

Резюмета на публикациите на Петър Василев Данчев за участие в конкурса за „Професор“

[1] P. V. Danchev, *A generalization of π -regular rings*, Turk. J. Math. (2) **43** (2019), 702-711.

РЕЗЮМЕ: . Доказано е, че π -регулярните пръстени са винаги регулярни нил-чисти и също така, че съществува регулярно нил-чист пръстен, който е нил-чист, но **не** е π -регулярен. Използвани са разнообразни методи за доказателство на получените резултати от теория на пръстените. Въведени са и така наречените „D-нил-чисти“ пръстени и са изучени в детайли техните характеристични свойства, като са сравнени с тези на класическите нил-чисти пръстени.

[2] P. V. Danchev, *On a property of nilpotent matrices over an algebraically closed field*, Chebyshevskii Sbornik (3) **20** (2019), 276-279.

РЕЗЮМЕ: Разглеждат възможните разлагания на произволни (нилпотентни) квадратни матрици като сума на специални елементи над алгебрически затворени или произволни крайни полета в сума на специални елементи. Получени са окончателни резултати над такива полета от типа: Всяка квадратна матрица от произволен размер се разлага като сума на две матрици, първата от която е периодична матрица (или при някои допълнителни условия тя е потентна матрица), а втората е нилпотентна матрица от специален тип. Използвани са методи от различно естество за доказателство на основните резултати.

[3] P. V. Danchev, *Representing matrices over fields as square-zero matrices and diagonal matrices*, Chebyshevskii Sbornik (3) **21** (2020), 84-88.

РЕЗЮМЕ: Доказваме, че всяка квадратна матрица над произволно безкрайно поле е сума на нилпотентна матрица от ред 2 и диагонализируема матрица. Този резултат по някакъв начин контрастира със скорошна теорема на Брез, публикувана в Лин. Алгебра и Приложения (2018).

[4] P. V. Danchev, *Certain properties of square matrices over fields with applications to rings*, Rev. Colomb. Mat. (2) **54** (2020), 109-116.

РЕЗЮМЕ: Разглеждат възможните разлагания на произволни (нилпотентни) квадратни матрици като сума на специални елементи над алгебрически затворени или произволни крайни полета в сума на специални елементи. Получени са окончателни резултати над такива полета от типа: Всяка квадратна матрица от произволен размер се разлага като сума на две матрици, първата от която е периодична матрица (или при някои допълнителни условия тя е потентна матрица), а втората е нилпотентна матрица от специален тип. Използвани са методи от различно естество за доказателство на основните резултати. В допълнение са разгледани и някои директни приложения в теория на пръстените.

[5] P. V. Danchev and D. D. Anderson, *A note on a theorem of Jacobson related to periodic rings*, Proc. Amer. Math. Soc. (12) **148** (2020), 5087-5089.

РЕЗЮМЕ: Обобщават известни класически резултати, например като „теоремата на Джейкобсън“ за комутативност на потентните пръстени/алгебри.

[6] P. V. Danchev and J. Cui, *Some new characterizations of periodic rings*, J. Algebra & Appl. (12) **19** (2020).

РЕЗЮМЕ: Дават някои нови съществени и нетривиални характеристики на добре известните „периодични пръстени“, като за целта са разработени някои нови идеи и методи. По-специално, намерено е необходимо и достатъчно условие кога един пръстен е периодичен в термините на обратими елементи съчетани с π -регулярни елементи (вж. Теорема 3.4). Някои матрични резултати за общия матричен пръстен са също доказани в Следствие 3.6. В допълнение, в последната част на статията са разгледани така наречените $*$ -периодични пръстени и е установено, че тези два класа са независими един от друг.

[7] P. V. Danchev, *On some decompositions of matrices over algebraically closed and finite fields*, J. Siberian Federal University - Mathematics & Physics (5) **14** (2021), 547-553.

РЕЗЮМЕ: Разглеждат възможните разлагания на произволни (нилпотентни) квадратни матрици като сума на специални елементи над алгебрически затворени или произволни крайни полета в сума на специални елементи. Получени са окончателни резултати над такива полета от типа: Всяка квадратна матрица от произволен размер се разлага като сума на две матрици, първата от която е периодична матрица (или при някои допълнителни условия тя е потентна матрица), а втората е nilпотентна матрица от специален тип. Използвани са методи от различно естество за доказателство на основните резултати.

[8] P. V. Danchev and A. Cîmpean, *n -Torsion clean and almost n -torsion clean matrix rings*, Russian Math. (Iz. VUZ) (1) **65** (2021), 47-56.

РЕЗЮМЕ: Третира се важният въпрос за изясняване на структурата на някои широки класове от „чисти пръстени“, като например тези на „(почти) n -периодично чистите“, където по-общия клас от чисти пръстени беше въведен от канадския математик Кейт Николсън през далечната 1977г. Получени са редица резултати касаещи пълния матричен пръстен, както и неговия триангуларен матричен подпръстен, и по-специално са получени критерии кога тези два пръстена са n -периодично чисти и почти n -периодично чисти. За целта, в изчисленията и доказателствата са използвани и някои резултати от теория на числата.

[9] P. V. Danchev and J. P. Bell, *Affine representability and decision procedures for commutativity theorems for rings and algebras*, Israel J. Math. (1) **249** (2022), 121-166.

РЕЗЮМЕ: Дава се практически реализуем алгоритъм за комутативност на тези два алгебрически обекта, именно пръстени и алгебри. Накратко, получено е, че всеки периодичен пръстен, на който елементите имат равни степени от различна четност е всъщност потентен пръстен, така разширявайки гореспоменатата теорема на Джейкобсън. За доказателствата на резултатите са използвани най-разнообразни методи, включително и такива от теория на матричните пръстени.

[10] P. V. Danchev and T.-K. Lee, *On n -generalized commutators and Lie ideals of rings*, J. Algebra & Appl. (12) **21** (2022).

РЕЗЮМЕ: Изследва се проблема за обобщените комутатори и идеали на Ли за произволни асоциативни пръстени. В частност, тук се постига значително разширяване на теоремата на Херстейн за класическите комутатори, доказана от този американски математик през далечната 1954г. Наистина, получените тук резултати се отнасят за произволна дължина на комутаторния индекс. В допълнение са осъществени релации с някои съществени класове от некомутативни полиноми. Използваните идеи за доказателства на резултатите, както и самата техника на доказване, са по някакъв начин новаторски за областта и не копират вече съществуващите такива.

[11] P. V. Danchev, E. Garcia and M. G. Lozano, *Decompositions of matrices into potent and square-zero matrices*, Internat. J. Algebra & Computat. (2) **32** (2022), 251-263.

РЕЗЮМЕ: Показано е, че в някои по-специални случаи, а именно за някои класове от крайни комутативни пръстени, може да се получи и по-точно разлагане като сума на потентна матрица и нилпотентна матрица от ред не надминаващ 2. Използвани са иновативни методи за доказателство на резултатите от теория на полетата и матриците, като по-специално някои полиномни техники са доусъвършенствани за нашите цели.

[12] P. V. Danchev, E. Garcia and M. G. Lozano, *Decompositions of matrices into diagonalizable and square-zero matrices*, Linear & Multilinear Algebra (19) **70** (2022), 4056-4070.

РЕЗЮМЕ: Изследват се в детайли и разширяват възможността за разлагане на произволни квадратни матрици като сума на потентни или диагонализируеми матрици с нилпотентни матрици от ред най-много 2. По-специално, доказано е, че всяка квадратна матрица над произволно безкрайно поле е винаги представима като сума на диагонализируема матрица и матрица, чиято втора степен е нулевата матрица.

[13] P. V. Danchev, *Weakly invo-clean rings having weak involution*, Vestnik Udmurtskogo Universiteta – Matematika, Mekhanika, Komp'yuternye Nauki (1) **32** (2022), 18-25.

РЕЗЮМЕ: Използваната техника за доказателство е нова и нетривиална. Освен това, са получени окончателни теореми, които описват с точност до изоморфизъм структурата на слабо инволютивно-чистите пръстени, които притежават слаба инволюция. Тези резултати съществено усилват получени вече резултати от същия автор в списанията Afrika Mat. (2017) и Far East J. Math. Sci. (2021), които засягат слабо инволютивно-чистите пръстени, които са снабдени само с обикновена инволюция.

[14] P. V. Danchev and J. Cui, *On strongly π -regular rings with involution*, Commun. Math. (1) **31** (2023), 73-80.

РЕЗЮМЕ: Изчерпателно изследване на \ast - π -регулярните пръстени е дадено, като са обобщени различни добре известни резултати, съответно от Cui-Wang in J. Korean Math. Soc. (2015), Cui-Yin in Algebra Colloq. (2018) и Cui-Danchev in J. Algebra Appl. (2020).

[15] P. V. Danchev, *A symmetric generalization of π -regular rings*, Ric. Mat. (1) **73** (2024).

РЕЗЮМЕ: Изследвани са някои нетривиални обобщения на класическите регуларни и π -регуларни пръстени. Получени са окончателни резултати в характеризирането на т.н. „регуларни нил-чисти пръстени“ и е направена връзка с добре известните „нил-чисти“ пръстени, въведени от американския математик Джеймс Дизел през 2013г.