Р Е Ц Е Н З И Я

по конкурс за получаване на научното звание "професор"
по специалността 01.01.04 "Математически анализ",
(многомерен комплексен анализ),

обявен в ДВ №58/29.07.2011 г.
за нуждите на Института по математика и информатика - БАН

с единствен кандидат **доц. д.м.н. Николай Маринов Николов**

Рецензент проф. д.м.н. Йохан Тодоров Давидов

1. Биографични данни за кандидата. Николай Николов е роден на 24 август 1969 г. в град Шумен, където завършва средното си образование. През 1992 г. се дипломира като магистър по математика във ФМИ-СУ. През 1993 г. е назначен на работа в ИМИ-БАН, където до 2002 г. последователно е математик, н.с. III, II, I ст. През периода 1990-1997 е хоноруван асистент във ФМИ и ФзФ на СУ. През 2000 г. получава научната и образователна степен "доктор" след успешна защита на дисертация на тема "Локализация, устойчивост и гранично поведение на инвариантни метрики". От 2003 г. е ст.н.с. II ст. (доцент) в ИМИ-БАН. През 2010 година защитава дисертация на тема "Инвариантни функции и метрики в комплексния анализ" и получава научната степен "доктор на математическите науки".

2. Представени трудове. Наукометрични данни. За участие в конкурса Н. Николов е представил 28 статии, 8 от които не са били включени в дисертацията му за получаване на степента "доктор на математическите науки". Статии, свързани с дисертацията за получаване на степента "доктор", както и такива за получаване на званието "доцент" не са включени в публикациите за участие в конкурса. От представените статии 24 са в списания с импакт-фактор, а другите 4 статии са в списания, които сега имат импакт-фактор (2 в Complex Variables и 2 в Annales Polonici Mathematici). Две от статиите са самостоятелни (и са били включени в дисертацията за степента "доктор на математическите науки"), 16 са с един съавтор, 8 - с двама съавтори, 2 - с трима съавтори. Повечето от статиите на Н. Николов са публикувани в реномирани международни списания с висок импакт-фактор. Ще изброя само някои от тях: Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Indiana University Mathematics Journal, Journal of Geometric Analysis, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Mathematische Annalen, Mathematische Zeitschrift, Michigan Mathematical Journal, Monatschefte für Mathematik, Pasific Journal of Mathematics. Proceedings of the American Mathematical Society, Tran-sactions of the American Mathematical Society.

Кандидатът е представил справка за 33 цитирания, от които 16 цитирания в 11 статии в списания с имапкт-фактор, 4 - в 2 монографии, 3 цитирания в 3 дисертации. От тази справка аз не приемам цитирането на статията под номер 13, което се съдържа в статия на П. Пфлуг и В. Звонек, приета за печат в Arkiv für Matematik, понеже и двамата са съавтри в статия No 13. По аналогична причина не приемам и цитирането на статия No 21, което се съдържа в статия на В. Хансен, приета за печат в Potential Analysis. Приемам за установени 31 цитирания на статиите на кандидата до момента на подаване на документите за участие в конкурса. Неотдавна Н. Николов представи допълнителна справка за още 3 цитирания.

Според сведение от кандидата, общият брой на научните му публикации е 53, цитирани 58 пъти. След изтичане срока на конкурса той предостави информация за още негови статии приети за печат.

3. Обща характиристика на научната дейност на кандидата. Преглед на получените резултати.

Научните интереси на кандидата са свързани с изучаването на инвариантни метрики и псевдоразстояния – област на изследване в многомерния комплексен анализ, в която са работили и работят изтъкнати математици.

За да не удължавам рецензията, няма да се спирам подробно на статиите на кандидата, включени в неговата дисертация за степента "доктор на математическите науки". Ще отбележа само, че в тези статии Н. Николов е получил важни резултати и е дал отговор на редица въпроси, поставени от други специалисти в областта на многомерния комплексен анализ. Присъствал съм на всички етапи на процедурата по защитата на дисертацията и мога да кажа, че тя получи висока оценка от тримата рецензенти и от Специализирания научен съвет по математика при ВАК.

Статиите на Н. Николов след дисертацията му, с изключение на две от тях, продължават неговите изследвания върху инвариантни фукции и метрики на области в $\mathbb{C}^n$. Ще направя преглед на основните резултати в тези статии като следвам номерацията им в списъка на кандидата.

Статия No 2 в списъка на публикациите за конкурса е съвместна с В. Звонек и е публикувана в Monatschefte fur Mathematik. В нея се изучават функцията на Грийн g_D и инфинитезималната метрика на Азукава A_D за области D в $\mathbb{C}^n$, както и аналози на метриката на Каратеодори и нейната инфинитезимална версия, в чиито дефиниции се използват всички производни на изображенията, участващи в обичайните дефиниции на тези метрики. Тези аналози се наричат сингулярна функция c_D^∞ и сингулярна псевдометрика γ_D^∞ на Каратеодори за областта D. Съгласно резултат на Нивош, за така-наречените "строго хиперизпъкнали" области имаме $g_D = c_D^\infty$ и $A_D = \gamma_D^\infty$. Основният резултат в статия No 2 е, че в комплексната равнина тези равенства са в сила не само за строго хиперизпъкналите области, но и за всяка област, за която множеството F от едноточковите свързани компоненти на допълнението е полярно (т.е. съществува субхармонична функция $\not\equiv -\infty$, която $-\infty$ върху F). Даден е пример, който показва, че резултатът не е верен, ако множеството F не е полярно, дори то да има аналитичен капацитет нула (например, ако F е Канторовото множество). За доказателството на равенството $g_D = c_D^\infty$, авторът използва резултат на Полецки, според който функцията на Грийн може да се дефинира с помощта на аналитични дискове в областта D. За да покаже, че $A_D = \gamma_D^\infty$, Николов доказва подобен резултат за метриката на Азукава, като установява равенство между тази метрика и сингулярната метрика на Кобаяши. След това той доказва съществуването на екстремални аналитични дискове за g_D и A_D и, използвайки тези дискове, завършва доказателството на основния резултат.

Статия No 11 е отпечатана в Michigan Mathematical Journal и е съвместна с П. Пфлуг. В нея се пресмятат инвариантни метрики върху така-наречената парабола на Нийл:

$$A_{m,n} = \{(z, w) \in \Delta \times \Delta : z^m = w^n\},$$

където Δ е единичният кръг в $\mathbb{C}$, m и n са взаимно прости естествени числа и $m \leq n$. Параболата на Нийл е комплексно пространство с единствена особеност в началото. Авторът пресмята в явен вид вътрешната метрика на Каратеодори за това пространство. Разстоянието между две точки относно вътрешната метрика е инфинимумът на дължините относно метриката на Каратеодори на кривите, съединяващи двете точки. В общия случай върешната метрика на Каратеодори не съвпада с метриката на Каратеодори, но конкретните примери са малко на брой. Авторът намира връзка между тези две метрики върху $A_{m,n}$ и показва, че те са различни ако $m > 1$. Освен това за точките на $A_{m,n}$, различни от началото, той пресмята метриката на Каратеодори-Райфен, която е инфинитезимална версия на метриката на Каратеодори и поражда вътрешната метрика. В началото тази инфинитезимална метрика е пресметната само за някои допирателни направления, но това е напълно достатъчно за целите на автора.

Разглежданията в статията са мотивирани от въпрос на Пфлуг-Ярницки и резултат на Кнезе за $A_{2,3}$. Подходът в нея е използван в по-късна статия на Запаловски.

В статия No 19 са дадени достатъчни условия върху области в $\mathbb{C}^n$, при които функцията на Лемперт, метриката на Кобаяши-Ройден, метриката на Азукава и плурикомплексната функция на Грийн са локално Липшицови. Тези условия са изпълнени върху всяка строго псевдоизпъкнала област. За опънати (taut) хиперболични в смисъл на Кобаяши области условието за Лишицовост на функцията на Лемперт е и необходимо.

Статията е съвместна с П. Пфлуг и П. Тома и е публикувана в Proceedings of the American Mathematical Society.

Статия No 20 е също така съвмесна с П. Пфлуг и П. Тома. Публикувана е в Mathematische Zeitschrift. Основният резултат в нея е следната оценка за функциятя на Лемперт l_D па област D в $\mathbb{C}^n$ с $C^{1+\epsilon}$-гладка граница: $l_D(z, w) \leq 1 - c d_D(z) d_D(w)$, където $c > 0$ е константа,а $d_D(z)$, $d_D(w)$ са разстоянията на z и w до границата па областта D. Даден е пример, който показва, че C^1-гладкост на границата не е достатъчна за валидност на оценката. Основен момент в доказателството е констуирането на семейство от аналитични криви, холоморфно зависещи от два комплексни параметъра, една от които минава през точките z и w. Това води до необходимостта от изучаване поведението на конформните изображения от C^1-гладки едносвързани ограничени равнинни области в единичния кръг, когато областите клонят към ограничена област в комплексната равнина. Получената информация за това поведенис позволява да се докаже желаната оценка за функцията на Лемперт.

Както е известно инфинитезималната метрика на Кобаяши-Ройден k_D на област D в $\mathbb{C}^n$ не удовлетворява неравенството на триъгълника (така, че тя не е псевдонорма). На геометричен език това означава, че индикатрисата $I_z k_D = \{X \in T_z^{\mathbb{C}} D : k_D(z, X) < 1\}$, $z \in D$, не е изпъкнало множество. Затова Кобаяши въвежда нова инфинитезимална метрика, чиято индикатриса е изпъкналата обвивка на $I_z k_D$. Тази метрика също поражда псевдоразстоянието на Кобаяши и често се нарича метрика на Кобаяши-Буземан. Да отбележим, че индикатрисата на метриката на Каратеодори е изпъкнало множество, а тази на метриката на Азукава – псевдоизпъкнало. В статия No 26 се въвежда инфинитезимална метрика $\widetilde{k}_D$, чиято индикатриса е обвивката на холоморфност на $I_z k_D$. Това е най-голямата инвариантна метрика с псевдоизпъкнала индикатриса. В статия No 26 е намерен ръстът на $\widetilde{k}_D$ около гранична точка a на D, в която формата на Леви има поне едно отрицателно собствено число. Подобна оценка е получена и за метриките на Азукава и Сибони. Методът на доказателството използва така-нареченото разтягане на координатите, въведено от С. Пинчук и построяванс на моделна област G около граничната точка a, която се съдържа в D и за която поведението на $\widetilde{k}_G$ може сравнително лесно да се оцени. При различни допълнителни предположения са получени оценки за граничното поведение и на метриката k_D.

Тази статия е приета за печат в Journal of Geometric Analysis и е съвместна с Н.Дийо и П. Тома.

Съгласно резултат на Грауерт-Ремерт и Хитотумату, едно отворено множество D в $\mathbb{C}^n$ е псевдоизпъкнало тогава и само тогава, когато неговото сечение с всяка двумерна комплексна равнина е псевдоизпъкнало. Нека S е множеството от точките $a \in \mathbb{C}^n$, през които минава двумерна комплексна равнина, чието сечение с D не е псевдоизпъкнало. В статия No 27 е получена разнообразна информация за допълнението $\mathbb{C}^n \setminus S$ на S. Според мен, най-красивият резултат в тази статия е следният критерий за псевдоизпъкналост. Едно отворено множество D в $\mathbb{C}^n$ с C^2-гладка граница е псевдоизпъкнало тогава и само тогава, когато съществува точка в $\mathbb{C}^n$ такава, че всяка двумерна равнина през нея сече D в псевдоизпъкнало множество.

Статията е съвместна с П. Пфлуг и е публикувана в Mathematische Zeitschrift.

Статиите с номера 21 и 28 в списъка публикациите за конкурса са в областта на анализа, но не на комплексния анализ.

Статия No 21 е съвместна с В. Хансен и е публикувана в Mathematische Annalen. В нея се доказва аналог на теоремата на Лиувил за класа на супермедианните функции $\mathbb{R}^2$, т.е. полунепрекъснати отдолу функции f, такива че за всяко $x \in \mathbb{R}^2$ съществува $r(x) > 0$, за което средната стойност на f върху окръжността с център x и радиус $r(x)$ не надминава $f(x)$. Показано е, че при известни предположения за ръста на $r(x)$ и $f(x)$, когато $|x| \to \infty$, всяка медианна функция f върху $\mathbb{R}^2$ е константа. Дадени са примери, които показват, че наложените условия не могат да бъдат отслабени.

В статия No 28 за дадено число $\lambda > 0$ и окръжност Γ се пресмята $\min_{A,B,C \in \Gamma} \max_{M \in \Gamma}(MA^\lambda + MB^\lambda + MC^\lambda)$. Намерени са точките M, в които се достига минимум или максимум на сумата $\sum_{i=1}^n MA_i^\lambda$, когато M се мени върху окръжност, концентрична на окръжността, описана около даден правилен n-ъгълник $A_1 A_2 ... A_n$. В някои частни случаи тези задачи са решени от К. Столарски. Разглежданията в статията са мотивирани от задачи във физиката и теория на потенциала.

Статията е съвместна с Р. Рафаилов и е приста за печат в Pasific Journal of Mathematics.

4. Педагогическа дейност.

В периода 1990 - 1997 г. Н. Николов е водил упражнения по анализ и по комплексен анализ във ФМИ и ФзФ на СУ. Основната му педагогическа дейност, обаче, е свързана с работа с талантливи ученици. Ръководил е редица ученически проекти по математика, бил е член на журита на национални състезания и олимпиади по математика, както и на конференции за ученици, организирани от УчИМИ. Н. Николов е член на Екипа за извънкласна работа по математика към СМБ. Като член на този екип всяка година участва в подготовката на българския отбор за Международната и Балканската олимпиади по математика. Бил е ръководител на нашия отбор за тези олимпиади. Изнасял е лекции за ученици в много математически гимназии в страната, както и на летните изследователски школи на УчИМИ. От 2008 г. е председател на Националната комисия за провеждане на олимпиади и състезания по математика, 9-12 клас, към МОМН.

Н. Николов е написал 11 научно-популярни книги по математика за ученици и едно научно-методическо пособие. Публикувал е 33 научно-методически статии, от които 6 в международни списания. Автор е на 46 научно-популярни статии по математика.

В рамките на международна програма на Ягелонския университет в Краков, Н. Николов частично ръководи една докторантура.

5. Участие в проекти.

Н. Николов е участвал в 2 национални проекта с Американската фондация за България. Участвал е също така и в редица международни научни проекти - 4 с DFG (Германия), 3 с DAAD (Германия), 3 с МИ "Стеклов РАН (Русия). 1 с EGIDE, 2 с CNRC (Франция). В проектите с CNRC той е координатор от българска страна. Координатор е и в International Ph.D. Program "Geometry and Topology in Physical Models" , Krakow (Полша). Както споменах, в рамките на тази програма той ръководи един докторант

6. Заключение. Познавам Н. Николов от студентските му години и съм свидетел на неговото израстване до специалист от високо ниво. Той е изключително работоспособен и продуктивен. Получил е интересни и важни резултати, някои от които дават отговор на въпроси, поставени от други автори. Повечето от статиите му са публикувани в престижни международни списания. Негови резултати са цитирани от редица математици, работещи в областта на многомерния комплексен анализ и са били разглеждани на семинари в чуждестранни университети. Ето защо, убедено препоръчвам на доц. д.м.н. Николай Маринов Николов да бъде присъдено научното звание "професор" по специалността 01.01.04 "Математически анализ".

12.12.2011 г. Рецензент:

(проф. д.м.н. Йохан Давидов)