Р Е Ц Е Н З И Я

от проф. дмн Йохан Тодоров Давидов,
Институт по математика и информатика, Българска академия на науките

по конкурс за заемане на академичната длъжност **"доцент"**
в област на висше образование *4. Природни науки, математика и информатика*,
професионално направление *4.5 Математика*,
научна специалност *Геометрия и топология*
(изпъкнала геометрия в топологични векторни пространства)

за нуждите на Института по математика и информатика,
Българска академия на науките,

обявен в Държавен вестник No. 69 от 11 август, 2023 и на сайтовете на ИМИ и БАН

Със заповед No. 467/10.10.2023 на Директора на ИМИ проф. дмн Петър Бойваленков съм определен за член на научното жури за процедурата по споменатия по-горе конкурс за заемане на академичната длъжност "доцент". За участие в конкурса е подал документи само главен асистент д-р Стою Цветков Баров. Като член на научното жури получих от д-р Баров всички документи, изисквани от Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагането на ЗРАСРБ и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в БАН.

Кратки биографични данни на кандидата

Д-р Стою Баров е роден на 28 март 1964 в с. Лесичово, област Пазарджик. През 1982 г. завършва Математическата гимназия в Пазарджик. От 1984 до 1989 г. е студент във ФМИ на СУ. След това една година е програмист в ИМИ. През 1992 г. получава магистърска степен по математика (специалност топология). От 1992 до 1998 г, е математик в ИМИ, като през този период е водил упражнения във ФМИ. В периода 1998 - 2001 той е дипломант (graduate student) и асистент по преподаване (graduate teaching assistant) в Department of Mathematics University of Alabama, Tuscaloosa, USA. През 1999 г. е приет за докторант в University of Alabama след успешно положен изпит. Защитава докторска дисертация в този университет през 2001 г, В периода 2001 - 2004 е асистент в Ball State University, Muncie, Indiana, USA. От 2004 г. е на работа в ИМИ-БАН.

Обща характерситика на научните трудове на кандидата.

Д-р С. Баров е представил 15 научни статии за участие в конкурса. Тези статии удовлетворяват минималните изисквания по ЗРАСРБ. От представените статии 6 са самостоятелни, 7 са с един съавтор и 2 с двама съавтори. Статиите, с които С. Баров участва в конкурса, са цитирани 13 пъти от други автори. Той е представил и списък на всички свои публикации и цитирания, който съдържа 18 статии и 17 цитирания (без самоцитирания).

Доколкото ми е известно, статиите на Баров за конкурса не са били използвани за получаване на ОНС "доктор" или за заемане на академична длъжност.

Бих искал да отбележа още, че не съм открил никакви случаи на плагиатство в статиите на Баров.

Статиите на Баров за конкурса са в областта на общата топология и геометричната томография, по-точно онази нейна част, която се отнася до изпъкнала геометрия. Терминът геометрична томография е въведен от R.J. Gardner в началото на този век и означава област от математиката, в която свойства на геометрични обекти се установяват чрез налична информация за техни проекции върху равнини или пресичания с други обекти. В представените от Баров статии се разглеждат и решават интересни и трудни проблеми в тези области. Повечето от тях са публикувани в престижни математически списания.

Анализ на научните постижения на кандидата

В обзора на резултатите на кандидата ще следваме номерацията на статиите в неговия списък на публикациите за конкурса.

Статиите с номера 1-4, 6, 8, 11 са в областта на общата топология.

В статия No. 1 са формулирани резултати, които се доказват в статия No. 2. Мотивацията за разглежданията в тези статии произлиза от едно твърдение на H. J. Schmidt. За да формулираме това твърдение е необходимо да дефинираме класа на HS-пространствата. Ако X е топологично пространство, нека 2^Xе множеството от затворените подпространства на X, снабдено с така наречената топология на Тихонов. Пространството X се нарича HS-пространство, ако за всяко подпространство A на X изображението $i_A : 2^A \to 2^X$, дефинирано като $i_A(B)$ = затворената обвивка на B в X, е непрекъснато. В своя статия H. J. Schmidt твърди, че всяко Хаусдорфово HS-пространство е регулярно (т.е. T_3). Оказва се, обаче, че доказателството на Schmidt е грешно и възниква естественият въпрос да се намерят класове топологични пространства, за които твърдението е вярно. В статии No. 1 и No. 2 се въвежда един интересен клас от топологични пространства, наречени LF-нормални и се доказва, че той съвпада с класа на HS-пространствата. Този резултат се използва, за да се дадат условия, еквивалентни на твърдението на Schmidt. Въведен е и широк клас от топологични пространства, за които това твърдение е вярно.

Преди да се спрем на статия No. 3 ще напомним понятията, които се използват както в нея, така и статия No. 8. Компактно накриващо изображение е непрекъснато изображение $X \to Y$, такова че всеки компакт в Y е образ на компакт в X. Ако всяко изброимо и компактно множество в Y е образ на компакт в X, изображението се нарича изброимо компактно накриващо. s-изображение се дефинира чрез изискването прообразът на всяка точка да е изброимо и навсякъде гъсто подмножество, т.е. сепарабелно подмножество. Топологичното пространство X се нарича компактно породено или k-пространство, ако едно негово подмножество U е отворено тогава и само тогава, когато за всяко компактно пространство K и всяко непрекъснато изображение $f : K \to X$, множеството $f^{-1}(U)$ е отворено в K.

Основният резултат в статия No. 3 установява еквивалентност между условието едно Хаусдорфово топологично пространство X да е образ на метрично пространство чрез компактно накриващо, фактор, s- изображение и условието X да е компактно породено пространство (k-пространство), притежаващо точково изоброимо покритие със специално свойство. Анонсиран е и резултат, който се доказва в статия No. 8.

В статия No. 8 са характеризирани топологичните пространства X, които са образ на метрично пространство чрез компактно накриващо, фактор, s-изображение. Показано е, че това условие за X е еквивалентно на всяко от следните условия: X е образ на метрично пространство чрез изброимо компактно накриващо, фактор, s-изображение; X е k-пространство със специални свойства, на които тук няма да се спираме.

Мотивацията за статия No. 4 произлиза от статии на B. Burke и E. Michaell, и E. Michaell и K. Nagami. В нея се характеризират някои свойства на топологичните пространства чрез съществуването на звездно изборимо покритие с определени свойства. Звездно изброимо е такова покритие, че всяко негово множество се сече с най-много изброимо много множества от покритието.

Сега да напомним, че селекция на функция φ, която на всяка точка от множество X съпоставя непразно подмножества на множество Y, се нарича изображение $f : X \to Y$, такова че $f(x) \in \varphi(x)$. В комплексния анализ f се нарича еднозначен клон на многозначната функция φ. Ако X и Y са топологични пространства и φ има свойството, че за всяко отворено подмножество U на Y множеството $\varphi^{-1}[U] = \{x : \varphi(x) \cap U \neq \emptyset\}$ е отворено в X, то за φ се казва, че е полунепрекъсната отдолу (LSC за краткост).

Разглежданията в статия No. 6 са мотивирани от две теореми на M. Frantz за продължаване на непрекъснати функции, дефинирани върху затворени подмножества на нормално пространство и приемащи стойности в интервала $I = [0, 1]$. В статията се доказват теореми за непрекъснати селекции на LSC функции, дефинирани в паракомпактно или нормално изоброимо паракомпактно пространство на Тихонов (пространство на Тихонов= $T_{3\frac{1}{2}}$-пространство = напълно регулярно пространство) със стойности подмножества на изпъкнало множество в сепарабелно Банахово пространство. Като следствие се получават теоремите на Frantz. Дава се и сравнително просто доказателство на теорема на Frantz, за която той твърди, че разполага с доказателство, но то е много сложно.

В статия No. 11 нормалните и изброимо паракомпактни T_1 топологични пространства X са характеризирани чрез съществуването на специални непрекъснати селекции на многозначни LSC-функции, дефинирани върху X, чиито стойности са изпъкнали подмножества с крайномерна афинна обвивка на сепарабелно Банахово пространство.

Статиите с номера 9, 10 и 12-17 могат да се отнесат в областта на геометричната томография (изпъкнала геометрия).

За да направим преглед на статиите на Стою Баров в тази област е удобно да означим с $\mathcal{G}_k$ Грасмановото пространство от затворените k-мерни линейни подпространства на сепарабелното Хилбертово пространства ℓ^2 или $\mathbb{R}^n$. Грасманианът $\mathcal{G}_k$ снабдяваме с топологията, породена от метриката, дефинирана чрез Хаусдорфовото разстояние: разстоянието между две затворени k-мерни линейни подпространства е Хаусдорфовото разстояние между техните сечения със затвореното единично кълбо. За всяко подмножество $\mathcal{P}$ на $\mathcal{G}_k$ можем да разглеждаме проекциите на дадено подмножество C на ℓ^2 или $\mathbb{R}^n$ в направление на пространствата $L \in \mathcal{P}$, т.е. ортогоналните проекции на C върху подпространствата $L^\perp$ от коразмерност k.

В статия No. 9 се доказва, че ако проекциите на едно затворено и неизпъкнало подмножество C на ℓ^2 върху всички подпространства от коразмерност k (т.е., ако $\mathcal{P} = \mathcal{G}_k$) са изпъкнали и не съвпадат със съответното подпространство, то множеството C съдържа копие на ℓ^2, т.е. затворено подмножество, хомеоморфно на ℓ^2. Резултат от подобен тип за подмножества C на $\mathbb{R}^n$ е получен от S. Barov, J. Cobb и J. Dijkstra, които показват, че C съдържа копие на $\mathbb{R}^{n-k-1}$. Поради безкрайната размерност на пространството ℓ^2, доказателството в този случай изисква различен подход и е по-сложно. Всъщност, копието на ℓ^2 е сечението на затворените подмножества на ℓ^2, които имат същите проекции върху подпространствата от коразмерност k като C.

В статия No. 10 споменатият резултат на Barov-Cobb-Dijkstra съществено се обобщава като се показва, че той е в сила при по-слабото предположение, че множеството $\mathcal{P}$ от направленията на проектиране е непразно и отворено в $\mathcal{G}_k$. Освен това е доказано, че за отворени $\mathcal{P}$ остава в сила и резултат на J. Dijkstra, T. Goodsell и D. Wright, съгласно който ако проекциите на компактно и неизпъкнало подмножество C на $\mathbb{R}^n$ върху всички подпространства от коразмерност k, т.е. ако $\mathcal{P} = \mathcal{G}_k$, са изпъкнали и не съвпадат със съответното подпространство, то множеството C съдържа копие на сферата S^{n-k-1}.

В статия No. 12 резултатът на Barov-Cobb-Dijkstra се обобщава по-нататък за случая, когато множеството $\mathcal{P}$ е някъде гъсто (затворената обвивка на $\mathcal{P}$ има непразна вътрешност).

В статия No. 13 основният резултат на статия No. 9, споменат по-горе, отнасящ се до Хилбертовото пространство ℓ^2, се обобщава за случая на някъде гъсто множество $\mathcal{P}$ от направленията на проектиране.

Статия No. 14 е мотивирана от въпрос, поставен от J. Cobb. В нея се доказва, че ако n и k са цели числа, $n \geq 2$, $0 \leq k \leq n-1$, то съществува Канторово множество в $\mathbb{R}^n$, всички проекции на което върху $(n-1)$-мерните подпространства са от размерност k. За Хилбертовото пространство ℓ^2 е показано, че за всяко n съществува Канторово множество, чиито проекции върху всички n-мерни подпространства са от размерност $n-1$.

За по-нататъшното изложение са необходими някои дефиниции.

Ако B е затворено и изпъкнало подмножество на ℓ^2 или $\mathbb{R}^n$ и $\mathcal{P}$ е подмножество на Грасманиана $\mathcal{G}_k$, една точка $x \in B$ се нарича експозиционна относно $\mathcal{P}$, ако съществува k-мерно подпространство $P \in \mathcal{P}$, което "пренесено успоредно през точка x", сече B само в точка x: $\{x+P\} \cap B = \{x\}$. Точка $x \in B$ се нарича екстремална относно $\mathcal{P}$, ако тя принадлежи на сечението на всички затворени подмножества на B, чиито проекции по направленията на $\mathcal{P}$ съвпадат с тези на B.

Множеството от експозиционните точки на B относно $\mathcal{P}$ означаваме с $\chi_p^k(B,\mathcal{P})$, а множеството от екстремалните точки на B относно $\mathcal{P}$ - с $\chi_t^k(B,\mathcal{P})$.

В статия No. 15 е доказано, че ако $\mathcal{P}$ е отворено, то $\chi_p^k(B,\mathcal{P})$ е навсякъде гъсто в $\chi_t^k(B,\mathcal{P})$. Освен това, за подмножества B на $\mathbb{R}^n$ с $n \geq 2$, $\chi_p^1(B,\mathcal{P})$ е G_δ-множество в $\chi_t^1(B,\mathcal{P})$.

В статия No. 16 се дава положителен отговор на въпрос, свързан с резултатите в статия No. 15, а именно: има ли компактно и изпъкнало подмножество B на $\mathbb{R}^n$ и навсякъде гъсто подмножество $\mathcal{P}$ на $\mathcal{G}_{n-1}$, такова че $\chi_p^{n-1}(B, \mathcal{P}) = \emptyset$. В статия No. 16 за всяко $n \geq 2$ са построени множества B и $\mathcal{P}$ с тези свойства.

В статия No. 17 се доказва, че ако B е затворено и изпъкнало подмножество на ℓ^2 или $\mathbb{R}^n$, което допълнително удовлетворява някои геометрични условия, които тук няма да формулираме, и ако $\mathcal{P}$ е навсякъде гъсто подмножество на $\mathcal{G}_k$, то

$$cl < \chi_p^k(B, \mathcal{P} >=< cl\chi_p^k(B, \mathcal{P} >= B,$$

където clA означава затворената обвивка на едно множество A в $\mathbb{R}^n$, а $< A >$ е изпъкналата обвивка на A. Този резултат може да се разглежда като аналог на теоремата на Krein и Milman (за всяко компактно и изпъкнало множество A, $cl <$ екстремните точки на А $>= A$, като в тази теорема понятието за екстремна точка е различно).

Педагогическа дейност

Стою Баров е водил упражнение по Applied Differential Equations, Calculus и Intermediate Algebra в University of Alabama и по ДИС I и II част във ФМИ на СУ. Бил е ръководител (съвместно с J. Dijkstra) на един студент в магистърска програма на Free University – Amsterdam.

Участие в научни проекти

С. Баров е участвал в 2 научни проекта, финансирани от Фонд "Научни изследвания". Имал е 2 лични гранта- един от Netherlands Organization for Scientific Research и един Ball State Research Grant.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Документите и материалите, представени от гл. ас. Стою Баров, отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за реда и условията за получаване на академична степен и заемане на академична длъжност на БАН.

Резултатите, получени от С. Баров, са важен принос в развитието на общата топология и изпъкналата геометрия. Неговите научни постижения надхвърлят обичайните изисквания за заемане на академичната длъжност "доцент".

Въз основа на гореизложеното, препоръчвам на научното жури да предложи на Научния съвет на ИМИ-БАН да гласува положително гл. ас. д-р Стою Цветков Баров да заеме академичната длъжност "доцент" в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, научна специалност Геометрия и топология (изпъкнала геометрия в топологични векторни пространства).

16.11.2023 Рецензент:

(проф. дмн Йохан Давидов)