



ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
СЕКЦИЯ „ОБРАЗОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА“

Румяна Григорова Несторова

**РАЗШИРЯВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКАТА КОМПЕТЕНТНОСТ НА
УЧЕНИЦИТЕ ОТ 5. ДО 12. КЛАС В ЗИП И СИП**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация

за присъждане на образователна и научна степен **“Доктор”**

Област на висшето образование: 1. *Педагогически науки*

Професионално направление: 1.3. *Педагогика на обучението по ...*

Научна специалност: 05.07.03. *Методика на обучението по
математика*

Научни консултанти:

проф. дпн Сава Гроздев и доц. д-р Борислав Лазаров

София

2016 г.

Дисертацията се състои от увод, 4 глави, заключение, литература и приложения. Основният текст е изложен на 185 страници и съдържа 26 таблици и 52 фигури. Приложенията включват 15 публикувани статии, 3 образеца на анкетни карти за учител и ученик, 183 попълнени анкетни карти от участниците в експеримента (ученици-172 броя, учители-11 броя) и снимков материал от експерименталното обучение.

Състав на научното жури:

Проф. дпн Сава Иванов Гроздев – ИМИ-БАН

Проф. дпн Йордан Борисов Табов – ИМИ-БАН

Проф. д-р Иван Костадинов Тонов – СУ „Св.Климент Охридски“

Проф. д-р Васил Борисов Милушев – ПУ „Паисий Хилендарски“

Проф. д-р Здравко Вутов Лалчев – СУ „Св.Климент Охридски“

Резерви:

Проф. д-р Кирил Георгиев Банков – ИМИ – БАН

Проф. д-р Маргарита Генова Върбанова – ВТУ „Св.св.Кирил и Методий“

Дисертационният труд е обсъден и насочен за публична защита от разширен катедрен съвет на секция „Образование по математика и информатика“ при ИМИ към БАН, състоял се на 10.06.2016 г..

Публичната защита ще се състои на открито заседание на научното жури на.....отчаса в зала №.....на ИМИ към БАН (София, ул. „Акад. Г. Бончев“, бл. 8).

Материалите по защитата са на разположение на заинтересованите лица в библиотеката на ИМИ към БАН.

ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Увод

Настоящото дисертационно изследване систематизира резултатите от дейността ми, насочена към мотивиране на учениците да изявяват и развиват математическите си способности чрез разкриване на мястото и ролята на математическите знания в системата от общочовешки знания, както и тясната им връзка с живота и практиката. Създаването на познавателен интерес у учениците е предпоставка за високи постижения в учебния процес и това определя ролята на учителите в задачата им да „мотивират ученическите търсения при решаването на проблеми“ и превръщането на тези търсения „в привлекателна практика за стимулиране на познавателната дейност“ (Grozdev, 2007). Изборът на проблематиката е предопределен от дългогодишната ми работа като учител и експерт по математика по въпроси, свързани с ефективността на учебно-възпитателната работа в зависимост от използваните принципи, методи, похвати и средства на обучение и възпитание и подходи в организацията на дейността на учащите се. Дисертационният труд съдържа разработени в популярна и достъпна форма **математически теми и идеи** за задължително избираема подготовка (ЗИП) и свободно избираема подготовка (СИП) в прогимназиален и гимназиален етап с цел допълване и разширяване на изучаваното учебно съдържание (УС) от училищния курс по математика, изследвано е и приложението им. Методическите разработки не дублират съдържателно теми от използваните в обучението учебници, учебни пособия и допълнителна учебно-помощна литература по предмета. Основна трудност при разработването на темите е поставянето и решаването на новите математически проблеми с използването на знания и умения от зоната на актуалното развитие (ЗАР) или зоната на близкото развитие (ЗБР) на учениците (Vygotsky, 1978). Резултатите представляват интерес за учителите по математика от прогимназиален и гимназиален етап, осъществяващи обучение по предмета в различните форми на подготовка и извънкласните дейности.

В много държави съвременните реформи в образованието са предизвикани от необходимостта от постигане на по-голямо съответствие на учебните програми с подхода за **ключовите компетенции** (EACEA, 2012; с.19).

Европейската квалификационна рамка (ЕКФ) за обучение през целия живот, създадена по препоръка на Европейския парламент и на Съвета от 23 април 2008 г.,

описва **съдържанието на резултатите от обучението от гледна точка на знания, умения и компетенции** (EACEA, 2012; с.19).

Широко разпространена практика в европейските образователни системи е въвеждането на национални стандартизирани тестове и изпити за учениците, изготвени от централните образователни органи, като оценяването обхваща степента на усвояване на учебния материал, както и **способностите на учениците да прилагат собствените знания и умения по математика в реални житейски ситуации** (EACEA, 2012; с.28).

Според проучванията, постиженията на даден ученик могат да се прогнозира в зависимост от **степента на увереност в собствените способности** (Pajares & Miller, 1994; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Graham, 1999).

Последните данни от Международното проучване на тенденциите в обучението по математика и природни науки (TIMSS, 2007) показват, че методите за преподаване трябва да бъдат насочени към **преодоляване на представата, че математиката и природните науки са сложни, абстрактни и несвързани с реалния живот**. Според данните от някои национални изследвания за учебното съдържание и уменията, затрудняващи учениците, като най-проблемни области се посочват математическият изказ, решаването на задачи и **разбирането на ролята на математиката в даден контекст** (EACEA/Евридика 2011с, с. 83). Ето защо се препоръчва преподаването на математиката да осигурява информация и възможности на учениците за **приложения на придобитите в училище знания в реални ситуации от практиката или в изследователски дейности, т.е. извън контекста на формирането им** (Лазаров, 2014).

Европейският съюз (ЕС) идентифицира нарастващите потребности от умения в областта на науката, технологиите, инженеринга и **математиката** (т.н. STEM - умения), както и липсата на **ключови компетентности** - една от основните пречки за икономическия растеж. Ето защо националните политики на европейските страни са насочени към повишаване интереса и мотивацията на учениците за изучаване на математика, природни науки и технологии (МНТ); намаляване дела на учащите без развити основни умения и подобряване на постиженията им в тази област; повишаване интереса към специалности и професии, свързани с МНТ, насърчаване и насочване към по-нататъшно образование и кариера в тази област; повишаване броя на младите специалисти, завършващи образованието си в областта на МНТ (EACEA, 2012; с.11). В

изпълнение на стратегията „Европа 2020“ (ЕК, 2010) относно ролята на образованието и обучението, са очертани насоки пред образователните институции за удовлетворяване на тези потребности и по-ефективно формиране на знания, умения, ценности и нагласи, определящи успешната бъдеща реализация на учениците.

Казаното дотук обуславя избора на проблематиката и се надявам дисертационният труд да допринесе за развитие на ключовата математическа компетентност, усъвършенстване на способностите на учениците да прилагат придобитите знания и умения по математика в реални житейски ситуации и повишаване на степента им на увереност в собствените способности.

Изследователска теза

Прилагането и популяризирането на подходящи обучаващи педагогически практики в ЗИП и СИП, създадени в помощ на учителите по математика, е необходимо условие за оптимизиране на възможностите и дейностите в процеса на обучението, допринасящи за натрупване на интелектуален математически потенциал, трайно положително въздействие върху обучаваните ученици от 5. до 12. клас и развитие на ключовата математическа компетентност.

Цел на дисертационния труд

Да се разработи цялостна обучаваща педагогическа система, включваща теоретична и приложна част, ръководства за практическо приложение и методически указания, за разширяване на математическата компетентност на учениците от 5. до 12. клас в ЗИП и СИП и да се изследва приложимостта ѝ.

Основни задачи на дисертационния труд

- Изследване на проблемната област. Анализ на състоянието на проблема в обществено-политически, научно-теоретичен и практически аспект. Формиране на изходна концепция, която да се базира на съвременните постижения в психолого-педагогическата и дидактическата теория.
- Разработване на обучаваща педагогическа система за развитие на математическата компетентност на учениците от 5. до 12. клас в училищно образование чрез обучението в ЗИП и СИП и методически инструментариум за приложението ѝ.
- Приложение на създадената обучаващата педагогическа система за разширяване на математическата компетентност в ЗИП/ПП и СИП с цел проверка на ефективността ѝ.

- Анализирани на резултатите от педагогическия експеримент, формулиране на изводи и мултиплициране на положителните резултати от изследването в педагогическата практика.

Хипотеза на изследването

Разработената обучаваща педагогическа система за развитие на математическата компетентност и изследователските (творческите) възможности на учениците от 5. до 12. клас в ЗИП и СИП допринася за разширяване на математическите познания на учениците, подобряване на постиженията и уменията им за тяхното приложение, повишаване на интереса и нивото на тяхната мотивация за изучаване на предмета математика, ако целите, съдържанието, методите и средствата на обучение се организират съгласно методическите насоки и указания.

Предмет на изследването е процесът на разработване и прилагане на създадената от автора обучаваща педагогическа система за развитие на математическата компетентност на учениците от 5. до 12. клас и изследването на ефективността от приложението ѝ в ЗИП и СИП.

Обект на изследването са ученици от профилирани „Природоматематически“ паралелки, паралелки с разширено изучаване на математика в ЗИП и/или СИП, непрофилирани и/или професионални паралелки, както и ученици - участници в групи по Националната програма «С грижа за всеки ученик» - Модул «Осигуряване на обучение на талантили ученици за участие в ученическите олимпиади» и/или по проект УСПЕХ (Училище за Себеутвърждаване и Подготовка към Европейски Хоризонти).

Методологията, използвана в дисертационния труд, произтича от неговите характеристики – цел, обект, предмет и задачи.

За постигане на целта и проверка на работната хипотеза са използвани следните **методи на изследване**:

- обзор и анализ на научна литература с цел систематизиране на информацията, кореспондираща с дисертационния проблем и изграждане на теоретичната основа на изследването;
- методи на научното познание: наблюдение, сравнение, анализиране, синтезиране, обобщаване и др.;

- методи за събиране на доказателствен материал: дидактически експеримент, беседа, анкета, наблюдение, анкетен анализ;
- математико-статистически методи за обработка на резултатите от изследването, теоретичен анализ и синтез.

ОСНОВНО СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИЯТА

Дисертационният труд се състои от увод, четири глави, заключение, литература и приложения. В увода са представени мотивите за разработването на проблема, актуалността му и концепцията на изследването. Приложенията са обособени в отделна част.

Глава 1 има теоретичен характер – в нея е изследван проблемът в обществено-политически аспект, анализирани са научно-теоретичните постановки на проблема и съществуващите концепции, обосновани са актуалността на тематиката и практическата стойност на разработката.

В § 1.1 се изясняват социално-икономическите и обществено-политическите измерения на проблема.

В изпълнение на основната цел на Европейската референтна рамка са дефинирани в две категории осем **равнопоставени ключови компетенции**, които **представляват** комбинация от знания, умения и нагласи и са от решаващо значение за личностната реализация, активното участие в гражданското общество, социалното приобщаване и пригодността за трудова заетост (ЕАСЕА, 2012; с.7-8). През последните години понятието за ключовите компетенции, които се очаква да бъдат формирани в края на задължителното образование, придоби популярност в европейските образователни системи. В този параграф са приведени примери за някои национални стратегии, насочени към развитието на една или повече **ключови компетенции и към математиката и природните науки** (ЕАСЕА, 2012; с.15-16).

Европеизирането на българското образование и обучение с цел адаптирането му към икономика на знанието и потребностите на съвременното общество е основен държавен приоритет. Управлението и организацията на образователната система се основават на прилагането на интегриран и системен подход, осигуряващ взаимна свързаност, съгласуваност на основните компоненти и актуализирането им в съответствие със стратегия „Европа 2020“ (ЕК, 2010) и с Национална програма за

развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006 – 2015 г. (МОН, 2006). Основна цел на средното образование в условията на новата информационна епоха, динамичните промени, глобализацията се свят и в отговор на препоръките и политиките на Европейския съюз за хармонизирането на образователната ни система с европейските измерения, е развитието на умения за работа с постоянно променяща се информация, усвояване на **методи на учене** и **ключови компетенции**, насърчаване към обучение през целия живот.

В отговор на очакванията към българското училищно образование и преосмисляне на философията му, основна задача на българския учител е да формира у учениците не просто знания и умения, а ключови компетентности, ориентирани към личностно развитие на ученика през целия му живот. Мисията на учителя по математика за формирането и изграждането на математическата компетентност е отговорна, трудна и амбициозна задача, а постигането ѝ - продължителен процес. Това обуславя актуалността на темата и желанието на автора на дисертационния труд да подпомогне учителите по математика в изпълнението на задачите и целите на провежданата в българската образователна система реформа в тази насока.

В § 1.2 се изясняват и изграждат научно-теоретичните основи на изследвания проблем.

В точка 1.2.1. са анализирани различните определения на понятията *компетенция* и *компетентност* и особеностите на тяхното използване в контекста на ученето и развитието.

Понятията *компетенция* (competency) и *компетентност* (competence) се използват в много контексти и с различни значения, а понякога се използват и като синоними, въпреки че в семантиката им съществува различие. В някои изследвания и анализи термините *компетенции* и *умения* се използват като синоними. Според „Съвременен тълковен речник на българския език“ (Буров и колектив, 1995) думата „компетенция“ означава в по-общ смисъл „знания, осведоменост в някоя област“.

Различните автори признават необходимостта от ясна дефиниция на понятието компетенция, свързвайки го най-вече с изисквания за работа и образование и затова те по-скоро използват термина *професионална компетенция*, а също така определят *общите компетенции*, характерни за повечето професии.

Опитите за разработване на обща терминология не са имали особен успех, но се налагат *три доминиращи подхода* (Delamare Le Deist, 2005).

Направен е кратък обзор на **поведенческия** подход (типичен за Съединените щати), **функционалния** подход (типичен за Англия) и **многомерния цялостен** подход (типичен за Франция, Германия и Австрия).

Направеният обзор показва как постепенно се стига до извода, че моделът на компетентността **не е едномерна, а многомерна структура**. Теоретиците достигат и до извода, че компоненти на **модела на компетентността** са знанията, уменията и поведението, осъзнавайки естеството на взаимодействието на знанията, уменията и социалните компетенции, които са от ключово значение за изпълнението на професионалните дейности. Компетентностите, необходими за ефективна работа, включват **концептуални** (когнитивни, знания и разбиране) и **оперативни** (функционални, психомоторни и приложни умения) компетентности. Компетентностите, свързани с **индивидуалното изпълнение**, също така включват **концептуални** (мета - компетентности, включително „умения за учене“) и **оперативни** (социални, включително поведението и нагласите) компетентности. Връзките между тези четири измерения на компетентността са показани на фиг. 2 (Delamare Le Deist, 2005):



Фиг. 2. Типология на компетентност

Първите три измерения: когнитивни (знанието и разбирането), функционални (уменията) и социални компетентности (поведението и нагласите) са универсални и съвместими с разбирането в учителската професия на компетентността като знания, умения и нагласи. Мета - компетентността се различава от първите три измерения и служи за улесняване придобиването на другите умения.

На фиг. 3 е представен модел на компетентността във формата на тетраедър, който отразява единството и сложността на разделението ѝ в практиката на

познавателни, функционални и социални измерения. Тетраедърът съчетава елементите от измерването на компетентностите в различни пропорции. Когнитивните, функционалните и социалните компетентности са разположени в основата, а мета-компетентността – във върха на структурата, тъй като тя улеснява придобиването на останалите (Delamare Le Deist, 2005):



Фиг. 3. Цялостен модел на компетентност

Всеки от трите доминиращи подходи има своите специфични особености. Многомерният цялостен подход (Multidimensional) към компетентността е най-разпространен. Този подход предлага повече възможности за синхронизация на учебния процес с изискванията, както и на взаимодействието между формалното образование и професионалното обучение и професионалната компетентност. Има признаци на сближаване в националните подходи към понятието компетентност не само в Европа, но също така и между европейските и американските модели. Мултивариантният подход разглежда глобално термина компетентност с цел идентифициране на **комбинации/категории от компетентности**, необходими за специфични операции и гарантиране на мобилността на работната сила.

В образованието съществува йерархия на компетенциите според Хуторской (2002), тъй като някои от тях са по-обща или по-значими от други и той извежда три нива на компетенции: *ключови; общопредметни и предметни*.

Според Зимняя (2004) под **компетенция** трябва да се разбира понятие, което определя образователните изисквания към индивида - знания, умения и способности, а **компетентността** е следствие от овладените компетенции, т. е. придобито личностно качество. В този смисъл е разглеждането на **компетенцията** от Хуторской (2005) като отчуждено, предварително зададено социално изискване към образователната подготовка на ученика, необходима за неговата ефективна продуктивна дейност в определена сфера. Борытко (2007) приема, че **компетенцията** е предварително

зададено изискване към образователната подготовка на обучаемия, характеристика на неговата професионална роля, а **компетентността** е мярката за съответствие с това изискване, степента на усвояване на компетенцията, личностна характеристика на човека.

Тъй като някои изследователи разглеждат компетентността като универсален признак от типа на грамотност, в точка **1.2.2.** е разгледана концепцията на международното изследване PISA за математическата грамотност.

Основен елемент в концепцията на международното изследване PISA е разбирането за **грамотността** като способността на учениците да използват и прилагат знания, умения и опит, придобити в училище, в ситуации от реалния живот (ЦКОКО, 2011; с.7), т.е. поставянето на знанията във функционална среда.

Както знаем, акцент от програмата PISA 2003 и PISA 2012 е **математическата грамотност**. Ето защо PISA има голям принос към изясняване на съвременния смисъл на понятието „математическа грамотност“. В тази точка са представени отличителните характеристики на **математическата грамотност** според PISA и начините за определянето и оценяването ѝ в контекста на математическото съдържание, математическите компетентности, измерваните когнитивни/познавателни процеси.

В областта на математиката PISA оценява уменията на учениците да **формулират, използват и тълкуват** математически проблеми в многообразие от ситуации (ЦКОКУО, 2011; с.7). На фиг. 4 е представено схематично онагледяване на елементите на математическата грамотност според концепцията на PISA (ЦКОКУО, 2011; с.7):



Фиг. 4. Елементи на математическата грамотност

В точка **1.2.3** е обобщена таблично **концептуалната рамка за оценяване на математическата грамотност в PISA.**

PISA оценява знанията и уменията на учениците по математика чрез шестстепенна ска̀ла, която се използва във всички етапи на изследването с цел сравняване постиженията на учениците и анализирани тенденциите и промените през определени периоди от време (ЦКОКО, 2010; с.50). В тази точка таблично са систематизирани знанията и уменията по математика, които притежават учениците според резултатите им и съответните равнища от обобщената ска̀ла (ЦКОКУО, 2011; с.9-10). В таблица са обобщени математическите компетентности и математическото съдържание, необходими за решаването на задачите, базирани на ситуации, в зависимост от степента им на трудност (ЕОСД, 2009 & ЦКОКУО, 2011).

В точка **1.2.4.** е направен кратък анализ на обучителни практики и аспектите на прилаганите практики за обучение и оценяване на математическите компетентности в българското училище. Математическата компетентност е заложена в ДОО и УП по математика в нашето училище като очаквани резултати по теми и на ниво УП и като знания, умения и отношения в края на начален, прогимназиален и гимназиален етап. Това от своя страна е предпоставка за формирането на педагогически практики, които поставят получаването и оценяването на математическите знания във функционална среда (ЦКОКУО, 2011; с.37).

Обичайните практики в обучението и оценяването по математика у нас са свързани най-вече с овладяване на математическо съдържание и отработване на умения за решаване на „чисто математически задачи“. Резултатите от проведените оценявания в PISA показват, че учениците не са достатъчно добре подготвени, за да се реализират в живота и конкурентна среда. От тази гледна точка е важно да се преориентират традиционните практики на обучение и оценяване в училищното образование у нас и да се адаптират към съвременните разбирания за математически грамотен човек.

През последните години в провежданите национални оценявания на постиженията на учениците вече се използва инструментариум, близък до този на съвременните международни изследвания. Концептуалната рамка на проведените изследвания от ЦКОКУО е сходна на концепцията на PISA. Като пример е разгледано изследването на ЦКОКУО „Математическа грамотност на учениците от 5./ 6. клас с акцент върху числовата и комуникативната грамотност“ (Банков & Христова, 2012). Освен практиките в оценяването се осъвременяват и преподавателските подходи.

Посочени са примери на добри наши и европейски практики в образованието по математика, насочени към формиране на ключовата математическа компетентност, популяризирани чрез методически и педагогически издания, списания и форуми.

В точка **1.2.5** е разгледана концепция за разширяване обхвата на понятието математическа ключова компетентност и изграждане на компетентност от синтетичен тип чрез прилагане на индивидуален подход в обучението на талантиливи ученици.

В тази точка на базата на дефинициите и постановките на ЕК за **ключовите компетентности** е представена обоснованата идея на Лазаров (2010) за **разширяване обема** на понятието математическа компетентност. Разгледани са тези и становища за индивидуалния подход в обучението по математика на талантиливи ученици като начин за **разширяване на обхвата** на понятието математическа компетентност и изграждане на **компетентност от синтетичен тип** (Lazarov, 2013).

В **§ 1.3** се изяснява значението на дисертационния труд за педагогическата практика.

Общозвестен факт е, че няма утвърдени от МОН учебни програми за ЗИП и СИП по математика от 5. до 12. клас и учителите разработват тези УП по аналог на утвърдените от МОН учебни програми за ЗП от 5. до 12.клас и ПП от 9. до 12.клас в зависимост от конкретните условия. За постигане целите на тези УП за ЗИП и СИП в хода на ОВП по преценка на учителите по математика се използват различни учебници, учебни помагала и допълнителна учебно-помощна литература по предмета. По аналогичен начин учителите по математика планират и обучението по предмета в различните форми на извънкласни дейности, в това число и дейностите по национални програми и проекти. Следователно реалната учебна практика се нуждае от подходящи педагогически модели на обучение и настоящата дисертация е опит да се подпомогнат усилията на учителите по математика от прогимназиален и гимназиален етап за развитие на математическата компетентност на учениците чрез обучението в ЗИП, СИП и извънкласните форми на работа. Това обуславя практическата стойност и полезност на осъщественото педагогическо изследване.

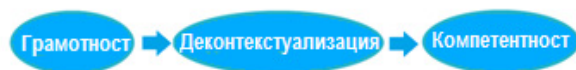
В **§ 1.4** са формулирани изводи и направени уточнения за използваната терминология в контекста на разглеждания проблем.

Цитирани са следните текстове от новия ЗПУО и основните нормативни документи в средното образование, които показват, че компетентностният подход в България вече не е само стратегия, а факт:

- чл. 77, ал.1; чл. 69, ал.1; чл.75, ал.1; чл.212, ал.1 на ЗПУО (МОН, 2015 а);
- чл.2 и чл. 3 на действащата до 07.12.2015 г. Наредба № 2 от 18.05.2000 г. за УС и приложенията към нея (МОН, 2000);
- чл.2, ал.1 и ал.2; чл. 3, ал. 2, т.3; чл.6, ал.1 на новата Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка (МОН, 2015);
- новите учебните програми по математика за 5., 6. и 8. клас (МОН, 2015b; МОН, 2016).

В резултат на обстояния теоретичен обзор са направени следните уточнения:

- 1) В контекста на разглеждания проблем, **под компетенция ще разбираме понятие, което определя образователните изисквания към индивида, а компетентността ще разглеждаме като следствие от овладените компетенции, т. е. като придобито личностно качество** (Зимняя, 2004).
- 2) Моделът на компетентностите е **многомерна, но интегрална структура от знания, умения и отношения (*knowledge, skills and attitude*)**. В настоящия труд ще разглеждаме математическата компетентност като съвкупност от придобити знания, умения и отношения. Това виждане е съвместимо, както с разбирането в учителската професия на компетентността като знания, умения и нагласи, така и с действащите основни нормативни документи в средното образование – ЗПУО, новите учебни програми и Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка, която конкретизира и очакваната математическа компетентност по етапи (МОН, 2015).
- 3) **Деконтекстуализацията** е пренос на знания и умения в нетривиална среда с нов контекст, обусловена е от възрастовите особености и грамотността на обучаемите. В контекста на разглеждания проблем ще разграничаваме понятията грамотност и компетентност, като приемем, че необходимите етапи в обучението по математика са **грамотност – деконтекстуализация – компетентност** (Фиг. 5):



Фиг. 5. Етапи в обучението по математика

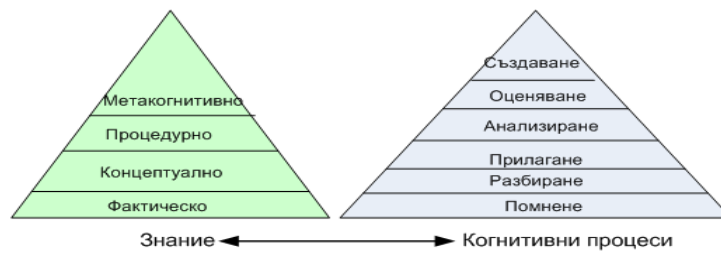
В настоящето изследване се споделя и прилага разбирането за индивидуалния подход в обучението по математика на талантиви ученици като платформа за **деконтекстуализация** и начин за **разширяване на обхвата** на понятието математическа компетентност и изграждане на **компетентност от синтетичен тип** (Лазаров, 2014).

Глава 2 има теоретичен характер и в нея се изясняват педагогическите, психологическите и дидактическите измерения на проблема.

В § 2.1 са асоциирани целите на експерименталното обучение към теорията на педагогическите таксономии.

Както вече уточнихме, съвременните педагогически цели са тясно свързани с ключовите компетентности, които трябва да притежават хората на XXI век. Изяснена е ролята на педагогическите таксономии, които определят, систематизират и структурират целите на обучението по категории и йерархични нива така, че реализацията им да води до мислене от по-високо ниво (Туджаров, 2009). Визуализирани са областите на педагогическите таксономии: когнитивна (познавателна), афективна (емоционално-ценностна) и психомоторна.

Основна задача на педагогическия експеримент е разширяването на математическата компетентност, т.е. формирането на интелектуални умения, което е предмет на таксономията на Блум (Bloom, 1956). Тя е надежден инструмент за планиране на целите в **когнитивната област** на всяко педагогическо обучение и оценка на резултатите от него, както и при експериментална проверка на нов учебен материал. Ето защо в точка 2.1.1. е пояснена и илюстрирана класификацията на Блум за интелектуалното поведение по категории. Таблично са представени обобщена информация за когнитивни процеси и видовете знания, използвани при решаване на проблеми в уточнената таксономия на Блум. Графично са онагледени възможните взаимодействия на видовете знания с различните нива на когнитивния процес, водещи до сложни и разнообразни дейности в обучението (фиг. 8):



Фиг. 8. Взаимодействия според уточнената таксономия на Блум

Подчертана е целта на изследването да подпомогне учениците по време на обучението да достигнат най-високите нива в когнитивната област по класификацията на Блум, като се изисква от тях не само да възпроизведат заучени знания или да комбинират усвоени умения, а творчески и критично да ги прилагат в ситуации с различен контекст.

Според американският психолог Кратуол и неговите съмишленици (Kratwohl et al., 1964), създатели на втората част на таксономията в **афективната област**, всяко обучение трябва да развива не само интелекта и мисленето, но и чувствата, нагласите и ценностните системи. В точка **2.1.2.** са пояснени и илюстрирани категориите в таксономията на Кратуол (фиг. 9), таблично е обобщена информация за значението на тези категории и техните подкатегории:



Фиг. 9. Категории в афективната таксономия на Кратуол

В педагогическото изследване е взета под внимание класификацията в емоционалната област, тъй като:

- Успешното прилагане на идеите за развитие на математическата компетентност чрез обучението в ЗИП и СИП зависи от мотивацията на обучаемите за възприемане на нови математически идеи и методи, както и от личната убеденост на автора в полезността на разработките.
- Настоящият труд има не само образователни, но и възпитателни цели и задачи, включващи както формирането на знания, умения и качества, така и на интерес към предмета и мотивация за активни учебни прояви на обучаемия.

- Използваният инструментариум за оценяване на резултатите от педагогическия експеримент е насочен към емоционално-ценностната нагласа на обучаемите и техните учители (Приложения № 16, № 17.1 и № 17.2).

В точка **2.1.3.** накратко е пояснена **психомоторната таксономия** на Кенет Мур, към която се отнася сравнително малка част от целите на обучение и в която са определени три равнища: подражание, сръчност и точност. При провеждането на педагогическия експеримент се отчита, че създаването на компетентности се базира на имитацията и в този смисъл методологията на обучение трябва да се явява пример за подражание.

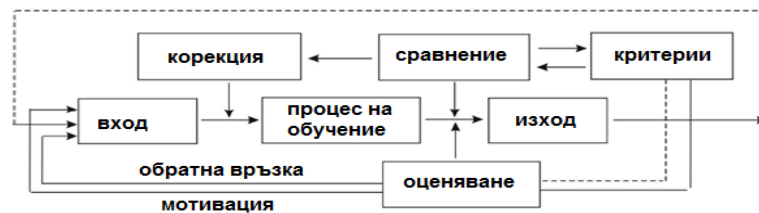
В § **2.2** са представени в най-общ смисъл понятията учебна дейност, процес и стилове на учене.

Процесът на учене на всеки човек е описан от Abbott (1994) като такава рефлексивна дейност, която позволява на учещия да се позове на опита си, за да разбере и прецени настоящето, така че да оформи бъдещите си действия и да формулира ново знание (Стефанова, 2012; с.16). Honey and Mumford (1982) са изградили типология на стиловете на учене (съответно активист, рефлектор, теоретик, прагматик), свързани с различните индивидуални предпочитания за различните етапи (Mobbs, 2003). Според Фридман (1998), когато ученето се осъществява в процес на дейност, пряко и непосредствено насочена към овладяване на знания и умения, налице е целенасочена учебна дейност (Скафа & Милушев, 2009; с.21).

В § **2.3** са формулирани теоретични постановки за методите на учене и подходите на обучение и е конкретизирано използването им в контекста на изследването. Графично е представена схема за дидактическите понятия подход, метод и похват, използвани в обучението, според Ганчев (1996). Формирането на всяко ново знание и умение е свързано с формиране на нова устойчива мозъчна структура в съзнанието на ученика или с преобразуване на вече създадена такава, което е невъзможно без активното участие на обучаемия. Подчертано е общото в концепциите за процеса на обучението - разглеждането на обучаемия като **активен субект в процеса на учене**, независимо от това какви са конкретните стилове на учене. При осъществяването на експерименталното обучение са използвани традиционните **методи** беседа и самостоятелна работа на учениците и **подходите**: обяснително – илюстративен, евристичен и изследователски.

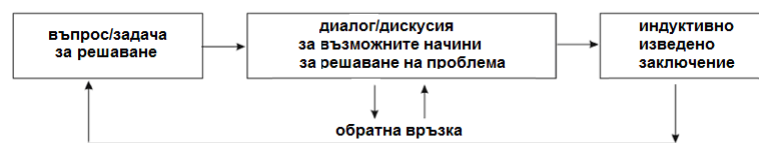
В § 2.4 са разгледани елементи от някои теории за учене и обучение, които имат пряко отношение към изясняването на дидактическите основи на педагогическия експеримент. В преподавателската дейност, която е и социална дейност, се разработват и използват различни технологии, наречени дидактически технологии. В най-общ смисъл дидактическата технология е система от последователни, взаимосвързани дейности за ефективно изпълнение на съответната преподавателска дейност (Ганчев и колектив, 1998).

Съвременните дидактически подходи, прилагани в обучението, са силно повлияни от някои кибернетични модели за управление на системи и на фиг. 11 е представена структурата на един от първите такива модели - моделът на Ходж (Hodge,1970):



Фиг. 11. Структура на модела на Ходж

Дидактическият модел, утвърдил се в преподаването и усъвършенстван впоследствие, е т.н. Сократов модел или метод на оборването, чиято структура е илюстрирана на фиг. 12:



Фиг. 12. Структура на модела на Сократ

Разгледана е тезата, че стилът на общуване на Сократ е по-ефективен, когато се прилага за напреднали ученици в комбинация с индивидуалния подход, потвърдена експериментално от Лазаров (2012). Направена е съпоставка между кибернетичния подход и дидактическият подход на Сократ и са посочени съществените различия между тях, породени от естеството на обучаемия и естеството на взаимодействие между основните фигури в обучението.

С цел изясняване на дидактическите основи на проблематиката в § 2.5 е разгледана теорията за **траекторията на познанието в обучението по математика**, разработена от Ганчев (1996), за да опише процеса на образование като управляем

обект. Траекторията на познанието в образователния процес е илюстрирана с крива, която свързва първоначалните познавателни способности T_0 на учащия с образователната цел G за определен период. Ученикът "се движи" по тази траектория с усвояването на учебния материал в необходимата степен или по траектория, близка до нея. За правилно насочено образование Ганчев изброява система от шест основни стъпки, които трябва да се следват по време на уроците по математика, за да се гарантира правилното направление на процеса на преподаване и учене (Ганчев и колектив, 1996). Системата се отнася до констатациите на Виготски за зоните на актуалното и близкото развитие (Vigotski, 1978) и следва правилото: всяка образователна дейност не трябва да напуска зоната на близкото развитие на ученика. Графично са показани случаи на несъответствие между желания процес на обучение и практиката, дадени от Ганчев. При провеждането на експеримента са приложени творчески и пречупени през призмата на педагогическото изследване основните етапи в обучителните дейности:

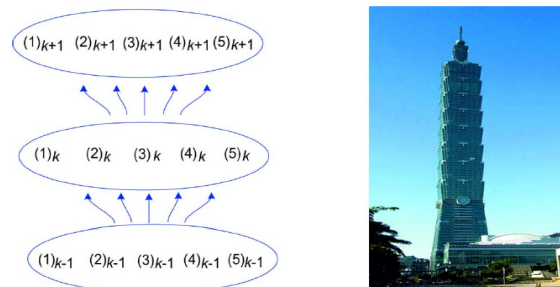
1. Подготовка на вътрешните условия за усвояване на новите знания и умения.
2. Въвеждане на новите математически понятия.
3. Изучаване на новите понятия чрез теореми и приложни задачи.
4. Опериране с понятията, определенията и теоремите.
5. Поддържане и задълбочаване на усвоените знания и умения.
6. Проверка на усвоените знания и умения в експерименталното обучение.

С цел изясняване на дидактическите основи на проблематиката в § 2.6 е разгледана теорията за **индивидуалната образователна траектория в обучението по математика**, разработена от Лазаров (2012, 2013). Развитието на глобалната образователна среда позволява организиране на математическото образование много по-близо до индивидуалните особености на обучаемия. Удобно тълкуване на траекторията на познанието за описване на индивидуалния подход е индивидуалната образователна траектория. Под индивидуална образователна траектория (ИОТ) се разбира организационна рамка и план за реализация на средносрочен образователен процес, който е в съответствие с индивидуалните особености на учащия и предоставя възможности за оптималното развитие на неговия творчески потенциал (Лазаров, 2012). Проектирането и изпълнението на ИОТ е сложен процес, който включва следните компоненти:

1. Създаване на индивидуална информационна среда.
2. Индивидуализация на дидактическите средства и избор на изследователски способности съобразно индивидуалните особености и потребности на обучаемия.
3. Индивидуализация на образователните цели, включително и гъвкав подход за постигането им.
4. Индивидуализация на обучителните темпове и изследователската дейност.
5. Търсене на синергетичен ефект, като се вземат предвид индивидуалните рефлексивни способности и склонността за самоорганизация на обучаемия.

Процесът на изграждане на ИОТ е повтаряща се стъпка по стъпка процедура и предполага актуализирането на всеки от изброените компоненти в съответствие с междинните постижения на ученика. Разработването на целия процес е в две посоки, условно наречени вертикална и хоризонтална.

В точка **2.6.1.** е разгледана и графично илюстрирана на фиг. 14 итеративната структура на вертикалното движение по ИОТ, която се асоциира с архитектурата на небостъргача Тайпе 101, поради което моделът е наречен ДМТ (Didactic Model Taipei):



Фиг. 14. Итеративна вертикална структура на ИОТ и небостъргачът Тайпе 101

Моделът ДМТ позволява да се превърне образованието в управляем процес от гъвкав тип. Гъвкавостта на архитектурата във вертикална посока е гарантирана от преразглеждането на компонентите (1) - (5) за всяка итерация.

В точка **2.6.2.** са разгледани основни понятия, свързани с хоризонталното движение в структурата на ДМТ, водещо до допълнителна гъвкавост на модела. Хоризонталното преместване в структурата на ДМТ се изяснява с 4-тата компонента от описанието на k -тата итерация, тъй като ученикът напредва към целта по специфичен за него начин, който варира в резултат от развитието на неговите знания, умения и компетентности. Всеки отделен ученик действа в локална поведенческа среда LBE (*local behavioral environment*), която има сложна социално-икономическа и културна

структура. Понятието учене и творческа активност LCI (*learning and creativity interface*) се разглежда като триада на образователния контекст EC (*educational context*), Сократовия стил на взаимодействие между учителя и ученика SS (*Socratic style*) и образователните ресурси ER (*educational resources*). EC е пречупването на образователната цел съобразно набора от сигнали, които се изпращат от компонентите на LBE и въздействат на учебната образователна активност. SS описва учебния процес и комуникациите между ученика и учителя, свързани с образователната цел. ER включват дидактически и технически средства, източници на информация и т.н., прилагани по време на обучението и изследователските дейности. Трите съставки на триадата гарантират развитието в реално време на хоризонталното движение по ИОТ и от взаимодействието им зависи моментният статус на образователния процес. Архитектурата на хоризонталното движение в ИОТ е илюстрирана на фиг. 15:



Фиг 15. Архитектура на хоризонталното движение в ИОТ

В схемата е включена и познатата триада от знания, умения и компетентности KSC (*knowledge, skills and competences*).

В точка **2.6.3.** са изяснени следните **помощни дидактически модели** - модификации на общия спомагателен модел за хоризонталното движение при изграждането на ИОТ в зависимост от ролята на преподавателя, образователния контекст и личната поведенческа среда в отделните етапи от изграждане на ИОТ:

1. Контекстно-независим модел (context-independent model).
2. Контекстно-зависим модел (context-dependent model).
3. Причинно-следствен зависим модел (consequence dependent model).
4. Настойнически обучителен модел (tutorial teaching model).
5. Модел със забавена намеса (delayed intervention model).
6. Модел с ограничена помощ на учителя (restricted teacher's assistance).

На базата на разгледаните елементи от теорията за ИОТ в обучението по математика се обобщава, че учебният процес е специфичен и е необходимо да се отчитат индивидуалните особености на обучаемия. Различните помощни дидактически модели ни позволяват адекватна реакция във всеки отделен етап от изграждането на ИОТ. Всеки модел работи в конкретна реална ситуация. Практиката показва, че всеки опит да се прилагат строги правила в процеса на преподаване и учене намалява ефективността на обучението. Едно обучение от гъвкав тип дава по-добри резултати, но се нуждае от по-голям дидактически арсенал (Lazarov, 2013).

В § 2.7 са формулирани обобщени изводи относно разгледаните концепции за траекторията на познавателната способност и ИОТ и приложението им в изследването, споделени са индивидуални ученически постижения в изяви на различни нива - резултат от реализирано проектно-базирано обучение.

Пряко отношение към проведеното изследване има, както концепцията за траекторията на познавателната способност, разработена от Ганчев, така и концепцията на Лазаров за изграждането на ИОТ. Идеите на Ганчев, типични за масовото обучение по математика и насочени към покриване на образователни стандарти, в конкретния случай са приложени, за да се опише процесът на обучение в ЗИП и СИП по време на експеримента с всички ученици от целевите групи. Принципите на концепцията на Лазаров са следвани в индивидуалната работа с надарени и напреднали ученици по математика за проектиране и реализиране на ИОТ.

През уч. 2011/2012 г. в резултат индивидуалната работа с ученичката Теменужка Петрова от 7. клас на СОУ "Николай Катранов" - гр. Свищов, същата е класирана за участие в EUROMATH 2012 с проект на тема „Рационални методи за доказване на тъждества“ (Приложение № 3). Споделени са и резултатите от индивидуалната работа с ученичката Божидара Вутева от ПМГ "Академик Иван Ценов" - гр. Враца (понастоящем студентка по приложна математика във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“):

- участие в XI ученическа конференция на УЧИМИ с проект на тема *„Вписан и описан триъгълник. Произволно разположена окръжност в триъгълник и четириъгълник“*;
- участия в EUROMATH 2011 и XI ученическа секция на 40. конференция на СМБ с проект на тема *"Равнинните фигури арбелос и Архимедова окръжност"*;

- участия в XII ученическа конференция на УЧИМИ, EUROMATH 2012 и ученическата секция на 41. конференция на СМБ с проект на тема "*Симедиани и точка на Лемоан*".

В края на този параграф е обобщена информация за разработените от ученичката проекти под ръководството на автора.

Глава 3 се състои от три параграфа, има практико-приложен характер и по същество е методическата реализация на експеримента.

В § 3.1 са разгледани общи насоки относно компонентите на експерименталното обучение (организация, цели, задачи, съдържание, мотивация и методология).

Организация, цели и задачи

Уточнени са основните цели на образователната политика – равен достъп до образование и качествено образование, дефинирани в актовете на ЕС и в документите на ООН и произтичащите от тях задачи на училищното образование с оглед максимално развитие на потенциала на всеки ученик и възможност за пълноценна социална реализация. Тези цели и задачи са заложи в основния документ, на който се базира обучението по математика в България - Националните стандарти за УС и разработените въз основа на тях „Учебни програми“. Подчертана е ролята и отговорността на учителя в създаването на благоприятни условия и използването на резултатни методи и средства за успешно участие на учениците в ОВП. Новите методи и подходи, съчетани с обогатяване на тематиката (Лазаров, 2013), са адаптивни към предпочитаните от младите хора канали на информация. В този параграф са систематизирани *целите* на обучението по математика, *методическите и дидактически задачи*, които решава учителят за постигането им, *математическите качества и способности*, които той формира чрез УС. За всяка от темите на проведените експериментални обучения в ЗИП и СИП са определени ясно образователните цели, знанията за усвояване и уменията за формиране, методите и средствата за постигането им, очакваните резултати на ниво тема и на ниво учебна програма. Дейностите, характерни за познавателните равнища в структурата на учебната работа, са описани в таблица и е пояснено, че те са следвани в часовете за провеждане на пилотните експерименти.

Съдържание

Приложната част на настоящия труд включва практически ръководства в помощ на учителите по математика при използване на разработените от автора теми, методи и идеи за ЗИП/ПП, СИП и извънкласна работа по предмета с цел надграждане на математически компетентности на учениците от ЗП в прогимназиален и гимназиален етап на училищното образование, направени са пояснения за избора и възможностите на предложените тематика и методи.

Подчертана е ролята и мястото на задачите в обучението по математика за постигането на учебните, педагогическите и дидактическите цели, формирането на знания и умения и придобиване на математически компетентности. Систематизирани са функциите на задачите (*обучаваща, възпитаваща, развиваща, контролираща*), използваните критерии при подбора на задачите за решаване (да са достъпни; да предизвикват интерес/любопитство; да създават проблемност; да се дават в система/група- по трудност, по методи за решаване) и принципите, които учителят следва при решаването им. Пояснено е, че за всяка от темите за семинарно обучение е разработена система от подходящи дидактически задачи.

Мотивация и методология

Обоснована е необходимостта от познаване на особеностите в развитието на учениците и съответстващите на тази възраст потребности за проектиране и организиране на личностно-ориентиран образователен процес. Подчертана е ролята на мотивацията на учениците за качеството на придобитите знания, умения и навици и са посочени способности за създаване и поддържане на положителна мотивация при реализирането на експеримента. Подчертана е ролята на методите на обучение, практикувани от учителя и са посочени използваните методи и способности за активизиране на познавателната дейност на учениците. Успешният преподавател намира способности за поднасяне на новите знания, подкрепяйки тезата си чрез интересни демонстрационни материали с цел изграждане на логически връзки между преподаваните нови и стари знания, което спомага за по-доброто им запаметяване, практическо ориентирано обучение и успешно кариерно развитие (Гроздев & Кирилова, 2015). Подчертана е ролята на проблемните ситуации и използваните способности за възникването им, което е „пусков момент“ на мисленето според Поля. С цел достигане на най-високите нива в когнитивната област по време на експерименталните

обучения са следвани етапите в структурата на проблемното обучение, която е зададена схематично. Експериментът цели развитието на познавателните способности и математическите възможности на учениците в две направления - количествени изменения в обема на знанията и качествено развитие, свързано с промени в структурата на мисленето и неговата технология, паралелно с това се акцентува и върху естетизацията в обучението по математика.

Операционализацията на създадената обучаваща система е разгледана в § 3.2 и § 3.3.

В § 3.2 са разгледани характеристики и цели на обучението по математика в прогимназиален етап и са разработени практически ръководства за приложната част на изследването в този етап с необходимите методически насоки и указания.

Разработени са следните теми и идеи за ЗИП, СИП и извънкласна работа по предмета (Приложения от № 1 до № 7):

1. Доказване на някои неравенства с помощта на метода на математическата индукция.
2. Практически задачи за вместимост.
3. Рационални методи за доказване на твърдения.
4. Едно обобщение на теоремата на Питагор в извънкласната работа по математика.
5. Екстремални геометрични задачи.
6. Георг Фердинанд Лудвиг Филип Кантор.
7. 200 години от рождението на Жан-Виктор Понсле.

Разработените практически ръководства за провеждане на всяка от темите включват: резюме; образователно-възпитателни цели; методически насоки; дейности за всяко от познавателните равнища в структурата на урока; основни нови понятия; исторически бележки; междупредметни и вътрешнопредметни връзки; очаквани резултати по темата; образователни стандарти (асоцииране към УП по математика - таблица с колони: клас; ядро на УС; стандарт / ДОО за УС; очаквани резултати на ниво УП); измерване.

В § 3.3 са разгледани характеристики и цели на обучението по математика в гимназиален етап и са разработени практически ръководства за приложната част на изследването в този етап с необходимите методически насоки и указания.

Разработени са следните теми и идеи за ЗИП/ПП, СИП и извънкласна работа по предмета (Приложения от № 8 до № 14):

1. Жозеф Лиувил (1809-1882).
2. Едно приложение на мултипликативната индукция в съвременната аритметика.
3. Десет задачи от формули на Виет за корените на уравнения от III-та и по-висока степен.
4. Задачи за изчисления от окръжност.
5. Приложения на метода на координатите в геометрични задачи.
6. В помощ на учениците, подготвящи се за SAT II, изпит по математика.
7. Решаване на сравнения от първа степен с едно неизвестно и системи от такива сравнения с помощта на персонален компютър.

За всяка от темите е изготвено практическо ръководство за провеждане със структура, описана в § 3.2.

В глава 4 по същество е извършен анализ на резултатите от педагогическия експеримент.

В § 4.1 са систематизирани етапите на изследването и техните основни задачи.

Първи етап (18.11.2011 г.-2013г.)

По своята същност този етап е проучвателен и подготвителен със следните задачи:

1. Проучване на проблема в училищната практика и методиката на обучението по математика, формулиране и обосноваване на изходна концепция.
2. Подготовка и прецизиране на обучаваща педагогическа система за разширяване на математическата компетентност на учениците от 5. до 12. клас по подходяща тематика, допълваща УС, регламентирано от съвременните ДОИ по математика.
3. Подготовка на методически инструментариум в помощ на учителите по математика за осъществяването на педагогическия експеримент, по аналог на книгите за учителя (Колев и колектив & Бойваленков и колектив, 2001).
4. Възлагане на самостоятелни проекти на изявени ученици по подходящи теми в зависимост от изучаваното УС в съответния клас, индивидуалните интереси и възможности на учениците. Научно - методическо ръководство и консултиране на учениците относно подготовката и разработката на проектите, описани в § 2.7, гл. 2.

Втори етап (април 2014-декември 2014г.)

Планиране, организиране и провеждане на педагогическия експеримент с цел установяване на ефективността на разработената обучаваща система и изследване на влиянието ѝ върху подготовката и мотивацията на учениците:

1. Подготовка на анкетни карти за учители и ученици с цел проучване на мнението им относно отделните методически единици и влиянието на новите математически идеи и методи върху постиженията и мотивацията на учениците.
2. Организиране и провеждане на обучения в съответствие с методическия инструментариум - практическите ръководства за провеждане на разработените теми в часовете за ЗИП/ПП, СИП и различните видове извънкласни форми на работа.
3. Проучване на мнението на учители, които ръководят ЗИП/ПП, СИП и извънкласни форми на работа по математика, за педагогическата целесъобразност на подготвеното тематично съдържание и методическата му разработка.
4. Проучване на мнението на учениците, обучавани в ЗИП/ПП, СИП и извънкласни форми на работа по математика, за резултатите от проведеното обучение и отношението им към педагогическия експеримент.

Трети етап (април 2015 - декември 2015 г.)

Обработване на данните от педагогическото изследване, анализ на резултатите и оформяне на дисертационния труд.

В § 4.2 е обобщена информацията за участниците в изследването по целеви групи и формирането на извадка.

В педагогическото изследване са включени 172 ученици и 7 учители от 4 училища в 4 населени места(таблица № 13 и фиг. 17):

Табл. № 13 Училище	Населено място	Брой ученици	Брой учители
ПМГ“Академик Иван Ценов“	гр. Враца	109	4
СОУ“Св.Св.Кирил и Методий“	гр. Козлодуй	23	1
П„Св.Климент Охридски“	гр.Б.Слатина	15	1
ОУ“Никола Вапцаров“	с. Селановци	25	1



Фиг. 17

Таблично са обобщени данните за учителите (прогимназиални– 4, гимназиални-3) по ОКС, специалност, продължителност на учителския им стаж, ПКС. Уточнен е и броят на използваните от тях теми. С кръгови диаграми е онагледено разпределението на обхванатите ученици: по класове и етапи; по паралелки; според участието им в националната олимпиада и състезанията по математика на различни нива; в зависимост от това, в какъв учебен час според вида на подготовката са разгледани темите.

В § 4.3 е конкретизирана методиката на изследването.

Степента на реализирането на идеята на експеримента е установена чрез подчинено на целите на изследването анкетно проучване на мнението и отношението на участниците в целевите групи –ученици и учители (Бижков, 1983).

След всяко обучение са проведени писмено с учениците и учителя им частично стандартизирани анкети от 20 въпроса, структурирани в три раздела: обща информация - 7 въпроса; резултат от обучението по темата - 10 въпроса с посочени четири възможни отговора; допълнителни данни - 3 въпроса.

Анкетата за учениците е анонимна (Приложение № 17.1 и 17.2).

За учителите анкетата не е анонимна и във втория раздел са използвани въпроси от тип съждения (Приложение № 16).

В § 4.4 са представени и систематизирани основните критерии и показатели за оценка.

Скалата за оценяване на отговорите от съдържателния II-ри раздел на анкетите в точки е зададена в таблица № 18:

Табл. № 18 ОТГОВОР на учителя/ученика	Пореден номер на въпроса и брой точки според посочения отговор									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
В голяма степен / Да	0	3	3	3	0	3	3	3	3	3
По-скоро в голяма степен, отколкото в малка степен / По-скоро да, отколкото не	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2
По-скоро в малка степен, отколкото в голяма степен / По-скоро не, отколкото да	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1
В малка степен / Не	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0

Максимален брой точки: 30.

В таблица № 19 са представени праговете стойности на въпросите, при които може да се определи положително отношение към педагогическия експеримент:

Табл. № 19										
Въпрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Брой точки	0	2-3	1-2	1-2	2-3	2-3	1-2	1-2	1-2	2-3

Това означава, че 14-22 точки съответстват на положително отношение на учителя / ученика към педагогическия експеримент при така фиксираните прагови стойности.

Изводите за отношението на участниците в изследването към експеримента и интерпретирането на резултатите им са систематизирани в таблица № 20:

Табл. № 20	Резултати	Изводи
Над 22 точки		Ученикът има положително отношение към педагогическия експеримент, убеден е в приноса му и осъзнава предоставената му възможност за повишаване на математическите компетентности. 🤔
Между 14 и 22 точки		Ученикът има положително отношение към педагогическия експеримент и вижда в него възможност за разширяване на математическите компетентности. 🤔
Между 10 и 13 точки		Ученикът има положителна нагласа към експеримента, но не е убеден и се колебае относно приноса му за повишаване на математическите компетентности. 🤔
Под 10 точки		Ученикът няма положително отношение към конкретното експериментално обучение, под въпрос е дори положителното отношение на ученика към предмета и/или учебния процес като цяло. 🤔

В § 4.5 са представени таблично и графично количествени, качествени и сравнителни анализи на резултатите от изследването.

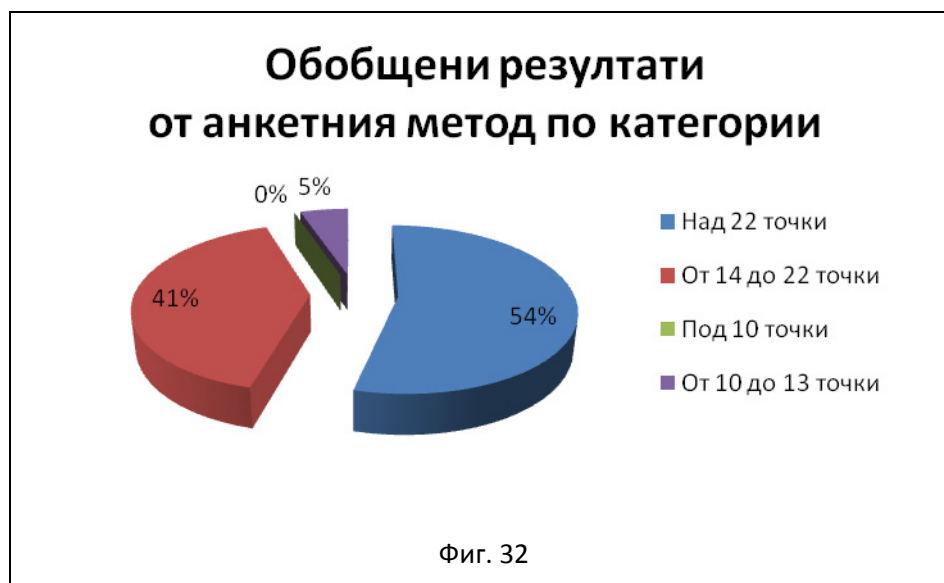
Обобщените резултати от анкетирането на целевите групи са оформени в таблица № 21 и визуализирани графично:

Табл. № 21	Среден брой точки по въпроси										Среден общ брой точки	Среден седм. брой часове по математика
	РЕЗУЛТАТИ НА УЧАСТНИЦИТЕ според целевата група											
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10		
Ученици	1,55	2,40	2,49	2,67	1,85	1,89	2,59	1,95	2,55	2,62	22,56	7,66
Учители	1,82	2,82	2,82	2,91	1,18	2,18	2,64	2,18	2,45	2,82	23,82	-

Представа за разпределението на резултатите на учениците и учителите получаваме от статистическите величини средна стойност, медиана и мода, показващи центъра на разпределението (Банков, 2012) и мерките на разсейването - размах, дисперсия и стандартно отклонение (таблица № 25). Данните показват добра корелация на резултатите на учителите и учениците. Това се потвърждава и от изчислените медиани и моди за всеки един от въпросите, които са разположени вдясно от средните им стойности (с малки и пренебрежими изключения):

Табл. № 25 Участници в изследването	AVERAGE <i>Средна стойн.</i>	MEDIAN <i>Медиана</i>	MODE <i>Мода</i>	Размах	VARPA <i>Дисперсия</i>	STDEV <i>Станд.откл.</i>
Ученици	22,56	23	26	19	16,98	4,12
Учители	23,82	23	27	10	10,69	3,27

В подкрепа на извода са и обобщените резултати от анкетния метод по обособените категории, визуализирани графично на фиг. 32:

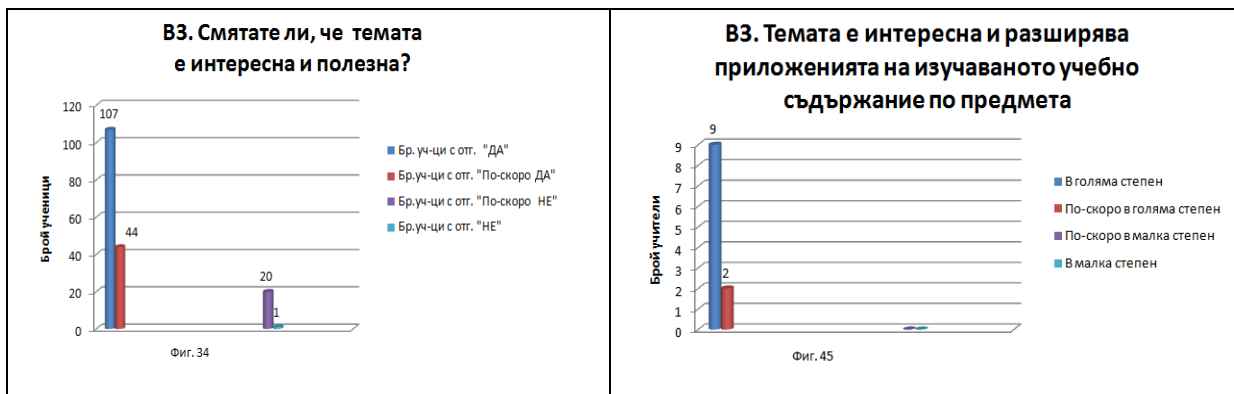


Чрез въпросите в анкетното проучване се цели обхващане на измерения на изследвания проблем, които доказват или опровергават хипотезата на изследването.

От данните на фиг. 33 и фиг.43 се вижда, че за около 49 % от анкетираните ученици (64 % според анкетираните учители) поднесеното УС е ново и по този начин разгледаните теми са допринесли за разширяване на обема на техните математически познания.



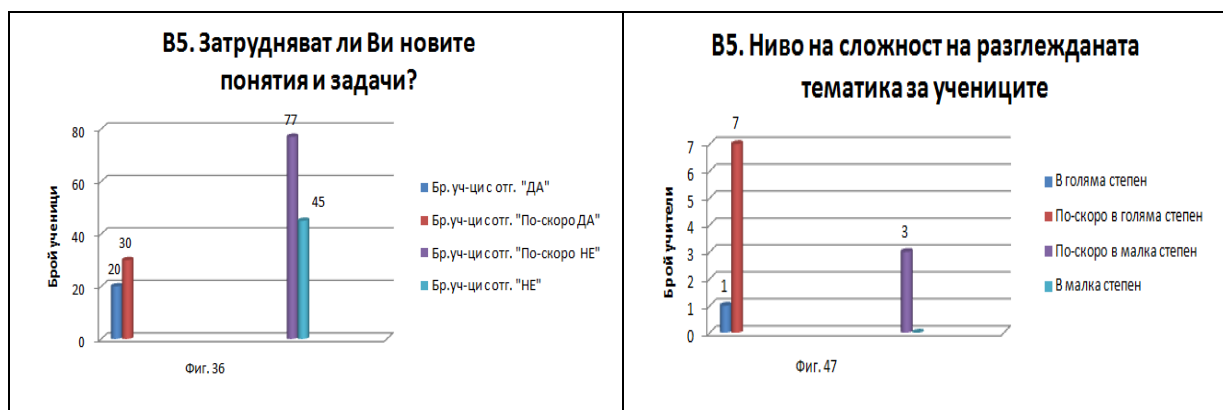
Съгласно данните на фиг. 34 и фиг. 45 за около 88 % от анкетираните ученици и за анкетираните учители предложените теми за ЗИП и СИП са интересни и полезни учебни ресурси с приложения на изучаваното УС по математика.



Данните на фиг. 35 и фиг. 44 показват, че 88 % от участниците в обученията са мотивирани да разширяват своите математически познания, а техните учители са убедени в необходимостта от допълнителни обучения по подходящи теми.

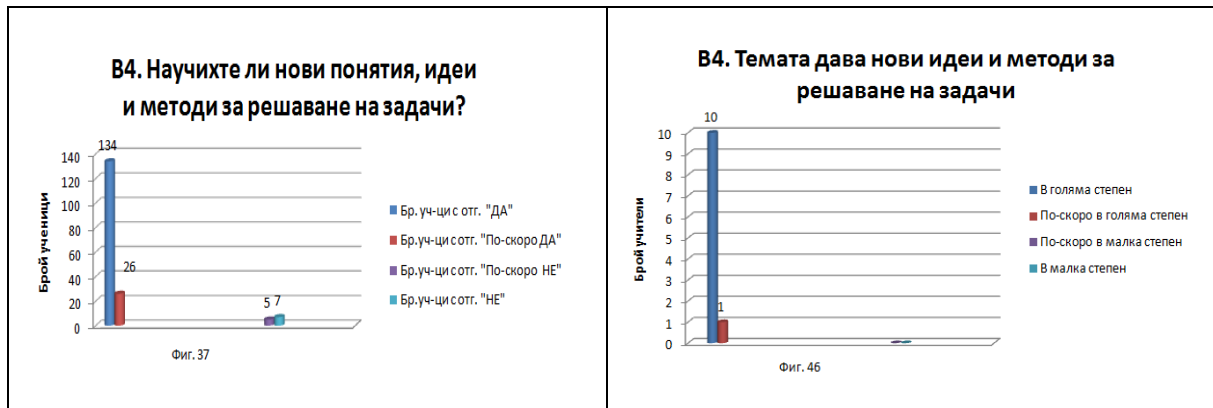


Според обобщените данни на фиг. 36 и фиг. 47 за 71 % от учениците и за 27 % от учителите предложените теми са не само интересни, но и с достъпно ниво на сложност.

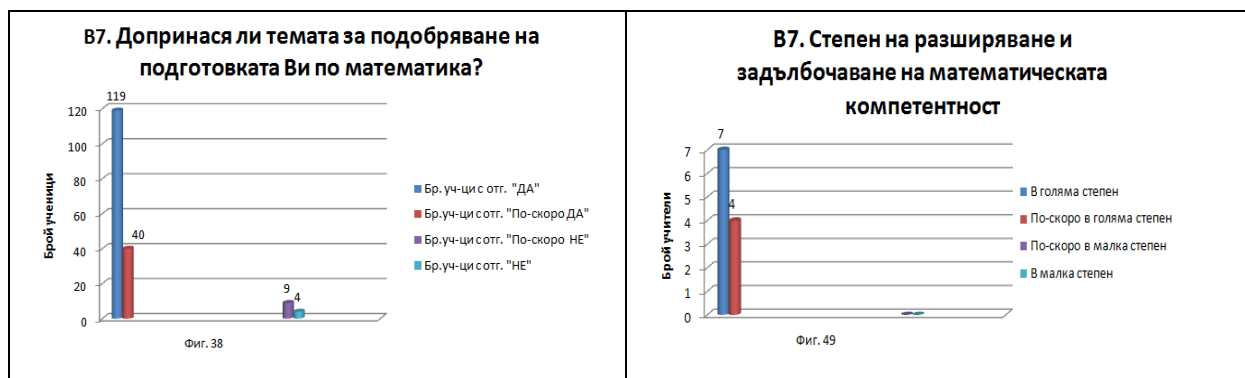


Разминаването в данните се дължи на факта, че анкетираните учители преценяват нивото на сложност на цялостните разработки, докато учениците са изразили становище за елементите от темите, разгледани в ЗИП/СИП по преценка на учителя.

От данните на фиг.37 и фиг. 46 за около 93 % от учениците и за анкетираните учители по време на обученията са усвоени нови понятия, идеи и методи за решаване на задачи.



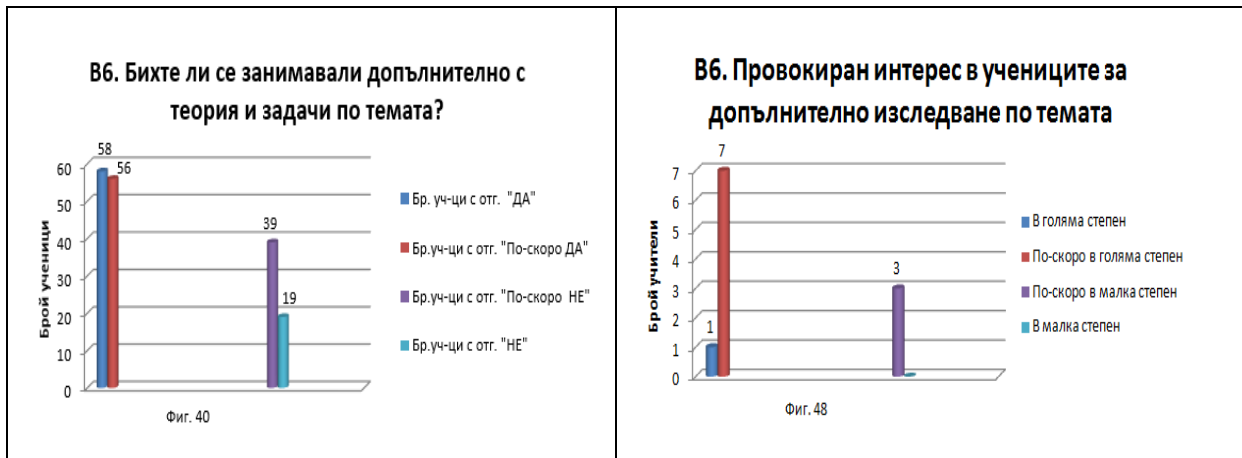
Около 92 % от анкетираните ученици считат, че темите са допринесли за подобряване на подготовката им по математика, което мнение споделят и техните учители (фиг. 38 и фиг.49).



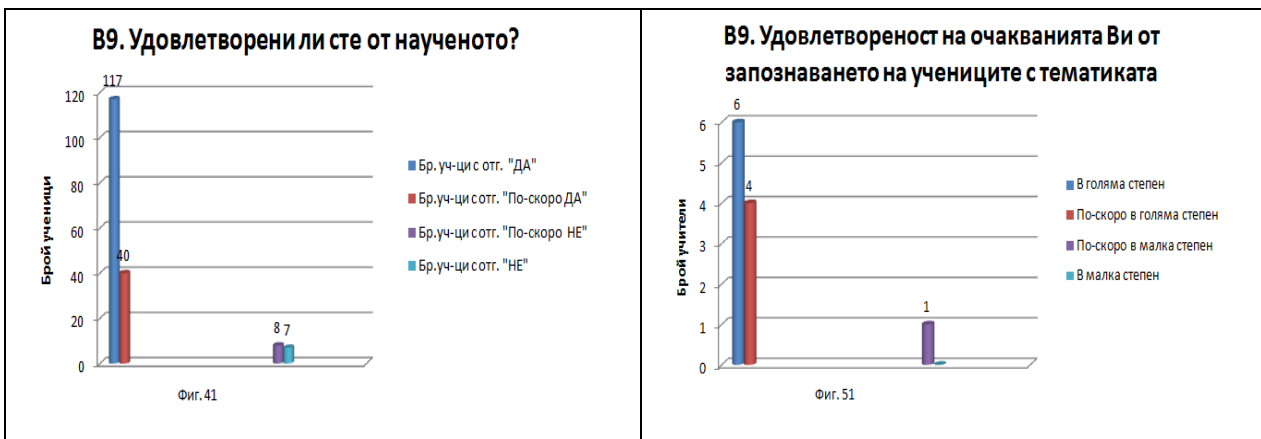
Данните на фиг. 39 и фиг. 50 показват, че около 67 % от учениците и 82 % от учителите са на мнение, че в резултат на обученията учениците се чувстват по – уверени за участие в олимпиадите и състезанията по математика.



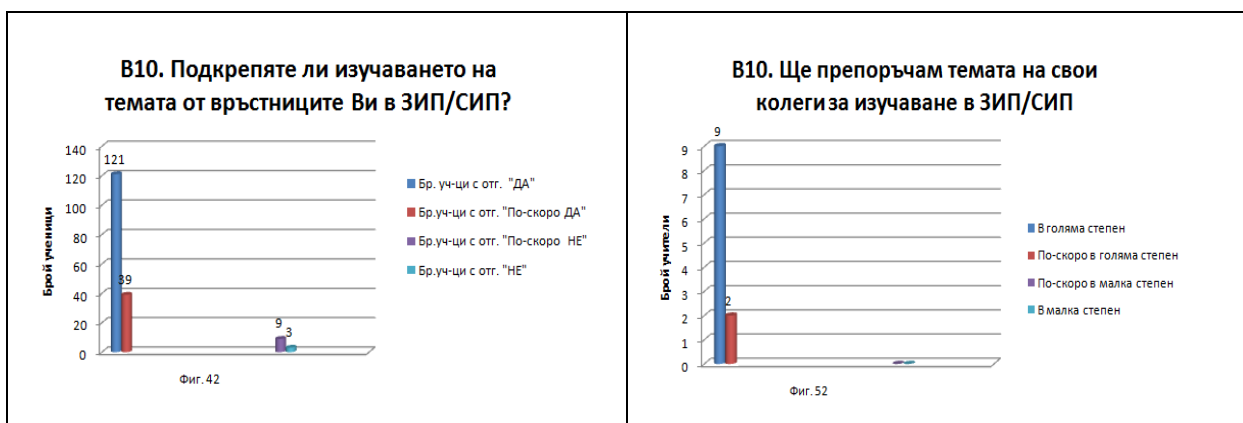
Данните на фиг. 40 и фиг. 48 показват, че около 66 % от учениците са проявили интерес за допълнително изследване по разгледаните теми (73 % според анкетираните учители).



Висок е процентът на учениците и учителите – около 91 %, които са удовлетворени от обучението, според обобщените данни на фиг. 41 и фиг.51.



В подкрепа на това ще изтъкнем и факта, че около 93 % от учениците и всички анкетирани учители биха препоръчали изучаването на темите в ЗИП/СИП, видно от данните на фиг. 42 и фиг. 52.



Съпоставените резултати от анкетите на учениците с обобщените резултати от анкетните карти на учителите потвърждават получените първични изводи и обобщения от експеримента.

Индивидуалните анкетните карти на учениците и учителите от изследването - 183 броя - са приложени към настоящия труд като доказателствен материал.

В § 4.6 са формулирани обобщени изводи за резултатите от изследването и техния анализ:

В резултат на използвания анкетен метод, събеседване с учителите и непосредствено педагогическо наблюдение на учениците, е обобщено, че проведенният педагогически експеримент е оказал положително влияние и е допринесъл за развитието на познавателните интереси и личностното израстване на участниците в пилотните обучения. Паралелно с усвояването на определени системи от знания и умения подрастващите осъзнават и личностния смисъл на ученето, формират положителна мотивация към учебната дейност и интерес към методите на познание, научен мироглед към действителността и начини за ориентиране в нея. Важен съставен елемент на конкретните учебно - познавателни цели и мотиви са и мотивите за самообразование, които отразяват интереса и стремежа към самостоятелно усъвършенстване и усвояване на знания. Не са подценени и социалните мотиви, стремежи се към постигането на една по-добра подготовка, необходима за бъдещата професия. За успешното реализиране на експерименталното обучение в ЗИП и СИП, целящо развитие на математическата компетентност на учениците, допринася рационалната логическа структура на УС в разработките на базата на асоциирането му с действащите УП. Степента на надграждането е диференцирана и индивидуализирана в зависимост от възрастовите особености, нивото на възможностите и мотивацията на участниците. Изброени са осъществените дейности, допринесли освен за доизграждане на математическата компетентност и за развиване на свързаните с нея други ключови компетентности.

В края на дисертацията са представени последователно заключението (съдържа изводите от цялостното изследване, някои насоки за бъдещи изследвания по проблема и основните приноси на дисертационния труд), библиографската справка за използваната литература и част от приложенията (№ 16, № 17.1, № 17.2, снимков материал, декларация за оригиналност и достоверност).

Заклучение

Мерките за преодоляване на недостига на специалисти в области, свързани с математиката, природните науки и технологиите включват: **насърчаване на методите на преподаване**, които изискват активно участие на учениците; засилване на партньорствата с научни центрове, където утвърдени специалисти предлагат актуална информация относно възможностите за кариера и дават положителен пример на младите хора; повишаване на информираността и подобряване на качеството на кариерното ориентиране на подрастващите.

У нас националните инициативи за повишаване на мотивацията на учениците за изучаване на математика и природни науки често включват **проекти, насочени към извънкласни дейности** или партньорства с университети и частни компании.

В заключение припомняме основните **начини за развитие на компетентностите**: обогатяване на знания; усъвършенстване на умения; придобиване на опит. Търсенето на начини и пътища, по които учащият се придвижва, за да придобива, допълва и използва знанията си, е сложен процес. Процесите, в които е ангажиран учащият се, за да постигне знания и компетенции в дадена област, са обект на различни науки. **Същността на изследването е концентрирана върху актуален педагогически проблем, търсейки успешен модел и възможности за формиране и разширяване на математическата ключова компетентност.** Целта на автора е да насърчава учителите към математически идеи и методи на преподаване, които формират трайни интереси и изискват активно участие на учениците. В този смисъл дисертационния труд има своята практическа полезност и значимост за педагогическата практика. Принос на дисертацията е иницирането на учебно-познавателни дейности в ЗИП/ПП и СИП, целящи развитието на математическата компетентност във връзка с други ключови компетентности.

В таблица № 26 са обобщени резултатите на учениците, участници в изследването:

Табл. № 26 ВЪПРОС №	Среден брой точки										Среден общ бр. точки	Ср.седм. бр. часове по матем.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
min прагова стойност	0	2	1	1	2	2	1	1	1	2	13	-
max прагова стойност	0	3	2	2	3	3	2	2	2	3	22	-
Непроф. паралелка	2,60	2,63	2,30	2,40	1,10	1,08	2,30	0,95	1,95	2,35	19,65	5,35
Паралелка с разш. изуч.на матем.	1,22	2,29	2,47	2,66	2,18	2,01	2,70	2,21	2,63	2,71	23,07	7,46
Профилирана паралелка	1,24	2,37	2,66	2,86	1,97	2,29	2,66	2,32	2,86	2,68	23,92	9,10

Неучастници в състез. и олимп.	1,87	2,34	2,18	2,39	1,34	1,48	2,37	1,08	2,24	2,52	19,82	6,63
Участници в състезанията	1,09	2,32	2,68	2,73	2,36	1,77	2,59	1,82	2,55	2,64	22,55	8,68
Участници в олимпиадата	1,50	2,14	2,79	2,93	2,29	1,93	2,93	2,71	2,79	2,79	24,79	7,14
Участници в олимп. и съст.	1,35	2,54	2,71	2,89	2,15	2,37	2,77	2,78	2,85	2,68	25,09	8,55
Участници в олимп. и съст. от непроф. парал.	3,00	3,00	2,50	3,00	1,00	2,00	2,25	2,75	2,50	2,25	24,25	5,00
Участници в олимп. и съст. от парал. с разш. изуч.на матем.	1,14	2,44	2,67	2,86	2,33	2,28	2,89	2,81	2,81	2,67	24,89	9,14
Участници в олимп.и съст. от профил. парал.	1,40	2,60	2,80	2,92	2,08	2,56	2,68	2,76	2,96	2,76	25,52	8,28

Обобщените резултати са показател за постигането на основните цели и задачи:

В таблицата по-горе са маркирани само 9 случая, в които средният общ брой точки е под съответната за въпроса минимална прагова стойност (9 % от общия брой) - 6 от тях са обясними с мотивацията на учениците и средния седмичен брой часове за изучаване на предмета, а в 3 от случаите стойностите са пренебрежимо по-малки от съответната минимална прагова стойност.

Чрез въпрос № 1 е констатиран фактът дали участниците са имали предварителни познания по темите и резултатите не са показателни за отношението им към експерименталното обучение, но те имат своето логично обяснение (за учениците от профилирани паралелки с висок среден седмичен брой часове по предмета предложеното УС е по-познато, поради което средният им брой точки е по-нисък, а за учениците от непрофилирани паралелки с малък среден седмичен брой часове по предмета предложеното УС е по-непознато, поради което средният им брой точки е по-висок).

Въпроси, които не са решени:

Не е проведено обучение с ученици от професионални паралелки поради посочени обективни причини.

Въпроси, над които ще се работи в бъдеще:

Създадената от автора обучаваща система от УС по математика и методически указания за провеждане на обучения в ЗИП/ПП и СИП е отворена и може да бъде допълвана и обогатявана с нови разработки, методи и идеи (Приложение № 15).

Ще се търсят възможности за възлагане и разработване на проекти от изявени ученици по математика, като им се оказва методическо съдействие и научно консултиране.

Основни приноси на дисертационното изследване

1. Изследван е генезисът и съвременното интерпретиране на *математическата ключова компетентност* в различни аспекти - дидактически, научно-теоретичен, социално-икономически. Въпросите за *математическата ключова компетентност* са разгледани в контекста на ученето и развитието на отделния ученик.
2. Разгледани са педагогически, психологически и дидактически таксономии и модели и *операционализацията* им в задължително - избираема, профилирана и свободно - избираема подготовка, както и в извънкласни и извънучилищни дейности по математика на територията на регион Враца.
3. Разработени са *практически ръководства за предложените авторски теми*, на основата на които е проведено експериментално обучение в ЗИП/ПП и СИП. Обобщени са резултатите от пилотните експерименти и на основата на анкетен и математико-статистически анализ е *обоснована* научно ефективността на предложената обучаваща дидактическа система.
4. Проектирани и реализирани са *индивидуални образователни траектории* в работата с изявени ученици от 7. до 11. клас. Чрез *проектно-базирано обучение* е формирана математическа компетентност на изявени ученици в края на средното образование, доказателство за което са национални и международни изяви на учениците.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Банков, К. (2012). *Увод в тестологията*. София: изд. „Изкуства”.
- [2] Банков, К. & Христова, М. (2012). *Изследване на четивната и математическата грамотност на учениците в 6. клас. Анализ на резултатите (с.29-55, 96-101)*. София: ЦКОКУО.
- [3] Барч, Х. (1986). *Математически формули (с. 211, 217, 223)*. София: изд. „Наука и изкуство”.
- [4] Беляева, Э. & Монахов, В. (1977). *Экстремальные задачи*. Москва: изд. „Просвещение”.
- [5] Бижков, Г. (1983). *Методология и методи на педагогическите изследвания*. София: изд. „Наука и изкуство”.

- [6] Бижков, Г. (1996). *Теория и методика на дидактическите тестове*. София: изд. „Просвета“.
- [7] Бойваленков, П., Цветкова, И. & Колев, Е. (2001). *Книга на учителя по математика за 9. клас- задължителна и профилирана подготовка*. София: изд. „Д.Убенова“.
- [8] Борытко, Н. (2007). *Професионално-педагогическая компетентность педагога*. <http://www.eidos.ru/jornal/2007/0930-10.htm>
- [9] Брънчева, М. (2001). *Едно свойство на диофантовите триъгълници. Математически форум, бр.1*. София: изд.фирма „Т.Тонков“.
- [10] Буров, С., Бонджолова, В., Илиева, М. & Пехливанова, П. (1995). *Съвременен тълковен речник на българския език с приложения*. В.Търново: изд. „Елпис“.
- [11] Василевский, А. (1974). *Методы решения задач (с.42)*. Минск: изд. „Вышэйшая школа“.
- [12] Выгодский, М. (1969). *Справочник по элементарной математике (с. 297-298)*. Москва: изд. „Наука“.
- [13] Гаврилов, М., Димитров, Д. & Димовски, И. (1975). *Съвременна аритметика (с.56-60)*. София: изд. „Народна просвета“.
- [14] Ганчев, И., Кучинов, Й. & др. (1996). *Методика на обучението по математика-първа част*. София: Модул.
- [15] Ганчев, И., Кучинов, Й. & др. (1998). *Методика на обучението по математика –втора част*. София: Модул.
- [16] Ганчев, И. & Кучинов, Й. (1996). *Организация и методика на урока поматематика*. София: Модул.
- [17] Ганчев, Г. & Райков, Н. (1994). *Геометрия за 8 клас*. София: изд. „Просвета“.
- [18] Горчева, Й. (2014). *Експертни знания по финанси чрез учебното съдържание по математика и ИТ в училище. Образованието и изследванията в информационното общество, 48-57*. София: АРИО.
- [19] Горчева, Й. (2015). *От две ленти в една: Математическо моделиране на пътен трафик с помощта на информационни технологии*. Образование и технологии, т. 6, 209-217.
- [20] Гроздев, С. & Кирилова, Б. (2015). *Сравняване на българската образователна система и ИВ програмата в областта на математиката. Математика и математическо образование. Доклади на 44. пролетна конференция на СМБ (с.282-290)*. София.
- [21] Гусев, В., Литвиненко В. & Мордкович, А. (1985). *Практикум по решению математических задач*. Москва: изд. Просвещение
- [22] Европейска комисия (2010). *Стратегия „Европа 2020“*. Брюксел. http://ec.europa.eu/europe2020/index_bg.htm
- [23] Европейска комисия/ЕАСЕА/Евридика (2012). *Развитие на ключовите компетенции в европейското училище – предизвикателства и възможности пред образователните политики. Доклад по програма Евридика*. Люксембург: Служба за публикации на ЕС. http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/145BG.pdf
- [24] Запрянов, З., Димовски, И., Лангов, А., Михайлов, В. & Новакова, З. (1995). *Математика за 6 клас на СОУ*. София: изд.„Д. Убенова“.
- [25] Зимняя, И. (2004). *Ключевые компетентности как результативно - целевая основа компетентностного подхода в образовании (с.40)*. Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов.
- [26] Иванова, В., Илиева, Й. & Петрова, Р. (2014) *Овластяване на ключови компетенции-цел на образованието през 21. век. МАТТЕХ, т.1. (с. 242-244)*. Шумен.
- [27] Карлов, Е. (1998). *Сборник статии по математика за работа с талантиливи ученици*. Ямбол: МГ.
- [28] Кендеров, П., Чехларова, Т. & Сендова, Е. (2015). *Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетенции образование по математика. Математика и математическо образование. Доклади на 45. пролетна конференция на Съюза на математиците в България (с.155-161)*. Плевен.

- [29] Колев, Е., Цветкова, И. & Бойваленков, П. (2001). *Книга на учителя по математика за 10. клас- задължителна и профилирана подготовка*. София: изд. „Д.Убенова”.
- [30] Курант, Р. & Робинс, Х. (1995). *Що е математика?*. София: изд. „Наука и изкуство”.
- [31] Лазаров, Б. (2012). *Индивидуална образователна траектория. Математика и информатика*, бр. 3 (с. 238-248).
- [32] Лазаров, Б. & Северинова, Д. (2013). *Внедряване на интегриран подход–технологични аспекти*. Образование и технологии, т. 4, 17-23.
- [33] Лазаров, Б. (2014). *Деконтекстуализация. Математика и математическо образование. Доклади на 43. пролетна конференция на СМБ* (с. 67-77). Боровец.
- [34] Лозанов, Ч., Витанов, Т. & Недевски, П. (1977). *Математика за 8 клас*. София: изд. „Анубис”.
- [35] Михайлов, И. (2006). *Земеделска практика* (с. 41-44). София: изд. „Асеневици”.
- [36] Моденов, П. (1960). *Сборник задач по специалному курсу элементарной математики*. Москва: Государственное издательство „Высшая школа”.
- [37] МОН (2000). *Наредба № 2 от 18.05.2000 г. за учебното съдържание. Приложение № 3 към чл. 4, т. 3 от Наредба № 2 от 18.05.2000 г. за учебното съдържание*. www.mon.bg/?h=downloadFile&fileId=148
- [38] МОН (2003). *Учебни програми за задължителна и профилирана подготовка за 9., 10., 11. и 12. клас. КОО” Математика, информатика и информационни технологии*. София: гл.ред. на пед.изд.към МОН.
- [39] МОН (2004). *Учебни програми за 5., 6., 7. и 8. клас. КОО” Математика, информатика и информационни технологии*. София: гл. ред. на пед. изд. към МОН.
- [40] МОН (2006). *Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006 – 2015 г.* <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?Id=393>
- [41] МОН (2015). *Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка*. <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=7&subpageId=59>
- [42] МОН (2015 а). *Закон за предучилищното и училищното образование*. <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=7&subpageId=57>
- [43] МОН (2015 б). *Учебна програма по математика за 5.клас*. <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28>
- [44] МОН (2016). *Учебна програма по математика за 6.клас. Учебна програма по математика за 8.клас*. <http://www.mon.bg/?go=page&pageId=1&subpageId=28>
- [45] Мушкаров, О. & Стоянов, Л. (1989). *Екстремални задачи в геометрията*. София: изд. „Народна просвета”.
- [46] Нагел, Т. (1971). *Увод в теорията на числата* (с.13), София: изд. „Наука и изкуство”.
- [47] Организацията за икономическо сътрудничество и развитие / OECD (2009). *Подгответи се за PISA! Математика. Примерни задачи от програмата за международно оценяване на учениците на Организацията за европейско сътрудничество и развитие*. София: Просвета.
- [48] Панделиева, В. & Цветкова, И. (1998). *Четиво за 6. и 7. клас “Що е математическа индукция”. Математика плюс, бр.3* (с.64).
- [49] Паскалев, Г. & Чобанов, И. (1985). *Забележителни точки в триъгълника* (с.81). София: изд. „Народна просвета”.
- [50] Паскалев, Г. & Паскалева, З. (2000). *Полиноми* (с.35). София: изд. „Архимед”.
- [51] Раковска, Д. (1995). *Най-най-най (четиво за 4 и 5 клас). Математика плюс, бр. 1* (с.41-43). София.
- [52] Серпински, В. (1967). *Какво знаем и какво не знаем за простите числа* (с. 30 – 31). София: изд. „Техника”.
- [53] Скафа, Е. & Милушев, В. (2009). *Конструиране на учебно-познавателна евристична дейност по решаване на математически задачи*. Пловдив: унив.изд. „П. Хилендарски”.
- [54] Солаков, Е. & Чимев, К. (1967). *Питагорова теорема*. София: изд. “Наука и изкуство”.

- [55] Стефанова, Е. (2012). *PhD: Отворени виртуални светове за професионално израстване*. София.
- [56] Туджаров, Х. (2009). *Таксономии в обучението. Таксономия на Блум. Таксономия на Кратуол. Уточнена таксономия на Блум. Нова таксономия на Марцано*. <http://tuj.asenevtsi.com/EL09/EL32.htm>
- [57] Хуторской, В. (2002). *Ключевые компетенции и образовательные стандарты*. <http://eidos.ru/journal/2002/0423.htm>
- [58] Хуторской, В. (2005). *Технология на проектирането на ключови и предметни компетенции*. <http://eidos.ru/journal/2005/1212.htm>
- [59] ЦКОКО (2010). *Резултати от участието на България в Програмата за международно оценяване на учениците PISA 2009*. София.
- [60] ЦКОКУО (2011). *Математическата грамотност в PISA и обучителните практики в българските училища*. София.
- [61] ЦКОКУО (2013). *Резултати от участието на България в Програмата за международно оценяване на учениците PISA 2012*. София.
- [62] Чехларова, Т. & Сендова, Е. (2015). *Добри практики в образованието по математика и ИТ за развиване на ключови компетентности*. София: изд. "Макрос".
- [63] Шарыгин, И. (1986). *Задачи по геометрии (с.84, 208)*. Москва: изд. "Наука".
- [64] Cota, A., Răduțiu, M., Rado, M. & Vornicescu, F. (1986). *Matematică. Manual pentru clasa a IX-a. Geometrie și trigonometrie (150-151)*. București: Editura Didactică și Pedagogică.
- [65] Delamare Le Deist, F. & Winterton, J. (2005). *What is the competence?* Human Resource Development International, Vol. 8, No. 1, 27 – 46. <http://org8220renner.alliant.wikispaces.net/file/view/delamare.pdf/32656391/delamare.pdf> <http://www.hr-portal.ru/article/chto-takoe-kompetencii>
- [66] Gehring, C. & Ulm, V. (2015). *Developing Key Competences by Mathematics Education*. Bayreuth. <http://btmdx1.mat.uni-bayreuth.de/kcm/>
- [67] Grozdev S. (2007). *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and practice)*. Sofia: Association for the Development of Education.
- [68] Key Competence Network on School Education (KeyCoNet) <http://keyconet.eun.org>
- [69] Lazarov, B. (2010). *Bilding Mathematics Competence via Multiple Choice Competitions*. Journal of the Korean Society of Mathematical Education. Vol. 14, No. 1, 1–10
- [70] Lazarov, B. (2013). *Application of some cybernetic models in building individual educational trajectory*. International Journal "Information Models and Analyses". Vol.2, No. 1(9). <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Taipei101.portrait.altonthompson.jpg>
- [71] Mobbs, R. (2003). *Honey and Mumford Learning Styles*. University of Leicester. <https://www.le.ac.uk/users/rjm1/etutor/resources/learningtheories/honeymumford.html>

Съдържание на дисертационния труд

Списък с използваните абривиатури.....	5
Благодарности.....	6
Увод.....	7
Изследователска теза.....	10
Цел на дисертационния труд.....	10
Основни задачи на дисертационния труд.....	11

Хипотеза на изследването.....	11
Обект и предмет на изследването.....	11
Глава 1. Основни аспекти, в които е изследван проблемът.....	13
1.1. Актуалност и обществено-политически аспект на проблема.....	13
1.2. Научно-теоретични основи на проблема.....	17
1.2.1. Анализ на различните определения на понятията компетенция и компетентност и особености на тяхното използване в контекста на ученето и развитието.....	17
1.2.2. Концепция на международното изследване PISA за математическата грамотност.....	23
1.2.3. Информация за измерването на математическата грамотност според концепцията на PISA.....	25
1.2.4. Обучителни практики и аспекти на прилаганите практики за обучение и оценяване на математическите компетентности в българското училище.....	29
1.2.5. Концепция за разширяване обхвата на понятието математическа компетентност и изграждане на компетентност от синтетичен тип в обучението на талантиливи ученици.....	35
1.3. Практическа необходимост.....	36
1.4. Изводи.....	37
Глава 2. Изследване и анализ на педагогическите, психологическите и дидактическите измерения на проблема.....	42
2.1. Педагогическа таксономия на експерименталното обучение.....	42
2.1.1. Когнитивна (познавателна) област.....	43
2.1.2. Афективна (емоционално-ценностна) област.....	46
2.1.3. Психомоторна област.....	48
2.2. Процес и стилове на учене.....	48
2.3. Методи на учене и подходи на обучение.....	48
2.4. Прилагане на някои кибернетични модели в обучението.....	50
2.5. Траектория на познанието в обучението по математика.....	51
2.6. Индивидуална образователна траектория в обучението по математика.....	54
2.6.1. Структура на вертикалното движение.....	55
2.6.2. Основни понятия, свързани с хоризонталното движение.....	56
2.6.3. Някои специфични случаи на общия спомагателен модел на хоризонталното движение.....	57
2.7. Изводи.....	57
Глава 3. Експериментална и приложна част. Методически насоки и указания.....	62
3.1. Общи насоки относно компонентите на експерименталното обучение.....	62
3.2. Приложна част и методически указания за прогимназиален етап.....	69
3.3. Приложна част и методически указания за гимназиален етап.....	103
Глава 4. Методика на изследването на педагогическия експеримент. Резултати от изследването и техният анализ.....	151
4.1. Етапи на изследването.....	151
4.2. Участници в изследването - целеви групи и формиране на извадка.....	152
4.3. Методика на изследването.....	156
4.4. Критерии и показатели за оценка.....	157
4.5. Резултати от изследването и техният анализ.....	158

4.6. Изводи.....	175
Заклучение.....	177
Основни приноси на дисертационното изследване.....	180
Литература.....	181
Приложения*.....	
Приложение 1. Доказване на някои неравенства с помощта на метода на математическата индукция.....	
Приложение 2. Практически задачи за вместимост.....	
Приложение 3. Рационални методи за доказване на тъждества.....	
Приложение 4. Едно обобщение на теоремата на Питагор в извънкласната работа по математика.....	
Приложение 5. Екстремални геометрични задачи.....	
Приложение 6. Георг Фердинанд Лудвиг Филип Кантор (1845-1918).....	
Приложение 7. 200 години от рождението на Жан - Виктор Понсле (1788—1867).....	
Приложение 8. Жозеф Лиувил (1809-1882).....	
Приложение 9. Едно приложение на мултипликативната индукция в съвременната аритметика.....	
Приложение 10. Десет задачи от формули на Виет за корените на уравнения от трета и по-висока степен.....	
Приложение 11. Задачи за изчисления от окръжност.....	
Приложение 12. Приложения на метода на координатите в геометрични задачи.....	
Приложение 13. Подготовка за SAT II.....	
Приложение 14. Решаване на сравнения от първа степен с едно неизвестно и системи от такива сравнения с помощта на персонален компютър.....	
Приложение 15. Чевиана и симедиана в триъгълник. Теорема на Стюарт.....	
Приложение № 16 Анкетна карта за учител – образец.....	186
Приложение № 17.1. Анкетна карта за ученик от 5. – 8. клас - образец.....	190
Приложение № 17.2. Анкетна карта за ученик от 9. – 12. клас – образец.....	194
Снимков материал от експерименталното обучение.....	198
Декларация за оригиналност и достоверност.....	199
Попълнени анкетни карти-183 броя (от ученици - 172 броя, от учители - 11 броя)**	

*Приложенията от № 1 до № 15 са представени в отделно книжно тяло и на електронен носител.

**Попълнените анкетни карти са представени в отделно книжно тяло.

Списък на публикациите на автора по дисертацията

- [1] Несторова, Р. (2016). *Чевиана и симедиана. Теорема на Стюарт. Математика и информатика, бр. 3 (с.269-281).*
- [2] Несторова, Р. (2014). *Едно обобщение на теоремата на Питагор в извънкласната работа по математика. Математика и информатика, бр.1 (с.59-63).*
- [3] Несторова, Р. (2013). *Рационални методи за доказване на тъждества. Математика плюс, бр.2 (с.23-26).*
- [4] Несторова, Р. (2012). *Приложения на метода на координатите в геометрични задачи. Математика, бр.3 (с.18-28). Изследователски подход в образованието по математика: Практически семинар по проект Фибоначи–Боровец, 9-12.04.2012.*

- [5] Несторова, Р. (2012). *Десет задачи от формули на Виет за корените на уравнения от трета и по-висока степен. Математика плюс, бр.3 (с.61-66).*
- [6] Несторова, Р. (2011). *Задачи за изчисления от окръжност. Математика, бр.2 (с.36-41).*
- [7] Несторова, Р. (2009). *Практически задачи за вместимост. Математика плюс, бр.3 (с.50-54).*
- [8] Несторова, Р. (2004). *Подготовка за SAT II. Математика плюс, бр.4 (с.56-60).*
- [9] Несторова, Р. (2001). *Жозеф Лиувил (1809-1882). Математически форум, том III, бр.1 (с.26-30).*
- [10] Несторова, Р. (2000). *Доказване на някои неравенства с помощта на метода на математическата индукция. Математика плюс, бр.3 (с.62-63).*
- [11] Несторова, Р. (1998). *Екстремални геометрични задачи. Математика и математическо образование. Доклади на 27. пролетна конференция на СМБ (с. 321-325).*
- [12] Несторова, Р. (1988). *200 години от рождението на Жан-Виктор Понсле. Математика, бр.7(с.2-7).*
- [13] Несторова, Р. (1988). *Георг Фердинанд Лудвиг Филип Кантор. Математика, бр.5 (с.2-6).*
- [14] Несторова, Р. (1987). *Решаване на сравнения от I степен с едно неизвестно и системи от такива сравнения с помощта на персонален компютър. Математика и математическо образование. Доклади на 16. пролетна конференция на СМБ (с.720-723).*
- [15] Несторова, Р. (1985). *Едно приложение на мултипликативната индукция в съвременната аритметика. Математика и математическо образование. Доклади на 14. пролетна конференция на СМБ (с.729-734).*

Резултатите от педагогическото изследване са докладвани на семинара „Дидактическо моделиране“ в ИМИ към БАН на 14.03.2016 г..

Други публикации

- [1] Несторова, Р. (1999). *Задачи за по-малките (II и III клас). Математика и информатика, бр. 2.*
- [2] Несторова, Р. (1999). *Задачи за по-малките (I и IV клас). Математика и информатика, бр. 3.*
- [3] Несторова, Р. (1999). *Задачи за по-малките (VI клас). Математика и информатика, бр. 4.*
- [4] Несторова, Р. (1999). *Задачи за по-малките (VI клас). Математика и информатика, бр. 5.*
- [5] Несторова, Р. (1999). *Задачи за по-малките (VII клас). Математика и информатика, бр. 6.*
- [6] Несторова, Р. (2000). *Задачи за по-малките (VIII клас). Математика и информатика, бр. 2-3.*
- [7] Несторова, Р. (1986). *Сравнения от I първа степен с едно неизвестно. Юбилеен сборник Академик Л. Чакалов.*
- [8] Несторова, Р. (1999). *Задачи за M+ постър (5. - 12. клас). Математика плюс, бр.1.*
- [9] Несторова, Р. (1999). *Задачи по алгебра за зрелостен изпит по математика. Математика плюс, бр.1.*
- [10] Несторова, Р. (1999). *Задачи за M+ постър (5. - 7. клас). Математика плюс, бр.2.*
- [11] Несторова, Р. (1999). *Задачи по геометрия за зрелостен изпит по математика. Математика плюс, бр.2.*
- [12] Несторова, Р. (2000). *Задачи за подготовка за втория кръг на олимпиадата по математика. Математика, бр.2.*
- [13] Несторова, Р. (2010). *Квалификационен курс по математика "Идентификация, мотивация и подкрепа на математическите таланти в европейските училища". Математика плюс, бр.1.*