де Балор (Montessus de Ballore), според които РА клонят „максимално“ към функцията в областта на мероморфната ѝ продължимост (равномерно в Чебишевата метрика върху сферата върху компактни подмножества). Въпросът за асимптотичното разпределение на възлите при многоточковите апроксимации е поставен и в случая, когато степента $m(n)$ на знаменатели на РА клонят към безкрайност, макар и „бавно“ в сравнение със степените на знаменателите, т.е., $m(n) = o(n/\ln n)$. Доказано е, че ако за една конкретна функция (а не за всяка, както преди), аналитична върху компакта с краен радиус на мероморфност, е налице „максимална сходимост“ в областта на мероморфна и продължимост, то възлите са равномерно разпределени спрямо равновесната мярка на компакта, но по подходяща подредица. Тази теорема е доказана през 2013 г. от Блатт/Ковачева; тук е публикувано ново доказателство.

Втората част да дисертацията е посветена на диагонални апроксимации на Паде на функции от Марковски тип. Както е известно, знаменателите на класическите Паде апроксимации в безкрайната точка съвпадат (с точност до мултипликативна константа) с полиномите, ортогонални спрямо мярката, дефинираща изходната функция на Марков. Класическият резултат на Бернщайн дава пълна характеристика на поведението на ортогоналните полиноми извън носителя на мярката, така и върху самия дефиниционен интервал, да кажем $[-1,1]$. Резултатът на Бернщайн е валиден за мерки, положителни върху $[-1,1]$ и от класа на Дини-Липшиц. През 1993 г. канадският учен Натол доказва същата теорема, допускайки комплекснозначни мерки, но само от класа на Липшиц. В дисертацията е публикувано доказателство за случая когато мерките са камплекснозначни и от класа на Дини-Липшиц. Работата е съвместна, със съавтори С.Суетин и Р.Ковачева.

Съществена част от работата да Н, Икономов е посветена на изработването на алгоритми за пресмятането на диагоналните апроксимации на Паде, като целта бе илюстрирането на определени фундаментални резултати, отнасящи се силната сходимост на Ермит-Паде-апроксимациите, както и на диагонални РА за функции от тип а Марков. Ще подчертая, че софтуерът е нов, така че и

тези резултати са нови. Резултатите са публикувани в ARXIV през 2015 г.

Забележки: Общото впечатление след прочита на дисертацията, както и на автореферата е небрежността, проявена при оформянето на изложенията, небрежност, граничеща на места с непрофесионализъм и незаинтересованост. Напр. изразът „Multivalued singularity“ е превеждан като „многократна съществена особеност“. Неточно цитиране на теореми, напр. ТН9. Ако дисертантът бе проявил по-сериозно отношение към работата в последния, завършващ етап, вкл и спазването на определените срокове, всички неточности биха били избегнати. За изработването и оформянето на дисертационния труд научният ръководител има насочваща роля, но главната отговорност е на самия дисертант, тъй като по презумпция дисертацията е индивидуален труд.

Наукометрични данни: Списъкът на публикациите на Н. Икономов обхваща 4 заглавия: 3 излезли от печат: самостоятелна статия в Доклади на БАН от 2013 г., съвместна статия с Р. Ковачева в AIP Conf. Proc. 2014, съвместна статия с Р. Ковачева и С. Суетин в Известия РАН, 2015. Една самостоятелна статия е приета за печат в Matematika Slovaka. Списанията, в които са публикувани резултатите, имат положителен IF, съот. SJR-индекс. Към този списък трябва да отчетем и две статии в ARXIV от 2015, като съвместни публикации с Р. Ковачева и С. Суетин. Като съавтор на две от статиите заявявам, че участието на Николай е равностойно.

Тези данни показват, че са налице препоръчителните критерии за присъждане на образователно/научната степен „доктор по математика“ на Николай Икономов.