Абстракти на трудовете

на д-р Стою Баров,
представени за участие в конкурс за доцент
в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика,
научна специалност "Геометрия и топология" (Изпъкнала геометрия в топологични векторни пространства),
обявен в Държавен вестник, бр. 69 / 11.08.2023 г.

[1] S. Barov, G. Dimov and St. Nedev, On a theorem of H.-J. Schmidt, C. R. Acad. Bulgare Sci., 46, No. 3, (1993), 9-11.

Абстракт. *За всяко топологично пространство* X *нека* 2^X *да означава множеството на всички непразни и затворени подмножества на* X *и* $cl_X B$ *- затворената обвивка на подмножеството* B *на* X *в пространството* X. *Пространството* 2^X *е снабдено с Тихоновата топология, която се генерира от базата* $\{< U >: U \text{ is open}\}$, *където* $< U >= \{F \in 2^X : F \subset U\}$. *Едно топологично пространство* X *се нарича* HS*-пространство, ако за всяко подпространство* A *на* X, *изображението* $i_A : 2^{A,T} \to: 2^{X,T}$, *дефинирано чрез формулата* $i_A(B) = cl_X B$, *за всяко* $B \in 2^A$, *е непрекъснато изображение. В тази статия ние дискутираме твърдението на Н. Шмидт, а именно, че всяко Хаусдорфово* HS*-пространство е* T_3*-пространство. Ние даваме вътрешна характеристика на* HS*-пространствата и дефинираме клас от пространства, наречен* $\mathcal{K}^*$, *и показваме, че всяко Хаусдорфово* $\mathcal{K}^*$*-пространство е нормално, тоест* T_4.

[2] S. Barov, G. Dimov and St. Nedev, On a question of M. Paoli and E. Ripoli, Bollettino U. M. I. (7), 10-A (1996), 127-141.

Абстракт. *За всяко топологично пространство* X *нека* 2^X *да означава множеството на всички непразни и затворени подмножества на* X *и* $cl_X B$ *- затворената обвивка на подмножеството* B *на* X *в пространството* X. *Пространството* 2^X *е снабдено с Тихоновата топология, която се генерира от базата* $\{< U >: U \text{ is open}\}$, *където* $< U >= \{F \in 2^X : F \subset U\}$. *Едно топологично пространство* X *се нарича* HS*-пространство, ако за всяко подпространство* A *на* X, *изображението* $i_A : 2^{A,T} \to: 2^{X,T}$, *дефинирано чрез формулата* $i_A(B) = cl_X B$, *за всяко* $B \in 2^A$, *е непрекъснато изображение. В тази статия ние дискутираме твърдението на Н. Шмидт, а именно, че всяко Хаусдорфово* HS*-пространство е* T_3*-пространство. В настоящата статия ние даваме частичен отговор на този въпрос. По конкретно: а) даваме вътрешна характеристика на* HS*-пространствата и показваме, че класът на* HS*-пространствата е инвариантен по отношение на затворени изображения; b) дефинираме голям клас от пространства, наречени* $\mathcal{K}^*$, *съдържащи всички Хаусдорфови пространства с изброим характер, където ние отговаряме* *положително на предположението на Шмидт c) формулираме необходимо и достатъчно условие на твърдението на Шмидт; d) доказваме, че ако X е Хаусдорфово и $\mathcal{K}^*$-пространство, то тогава X е даже нормално просранство (T_4-пространство).*

[3] S. Barov, A note on spaces which are quotient compact-covering s-images of metric spaces, C. R. Acad. Bulgare Sci., 52, No. 5-6, (1999), 11-14.

Абстракт. Едно непрекъснато изображение $f : X \to Y$ е компактно-покриващо (редица-покриващо, изброим-компактно-покриващо, респ.), ако всеки компакт (сходяща редица, изброим компакт, респ.) K в Y е образ на компакт C в X. Изображението $f : X \to Y$ се нарича s-изображение, ако всеки праобраз $f^{-1}(y)$ е сепарабелен. Отправна точка в тази статия е един въпрос на Е. Майкъл и К. Нагами: Дали всеки факторен s-образ на метрично пространство е също компактно-покриващ факторен s-образ на (евентуално друго) метрично пространство? Ние даваме характеристика на пространствата, които са изброим-компактно-покриващ s-образ на метрични пространства чрез покрития, имащи различни свойства.

[4] S. Barov, Some properties of star-countable covers, C. R. Acad. Bulgare Sci., 52, No. 7-8, (1999), 5-8.

Абстракт. Множеството $\mathcal{F}$ от подмножества на пространството X се нарича звездно-изброимо, ако за всяко $V \in \mathcal{F}$ множеството $\{U \in \mathcal{F} : U \cap V \neq \emptyset\}$ е изброимо. Нашият интерес по отношение на звездно-изброимите покрития идва от две посоки. Един нерешен въпрос на Е. Майкъл и К. Нагами може да се преформулира в термините на точково-изброими покрития. Тук, ние даваме положителен отговор на този въпрос, когато точково-изброимите покрития се заменят от звездно-изброими покрития. Втората посока на интерес е свързана с различни предположения направени за звездно-изброими покрития. Показали сме някои свойства на топологично пространство X, което има определени звездно-изброими покрития. Тези свойства на X не са валидни или не се знае дали са валидни, ако X притежаваше съответните точкови-изброими покрития вмвсто тези, които са звездно-изброими.

[6] S. Barov and J. J. Dijkstra, On boundary avoiding selections and some extension theorems, Pacific J. Math., Vol. 203, No. 1, 2002, 79-87.

Абстракт. Една теорема на Марк Франц за непрекъснати и контролирани продължения на функции ни мотивира да докажем един общ резултат засягащ непрекъснати селекции в Банахови пространства, които избягват граници на изпъкнали множества. Този значително по-общ резултат ни дава *теоремата на М. Франц като следствие. Също така, с помощта на относително прости средства, обобщаваме някои други резултати на М. Франц включващи продължения на произведения и на фамилии от функции.*

[8] S. Barov, Covers of topological spaces and compact-covering maps, Topology Proceedings, Vol. 30, No. 1, 2006, 1-10.

Абстракт. В тази статия, ние характеризираме пространствата, които са факторен компактно-покриващ s-образ на метрични пространства. Показваме, че X е факторен компактно-покриващ s-образ на метрично пространство тогава и само тогава когато X е факторен изброим-компактно-покриващ s-образ на метрично пространство.

[9] S. Barov and Jan J. Dijkstra, On closed sets with convex projections in Hilbert space, Fundamenta Mathematicae, Vol. 197, No. 1, 2007, 17-33.

Абстракт. Нека k е естествено число. Показали сме, че ако C е затворено и неизпъкнало множество в Хилбертово пространство l^2, такова че затворените обвивки на проекциите върху всички k-хиперравнини (равнини с коразмерност k) са изпъкнали и съществени, то тогава C съдържа затворено топологично копие на l^2. За да докажем този резултат ние дефинираме за изпъкнали и затворени множества B множеството $\mathcal{E}^k(B)$ състоящо се от всички точки на B, които са екстремални по отношение на проекциите върху k-хиперравнини. Доказваме, че $\mathcal{E}^k(B)$ е точно сечението на всички k-имитации C на B, тоест, затворени множества C, които имат същите проекции като B върху всички k-хиперравнини. За всяко затворено изпъкнало множество B в l^2 с непразна вътрешност конструираме "минимални" k-имитации C, такива че $\dim(C \setminus \mathcal{E}^k(B)) \leq 0$. Накрая, показваме, че ако едно компактно множество има изпъкнали проекции върху крайномерни равнини, то този компакт е изпъкнал.

[10] S. Barov and Jan J. Dijkstra, On closed sets with convex projections under a narrow set of directions, Transactions of Amer. Math. Soc., Vol. 360, No. 12 (2008), 6525-6543.

Абстракт. Дайкстра, Гудсел и Райт са показали, че ако неизпъкнал компакт в $\mathbb{R}^n$ има свойството, че неговите проекции върху всички равнини с размерност k са изпъкнали, то тогава този компакт съдържа топологично копие на $(k-1)$-сфера. Тази теорема е продължена върху класа на неограничените затворени множества в $\mathbb{R}^n$ от Баров, Кобб и Дайкстра. Показали сме, че резултатите в тези две статии остават валидни и при значително по-слабото предположение, че множеството от проекции има непразна вътрешност.

[11] S. Barov, On a characterization of normal and countably paracompact spaces via set-valued selections, Comment. Math. Univ. Carolin. 49, 1 (2008) 45-52.

Абстракт. В тази статия ние характеризираме топологичните пространства, които са нормални и изброимо паракомпактни, с помощта на непрекъснати селекции, които избягват множества.

[12] S. Barov and Jan J. Dijkstra, On closed sets with convex projections under somewhere dense sets of directions, Proc. Amer. Math. Soc., 137 (2009), 2425-2435.

Абстракт. Нека $k, n \in \mathbb{N}$ като $k < n$ и нека $\mathcal{G}_k(\mathbb{R}^n)$ означава многообразието на Грасман, състоящо се от всички линейни подпространства на $\mathbb{R}^n$ с размерност k. В предишна своя статия авторите показват, че ако проекциите на неизпъкнало и затворено множество $C \subset \mathbb{R}^n$ са изпъкнали и съществени, когато множеството от посоки на проектиране $\mathcal{P} \subset \mathcal{G}_k(\mathbb{R}^n)$ е непразно и отворено, то тогава C съдържа затворено копие на $(n-k-1)$-многообразие. В тази статия, ние обобщаваме този резултат като показваме, че този резултат остава валиден правейки по-слабото предположение, че $\mathcal{P}$ е някъде гъсто в $\mathcal{G}_k(\mathbb{R}^n)$.

[13] S. Barov and Jan J. Dijkstra, On closed sets in Hilbert space with convex projections under somewhere dense sets of directions, Journal of Topology and Analysis, Vol. 2, No. 1 (2010), 123-143.

Абстракт. Нека k е фиксирано естествено число. В предишна своя статия авторите показват, че ако C е неизпъкнало и затворено множество в ℓ^2, такова че затворените обвивки на проекциите върху всички k-хиперравнини (равнини с коразмерност k) са изпъкнали и съществени, то C съдържа затворено копие на ℓ^2. В настоящата статия тази теорема е значително обобщена правейки значително по-слабото предположение, че множеството от посоки на проектиране е някъде гъсто. За да покажем силата на нашата основна теорема, ние конструираме "минимални имитации" на затворени изпъкнали множества в ℓ^2. Също така, показваме, че затворените и изпъкнали множества с празна геометрична вътрешност не могат да се имитират от други затворени множества.

[14] S. Barov, Jan J. Dijkstra and Maurits van der Meer, On Cantor sets with shadows of prescribed dimension, Topology and its Applications, 159 (2012), 2736-2742.

Абстракт. В настоящата статия ние дискутираме един въпрос на Джон Кобб: при дадени положителни цели числа $m > k > \ell$ съществува ли Канторово множество в $\mathbb{R}^m$, такова че всички негови проекции върху k-равнини *са с размерност точно ℓ? Ние конструираме в $\mathbb{R}^m$ Канторово множество, такова че всички негови сенки (проекции върху хиперравнини) са с размерност точно ℓ за всяко $0 \leq \ell \leq m-1$. Нещо повече, ние разширяваме въпроса на Кобб в Хилбертово пространство ℓ^2. Доказваме, че за всеки компакт K в ℓ^2 и всяко $k \in \mathbb{N}$ съществува гъсто множество от проекции на K върху k-хиперравнини, така че всяка проекция е хомеоморфизъм.*

[15] S. Barov and Jan J. Dijkstra, On exposed points and extremal points of convex sets in and Hilbert space , Fundamenta Mathematicae, 232 (2016), 117-129.

Абстракт. Нека $\mathbb{V}$ е Евклидово пространсво или Хилбертово пространство ℓ^2, нека $k \in \mathbb{N}$, като $< \dim \mathbb{V}$, и нека $B \subset \mathbb{V}$ е затворено и изпъкнало. Нека $\mathcal{P}$ е множество от линейни подпространства на $\mathbb{V}$ с размерност k. Множеството $C \subset \mathbb{V}$ се нарича $\mathcal{P}$-имитация на B, ако B и C имат еднакви проекции върху ортогоналното допълнение на всяко $P \in \mathcal{P}$. Екстремална точка на B по отношение на множеството $\mathcal{P}$ е точка, която принадлежи на сечението на всички затворени подмножества на B, които са $\mathcal{P}$-имитации на B. Една точка $x \in B$ се нарича експозиционна по отношение на $\mathcal{P}$, ако $B \cap (x+P) = \{x\}$ за някое $P \in \mathcal{P}$. В настоящата статия показваме, че всички екстремални точки са граници на редици от експозиционни точки при отворено $\mathcal{P}$.

[16] S. Barov, Smooth convex bodies in with dense union of facets, Topology Proceedings, 58 (2021), 71-83.

Абстракт. Нека B е затворено и изпъкнало в $\mathbb{R}^n$; B се нарича изпъкнало тяло, ако B е компактно и има непразна вътрешност по отношение на $\mathbb{R}^n$. По-нататък, B е гладко, ако B има единствена опорна хиперравнина във всяка точка от нейната границата. Нека $k, n \in \mathbb{N}$ като $k < n$ и нека $\mathcal{G}_k$ означава многообразието на Грасман, състоящо се от всички линейни подпространства в $\mathbb{R}^n$ с размерност k. Сечението F на B и на опорна хиперравнина се нарича стена ако $\dim F = n-1$. Една точка x от B се нарича експозиционна по отношение на $\mathcal{P} \subset \mathcal{G}_k$, ако съществува $P \in \mathcal{P}$, такова че $(x+P) \cap B = \{x\}$. В тази статия, за всяко $n \geq 2$ сме контруирали симетрични и гладки изпъкнали тела $B(n)$ в $\mathbb{R}^n$ чиито обединение от всички стени е гъсто в границата на $B(n)$ и такова, че множеството от всички стени дефинира гъсто множество $\mathcal{P}$ в $\mathcal{G}_k$, така че множеството на всички експозиционни точки на $B(n)$ по отношение на $\mathcal{P}$ е празно.

[17] S. Barov, More on exposed points and extremal points of convex sets in and Hilbert space, Comment. Math. Univ. Carolin., 64, 1 (2023), 63-72.

Абстракт. Нека $\mathbb{V}$ *е сепарабелно реално Хилбертово пространство,* $k \in \mathbb{N}$ *като* $k < \dim \mathbb{V}$*, и нека* B *е изпъкнало и затворено в* $\mathbb{V}$*. Нека* $\mathcal{P}$ *е множество от линейни подпространства на* $\mathbb{V}$ *с размерност* k*. Една точка* $x \in B$ *се нарича експозиционна по отношение на* $\mathcal{P}$*, ако* $B \cap (x + P) = \{x\}$ *за някое* $P \in \mathcal{P}$*. Ние показваме, че изпълнявайки някакви естествени условия,* B *може да бъде реконструирано като изпъкналата обвивка на затворената обвивка на всички нейни експозиционни точки по отношение на* $\mathcal{P}$*, ако* $\mathcal{P}$ *е гъсто и* G_δ*. Също така, ние дискутираме въпроса кога множеството на експозиционните точки по отношение на някое* $\mathcal{P}$ *е* G_δ*-множество.*