

СТАНОВИЩЕ

на доц. д-р Иван Делчев Чипчаков
Институт по математика и информатика при БАН

относно дисертационен труд за получаване на образователната и научна степен “доктор” в областта на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5. Математика, докторска програма “Алгебра и теория на числата”

Автор на дисертационния труд: **Петър Василев Данчев**

Тема на дисертационния труд: “Асоциативни пръстени с единица и слабо унипотентни мултипликативни групи”

Научен консултант: доц. д-р Иван Делчев Чипчаков, ИМИ-БАН, секция „Алгебра и логика“

Становището е изготвено според изискванията на ЗРАСРБ, РКС № 11 от 2010 г. - ДВ, бр. 81 от 2010 г., нов - ДВ, бр. 101 от 2010 г Правилника за неговото прилагане, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния правилник на Института по математика и информатика на БАН. По-специално, то е изготвено въз основа на заповед № 542 от 20.XI. 2017 г. на Директора на ИМИ към БАН, издадена на основание на решение на НС на ИМИ (Протокол 13 от 17.11. 2017 г.) и на решение от първото заседание на научното жури, проведено на 07.XII. 2017 г.

Кратки биографични данни за докторанта

Петър Василев Данчев е възпитаник на ОМГ „Акад. К. Попов“ (1985 г. – 1989 г.). От 1989 г. до 1995 г. той е студент във Факултета по математика и информатика (ФМИ) на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“, като през 1995 г. го завършва със специализация „Алгебра и теория на числата“. Има почти 20-годишен преподавателски опит, включително, като учител по математика в средни училища, учител по математика в Центъра за ученическо техническо и научно творчество – Пловдив, хоноруван асистент по математика в ПУ „Паисий Хилендарски“ и в Техническия университет – София. От края на ноември 2016 г. до ноември 2017 г., П. Данчев е докторант на самостоятелна подготовка в ИМИ, като през този период успешно преминава обучение по докторска програма „Алгебра и теория на числата“, след което е отчислен с право на защита.

Обща характеристика на дисертационния труд анализ на научните и научно-приложните постижения в дисертационния труд.

Представеният дисертационен труд е изложен на 54 страници. Той се състои от две части. Първата част е въвеждаща. Тя дава представа за актуалността на проблематиката, на поставените цели и задачи, и на структурата на дисертацията. Втората част представя съдържанието на дисертационния труд, като за целта, тя е разделена на три параграфа. Дисертацията завършва с библиография (45 заглавия на 4 стр., от тях – 36 заглавия на статии, 7 – на монографии, учебници или учебни помагала, 2 – на докторски дисертации (тези на A.J. Diesl и N. Immormino)). Изследванията на автора са насочени към актуален проблем в съвременната теория на асоциативните пръстени, а именно: да се намери по-подробно описание на мултипликативните групи на пръстените с унипотентни единици и на пръстените със

слабо унипотентни единици; в съчетание с това, да се опишат с точност до изоморфизъм класовете от разменни и чисти пръстени. Демонстрирани са приложения на получените резултати към въпроси, отнасящи се до комутативни групови алгебри и абелеви групи. По същество дисертационният труд има теоретичен характер и отговаря на общоприетите изисквания за дисертация, с която може да се присъди образователната и научна степен „доктор”. Библиографията показва, че докторантът познава много добре областта, в която работи. Към това мога да добавя, че той активно се стреми към придобиване на нова информация в областта на научните му интереси и умее да я извлича от литературата.

Основни научни и научно-приложни постижения

Задачите разгледани в дисертационния труд се вписват в обща програма за създаване на структурна теория на широки класове регулярни по фон Нойман пръстени, една от целите на която е да се намери тяхна задоволителна характеристика и връзка с артиновите пръстени. Важна стъпка в това направление е въвеждането и изследването от Nicholson (Trans. Amer. Math. Soc. 229 (1977), 269-278) на т.н. чисти пръстени, т.е. на онези асоциативни пръстени с 1, които удовлетворяват условието, че всеки техен елемент е представим като сума на обратим елемент и идемпотент. Стъпката се оказва удачна, тъй като последвалите изследвания установяват, че класът на чистите пръстени съдържа всички обратимо регулярни пръстени (V.P. Camillo, D. Khurana, Comm. Algebra 29 (2001), 2293-2295). Значението на чистите пръстени за общата програма се вижда и от наблюдението на дисертанта, че образуваният от тях клас съдържа и всички артинови пръстени. Програмата става по-обозрима благодарение на установения от Nicholson факт, че регулярните и чисти пръстени са разменни по Warfield (Math. Ann. 199 (1972), 31-36), а несъмнен интерес в това отношение представлява и формулираната от Данчев хипотеза, свързваща класовете на чистите пръстени и на разменните пръстени в предполагаема характеристика на артиновите пръстени, предвиждаща съпадението на условията за чистота и разменност върху класа на нютеровите пръстени. Независимо от това, класът \mathcal{R} на регулярните и чисти пръстени е твърде обширен, поради което, оправдан подход в неговото изследване е събирането на подробна информация за структурата и други алгебрични свойства на пръстени, образуващи доста по-малки подходящо избрани подкласове на \mathcal{R} . В дисертационния труд този подход се следва като се изучават пръстени, върху чиито обратими елементи са наложени допълнителни ограничения, а именно, условията за унипотентност и слаба унипотентност.

В първия параграф на втората част на дисертацията се изучават пръстени с унипотентни групи от единици (т.н. UU пръстени). Основният резултат тук е теоремата, че пръстен R притежава унипотентна група от единици $U(R)$, тогава и само тогава, когато елементът $2 \in R$ е нилпотентен и $U(R)$ е 2-група. Показано е, че за всяка нил-алгебра A над полето с 2 елемента $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, алгебрата A' над $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, породена от A и от единицата на $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, е UU пръстен. По този начин, алгебрите на Голод-Шафаревич над $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ стават източник на UU пръстени с много интересни алгебрични свойства. Вторият основен резултат в параграф 1, Теорема 1.2, характеризира чистите пръстени със слабо унипотентни групи от единици (дисертантът привежда интересен пример на такъв пръстен, чиято група от единици не е унипотентна). Съгласно тази теорема, пръстенът R е чист WUU пръстен точно тогава, когато радикалът на Jacobson $J(R)$ е нил-идеал и фактор-пръстенът $R/J(R)$ удовлетворява едно от следните условия: $R/J(R)$ е булев пръстен или поле с 3 елемента; $R/J(R)$ е директно произведение на булев пръстен и поле с 3 елемента. От Теорема 1.2 следва характеристиката на UU пръстените, намерена от T.Y. Lam

и дисертанта в съвместната им работа (Publ. Math. Debrecen (3-4) 88 (2016), 449-466).

Параграф 2 е посветен на нил-чистите и на слабо нил-чистите пръстени. Негова отправна точка е теоремата на Han-Nicholson (Comm. Algebra 29 (2001), 2589-2595), установяваща, че ако R е чист пръстен, то матричните пръстени $M_n(R)$, $n \in \mathbb{N}$, запазват същото свойство. Подобен характер има и резултатът на Дизел, според който, триангуларният матричен пръстен $T_n(R)$ от ред n , където n е произволно естествено число, е нил-чист тогава и само тогава, когато R е нил-чист. Първият основен резултат на параграф 2 гласи, че за всеки комутативен нил-чист пръстен R и за всяко естествено число n , матричният пръстен $M_n(R)$ е нил-чист. Вторият основен резултат отговаря на въпроса кога пълен матричен пръстен $M_n(D)$ над тяло D е слабо нил-чист. Оказва се, че $M_n(D)$ притежава указаното свойство точно тогава, когато е изпълнено едно от следните две условия: D е поле с 2 елемента; D е поле с 3 елемента и $n = 1$. Доказателството на първите два основни резултата е получено с методи на линейната алгебра, като за намиране на оценката за реда на D във втория от тях е използвана идеята на доказателството на съвместен резултат на M.T. Kosan, T.-K. Lee and Y. Zhou (Th. 3 в Linear Algebra Appl. 450 (2014), 7-12). Характеризацията на слабо нил-чистите унитарни пръстени изпъква като трети основен резултат в параграф 2. Формулиран като Теорема 2.3, този резултат гласи, че пръстен R с единица е слабо нил-чист, тогава и само тогава, когато е в сила едно от следните три условия: R е нил-чист; радикалът $J(R)$ е нил-идеал и фактор-пръстенът $R/J(R)$ е поле с три елемента; R е изоморфен на директно произведение на нил-чист пръстен R_1 и пръстен R_2 , удовлетворяващ предходното условие. Предвид основното място на този резултат в дисертационния труд, ще се спра накратко на някои моменти от неговото доказателство. На първо място, то се опира на редица резултати на Diesl за нил-чистите пръстени (J. Algebra 383 (2013), 197-211), както и на някои основни факти, например, затвореността на класа на нил-чистите пръстени относно образуване на собствени хомоморфни образи. Отправна точка при установяването на необходимостта в теоремата е наблюдението, че елементът $b \in R$ е нилпотентен (и лежи в центъра на R). Оттук следва представимостта на R като директно произведение $R_1 \times R_2$, където $R_1 = R/2^n R$ и $R_2 = R/3^n R$, а n е степента на нилпотентност на елемента b (R_1 и R_2 са ненулеви пръстени $\leftrightarrow 2$ и 3 не са нилпотентни в R). След това се показва, че ако R_j е ненулев пръстен, той е нил-чист $\leftrightarrow j = 1$. Ключова стъпка е доказателството на факта, че R_2 не съдържа нетривиални идемпотенти. В дисертационния труд това е направено по два начина. Единият начин е с помощта на директни, но относително дълги пресмятания. Другият начин, към който определено имам предпочитания, се опира на следното твърдение „за инволюциите“: Ако g е обратим елемент в произволен пръстен P , за който $g = q + f$, където q е нилпотент на P , f е идемпотент на P и е в сила $g^2 f = f g^2$, то $f = 1$.

Параграф 3 представя приложения на резултати на предните два параграфа. Първото приложение представлява принос в изследването на структурата на пръстена $E(G)$ от ендоморфизмите на абелева група G . В дисертационния труд е показано, че ако G има краен ранг, то $E(G)$ е нил-чист пръстен точно тогава, когато G е крайна 2-група. Доказано е още, че $E(G)$ е силно нил-чист пръстен точно тогава, когато G е циклична 2-група. Второто приложение показва, че ако R е комутативен пръстен с единица, то груповият пръстен $R[G]$ е слабо нил-чист, тогава и само тогава, когато е изпълнено едно от следните условия: R е нил-чист пръстен и G е нетривиална 2-група; G е нетривиална 3-група и фактор-пръстенът на R по нил-радикала $N(R)$ е поле с 3 елемента; R е слабо нил-чист пръстен и групата G е тривиална.

Приноси и значимост на дисертационния труд

Основните твърдения в дисертационния труд представляват нови научни

результати с несъмнена значимост, получени в актуална област на съвременната теория на пръстените и в условията на немалка конкуренция. При получаването им е използван сериозен алгебричен апарат, като са преодолени значителни математически и технически трудности.

Публикации на резултатите

Резултатите, представени в дисертацията, са публикувани през периода 2013 г. – 2016 г. в седем статии, три от които са самостоятелни, а останалите са в съавторство. Съвместните работи са излезли в списания с импакт-фактор (по една в Linear Algebra Appl. (10) 439 (2013) (IF 0,983), J. Algebra 425 (2015), 410-422 (IF 0,660), Publ. Math. Debrecen (3-4) 88 (2016), 449-466 (IF 0,431) и J. Algebra Appl. (8) 15 (2016) (IF 0,489)). Две от самостоятелните статии са публикувани в Irish Math. Soc. Bull., а една – в Tsukuba J. Math. Приемам за равностойно участието на дисертанта в трудовете, на които той е съавтор. Шест от статиите са цитирани в излезли от печат публикации, като общият брой на цитатите е 51 от 29 автора. Първите две статии на П. Данчев, споменати по-горе (с номера съответно 2 и 13 в библиографията на дисертацията) са цитирани съответно 19 и 13 пъти). Сред съавторите на дисертанта личат имената на известни математици – изтъкнати специалисти в теорията на асоциативните пръстени.

Апробация на резултатите

Резултатите са докладвани на следните научни форуми:

Мальцевские чтения, ИМ им. С.Л. Соболева СО РАН и Новосибирский НИГУ, Новосибирск, 03.05.2015-07.05.2015 година.

Специализиран семинар по алгебра на Университета в Cluj-Napoca, РУМЪНИЯ.

Конференция по „Комутативна алгебра“, проведена в под егидата на FAU University във Флорида, САЩ.

Симпозиум „Некомутативна алгебра и приложения“, проведен в Бъркли, Калифорния, САЩ.

Семинар по „Алгебра и логика“ на ИМИ при БАН.

Качества на автореферата

Авторефератът съдържа 28 страници и представя мотивировка за работа по избраната тематика, както и за актуалността на тематиката. Освен това, в него са отразени правилно съдържанието и научните приноси на дисертационния труд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: Дисертационният труд “Асоциативни пръстени с единица и слабо унипотентни мултипликативни групи” на Петър Василев Данчев съдържа научни резултати, които представляват оригинален принос в науката и отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответните Правилници на БАН и на ИМИ-БАН. Дисертационният труд показва, че докторантът притежава качества и умения за самостоятелно провеждане на научни изследвания. Предвид гореизложеното, оценявам положително научните изследвания и резултати в представения дисертационен труд и **убедено** предлагам на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор“ на Петър Василев Данчев в областта на висше образование 4 Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Алгебра и теория на числата“.

София, 30.01. 2018 г.

Подпис:

(доц. д-р И. Чипчаков)