Р Е Ц Е Н З И Я

по конкурс

за заемане на академична длъжност „доцент“

В професионално направление 4.5 Математика

Научна специалност

„Геометрия и топология“

(Изпъкнала геометрия и топологични векторни пространства)

Конкурсът е обявен за нуждите на Института по математика и информатика (ИМИ) на БАН

в ДВ бр.69/11.08.2023

Рецензията е изготвена от проф. дмн Петър Стоянов Кендеров, пенсионер, в качеството му на член на научно жури, назначено със заповед № 467 от10.10.2023г. на проф. Петър Боъваленков, директор на ИМИ-БАН.

За участие в конкурса документи е подал д-р Стою Цветков Баров от секция „Анализ, геометрия и топология“ на ИМИ-БАН

Общо описание на представените документи по конкурса

Представените от кандидата документи съответстват на изискванията на ЗРАСРБ и Правилника за неговото приложение, както и на приетите в БАН и в ИМИ-БАН правилници за придобиване на научни степени и заемане на научни длъжности. За участие в конкурса Стою Баров е представил всички изискуеми материали и документи (общо 17 на брой). Те са достатъчни за формиране на окончателното ми мнение по този конкурс.

Биографични данни за кандидата

Стою Баров е роден на 28 март, 1964 г., в село Лесичево, област Пазарджик. През 1982 г. завършва Математическата гимназия в Пазарджик. От 1984 г. до 1989 г. е студент във Факултетета по математика и информатика на Софийски университет „Св. Климент Охридски“. Средният му успех по веме на обучението е Много добър 4,86, а средният успех от държавните изпити –Отличн 6,00. С решение на Държавна изпитна комисия от февруари 1992 г. му е призната квалификация „Математик“ със специалност „Топология“. Дипломната му работа е разработена под ръководството на българския тополог Георги Димов. От август 1998 г. до месец май 2001 г. е докторант в Университета в Алабама (Tuscaloosa), където защитава дисертация и получава диплома за „доктор по философия“ – степен, приравнена от БАН с българската образователна и научна степен „доктор“ на 22.06.2015 година (Диплом № 000035).Темата на дисертацията е „On closed sets with convex shadows” и е разработена под ръководството на професор Jan J. Dijkstra. В собственоръчно написанотоот Стою Баров резюме (жизнеописание) думата „closed“ от заглавието на дисертацията му е пропусната.

След завършване на висше образование през 1989 г. работи като програмист до септември 1992 г. в Институт по информатика на БАН. В периода Март 1992 - Юни 1998 е математик в ИМИ-БАН. Едновременно преподава във Факултета по математика и информатика различни математически дисциплини..

След защитата на доктората работи (от август 2001 г. до май 2004 г.) като асистент в Ball State University, САЩ. От юни 2004 г. до сега работи в ИМИ-БАН.

Общо описание на научните трудове и постижения, с които участва в конкурса

Списъкът на всички публикувани статии съдържа 17 заглавия. В пет от статиите Баров е единствен автор. Останалите статии са публикувани в съавторство. Три от най-ранните публикации са в „Доклади на БАН“. Сред останалите виждаме статии в реномирани списания като Journal of London Math. Society, Transactions of Amer. Math. Society, Proceedings of Amer. Math. Society, Pacific Journal of Mathematics, Topology and its Applications, Fundamenta Mathematicae, Journal of Topology and Analysis и други. За участие в този конкурс кандидатът е представил 15 статии. Останалите две (с номера 5 и 7) изглежда са използвани при защитата на дисертация за получаване на степента „доктор“.

В изследванията на кандидата се очертават две области на научни интереси. Първата област е част от Общата топология и е представена чрез статиите с номера 1, 2, 3, 4, 8 и 11 от списъка с публикациите. Втората област, където са останалите статии, е свързана със свойствата на множествата в хилбертови пространства, чиито ортогонални проекции върху различни собствени подпространства са изпъкнали („хвърлят изпъкнала сянка“) В известен смисъл, тези две области съответстват на хронологичната еволюция на научните интереси на кандидата, но има и „смесване“. За да илюстрираме, каква е същината на тези две области, ше направим извадка от резултатите във всека една от тях.

Първата област е изцяло свързана с общата топология. Обект на чести изследвания там е т. нар. *хиперпространство* 2^X от всички затворени и непразни подмножества F на топологичното пространство (X, τ). Има голямо разнообразие от начини, по които 2^X може да бъде снабдено с топология. В съвместните статии с номера 1 и 2, Стою Баров, Г. Димов и Ст. Недев работят с най-рано появила се топология T за хиперпространства (наречена по понятни причини с името на Тихонов). В нея за база служат всички множества от вида $\{F \subset U: F \in 2^X\}$,   където U е произволно дадено отворено множество на (X, τ). Хиперпространството с тази топология е означено с $2^{X,T}$. Макар и естествена, тази топология T има и сериозни недостатъци. Тя не е хаусдорфова (отделима). Освен това, всяко подмножество A на X поражда естественото изображение $i_A: 2^{A,T} \to 2^{X,T}$, съпоставящо на всяко затворено в A множество B затворената обвивка на B в X. Това естествено изображение не е длъжно да е непрекъснато. В статиите 1 и 2 авторите дават вътрешна характеристика на пространствата, за които изображението i_A е непрекъснато. Показват, че класът на такива пространства се запазва при затворени изображения и уточняват твърдения на други автори.

В самостоятелните статии 3 и 8 Баров разглежда въпроса за т. нар. *компактно-покриващи изображения* $f: X \to Y$, при които за всеки компакт K в Y съществува такъв компакт K‘ в X, че K $\subset f(K')$. Интересен е въпросът, кога едно факторно изображение $f: X \to Y$ със сепарабелни фибри $f^{-1}(y)$ на метрическо пространство X е компактно-покриващо? В статия 8 е доказано, че това е вярно точно когато за всеки изброим компакт K има компакт K‘, чийто образ покрива K. Интересен момент тук е забелязаната връзка с пространствата с *точково-изброима база* и развития инструментариум за работа с точково-изброими покрития. Това по естествен начин води до използване на *звездно-изброими* фамилии от множества, при които всеки елемент на фамилията пресича най-много изброимо много други множества от фамилията. Тези фамилии са основен инструментариум в статия 4.

Друг фокус в тази област са статиите 6 и 11. Те са свързани с намирането на непрекъснати селекции на многозначни изображения, чиито образи избягват някакви множества. В такива термини е намерена характериазация на нормалните и слабо-паракомпактни пространства (теорема 4 на статия 6), както и характеризация на паракомпактните пространства (теорема 5 на статия 6). Същия тип характеризация на слабо-паракомпактните нормални пространства е дадена и в Теорема 1 на статия 11, в която се използва съществуването на такава непрекъсната селекция на многозначно изображение с изпъкнали крайномерни образи в сепарабелно Банахово пространство, че образите на селекцията да са в релативната вътрешност на образите на многозначното изображение. Както е показано в статия 6, този род резултати могат да се използват при доказателството на теореми за продължаване върху цялото пространство X на непрекъснати реално-значни функции, дефинирани в подмножество на X .
На пръв поглед, тези изследвания в областта на Общата топология изглеждат разнородни и „разпръснати“. Но между тях има ясна тематична връзка. Всяко многозначно изображение $\varphi: X \rightarrow Y$ може да се разглежда като еднозначно изображение от X в хиперпространството 2^Y . Ако $f: Y \rightarrow X$ е еднозначно изображение, то неговото обратно изображение $f^{-1}: X \rightarrow Y$ е многозначно. Ако f^{-1} допуска непрекъсната еднозначна селекция, то f автоматично (и тривиално!) е компактно-покриващо изображение.

Ако за топологичната област на изследвания на кандидата е трудно да очакваме някаква приложимост извън математиката, за втората област това не е така. Извличането на информация за свойствата не едно подмножество В на крайномерно евклидово пространство R^n или хилбертовото пространство l^2, от информацията, която имаме за неговите ортогонални проекции върху определен клас линейни подпространства (или транслати на линейни подпространства), е често срещана в практиката и науката необходимост. На тази тема е посветена дисертацията на Стою Баров. Той е продължил и след защитата да развива тази тематика съвместно с научния си ръководител. Единичната сфера S^{n-1} на крайномерно евклидово пространство R^n е добър пример за това, какво можем да очакваме в тази ситуация. Всички проекции върху афинни подпространства (транслати на линейни подпространства) на S^{n-1} са изпъкнали, а самото множество S^{n-1} не е изпъкнало. Има редица изследвания, чиято цел е да покаже, че ако проекциите на множеството В са изпъкнали, то В „съдържа нещо подобно на S^{n-1}“ . В статия извън представените по конкурса Баров, Cobb, and Dijkstra доказват, че ако едно затворено в R^n множество С има изпъкнали проекции върху всяко k-мерно аффинно подпространство, то това множество съдържа затворено помножество, което е (k-1)-мерно многообразие без граница. Целта на труд 9 е да изследва в каква степен подобни резултати се запазват и в безкрайномерното хилбертово пространство l^2. Теорема 1 от тази статия твърди, при определени условия, че ако проекциите на С върху всички афинни подпространства с коразмерност k са изпъкнали, то С съдържа топологическо копие на самото l^2 (тук k е произволно естествено число). Има обаче и сериозни различия от крайномерния случай. Съгласно Теорема 13 от статия 9, ако крайномерните проекции на едно компактно подмножество С на l^2 са изпъкнали, то и самото множество С е изпъкнало (единичната сфера на l^2 не е компактно множество).

Друга сродна линия на изследване е застъпена в труд 10. Разглеждат се проекции само върху хиперравнини в R^n (подпространства с коразмерност 1), където $n \geq 3$. В този частен случай проекциите се наричат *сенки*. Известно е, от резултат на Dijkstra, Goodsell, and Wright, че ако всички сенки на компакт С са изпъкнали, то С съдържа копие на S^{n-2} . В статия 10 на Баров е доказано, че резултатът остава в сила и при по-слаби изисквания: достатъчно е да поискаме образите да са изпъкнали за някое отворено множество от направления на проектиране. Този резултат е засилен значително в труд 12: достатъчно е да поискаме образите да са изпъкнали за множество от направления на проектиране, което е гъсто в някое отворено множество.

Идеята за отслабване на изискванията за множеството от направления на проектиране е прокарана и в хилбертовото пространство l^2. В статия 13 е показано, че резултатите от статия 9 запазват силата си и при по-бедна, но достатъчно богата (т. е. някъде гъста) фамилия от проекции. В статия 13 е изследван и въпросът за съществуване на „минимални имитации“на множеството С. Това са такива подмножества В ⊂ С, за които затворените обвивки на проекциiите им съвпадат. Целта е да се намерят минимални в някакъв смисъл имитации на С. Теорема 4 показва, че ако геометричната вътрешност на С е празно множество, то за С няма различни от него самите имитации.

Статия 14 третира обратен, в известен смисъл,въпрос: Колко лошо може да бъде множество, което има хубави проекции? Т.е. до къде могат да се простират очакванията ни за свойствата на едно множество С, ако неговите проекции или сенки имат някакви добри свойства? Още през 1947 г. Барсук дава пример на проста дъга в пространството, чиито проекции върху всяка равнина имат вътрешност. Има и Канторови съвършенни множества с такова свойство. Значи, от това, че проекциите имат вътрешност, не може да се заключи, че и самото множество има вътрешност. През 1994 г. Кобб конструира Канторово множество в R^3, всички сенки на което са едномерни и поставя въпроса: При дадени числа $n > l \geq k \geq 0$, има ли Канторово множество в R^n, за което всички проекции върху $l -$ мерни афинни подпространства са точно $k -$ мерни? В теорема 1 на тази статия се дава положителен отговор на този въпрос за лучая, когато $l = n - 1$. Доказано е също (теорема 2), че за всяко естествено число m съществува Канторово множество в l^2 , чиито проекции върху всяко $m -$мерно афинно подпространство са $(m-1)-$ мерни.

В статия 15 се въвежда понятието „екстремална точка“ и по ограничителното понятие „експонирана точка“ на множество В по отношение на фамилия Р от k – мерни линейни подпространства на l^2 . По дух и съдържание тези понятия съответстват на понятията със същите имена от Функционалния анализ и Теорията на оптимирането. Доказано е, че ако Р е отворено множество (в топологията на Грасмановото многообразие от всички k – мерни линейни подпространства), то множеството на експонираните точки е гъсто в множеството на екстремалните точки. Този резултат е директна подсказка за търсене на аналог на теоремата на Крейн-Милман за представяне на дадено компактно изпъкнало множество като изпъкнала и затворена обвивка на екстремалните/експонираните точки на множеството. В статия 17 е показано, че има аналог на теоремата на Крейн-Милман, ако фамилията Р съдържа гъсто G_δ подмножество на Грасмановото многобразие.

Написаното до тук, според мен, е напълно достатъчно за формиране на положително отношение към кандидатурата на Стою Баров по този конкурс.

Лични впечатления

Имам бегъл спомен от времето, когато Стою Баров беше студент в сектора по топология и съм чувал добри думи за него от покойния проф. Стоян Недев. След заминаването му в чужбина не съм контактувал с него и не съм следил развитието му в научен смисъл. Сега в качеството си на рецензент установих, че е бил ангажиран със съвременни и съдържателни изследвания и е реализирал сериозни научни приноси.

Заключение

От предоставената ми по тази процедура информация, личи, че статиите, цитиранията и другите дейности на Баров покриват изискванията на ИМИ-БАН за заемане на академичната длъжност „доцент“. Не съм установил плагиатство.

Въз основа на написаното по-горе, давам положителна оценка на тази кандидатура и препоръчвам на на научното жури да предложи на Научния съвет на ИМИ-БАН да избере д-р Стою Цветков Баров по този конкурс за заемане на академичната длъжност „доцент“ в професионално направление 4.5 Математика, Научна специалност „Геометрия и топология“ (Изпъкнала геометрия и топологични векторни пространства).

20.11.2023 г. Подпис:
София

проф. дмн Петър Стоянов Кендеров