

СТАНОВИЩЕ

върху дисертационен труд на тема

Математически модели в популационната динамика с обобщени функции на растеж
на

Тихомир Богословов Иванов

за придобиване на образователна и научна степен „доктор”
в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5. Математика,
докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката”

от

проф. д-р Нели Стоянова Димитрова
Институт по математика и информатика при БАН

Настоящото становище е изготвено въз основа на заповед № 162 от 06.06.2018 г. на Директора на Института по математика и информатика при БАН акад. Веселин Дренски.

Общо описание на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд се състои от четири глави, приложение и списък с използвани литературни източници. Общият обем на дисертацията е 106 страници. Списъкът с литературни източници съдържа 84 заглавия, включвайки трите публикации на дисертанта.

Дисертационният труд е посветен на класическа тематика с дългогодишна история. Въпреки че първият математически модел за изучаване на екосистемата хищник–жертва (известен като модел на Лотка–Волтера) е предложен преди повече от 90 години, интересът към тази тематична област продължава да е голям и това се потвърждава от огромния брой публикации оттогава до наши дни.

Глава 1 на дисертацията има уводен характер. Тук се прави кратък и стегнат обзор на известни модели от популационната динамика, като акцентът е върху влиянието на специфичните функции на растеж на популациите върху поведението на динамичната система. Тази част на дисертацията предлага мотивация за важността на разработваната тематика и умело насочва към отворените проблеми по темата.

В *Приложението* е направен обзор на основни понятия и твърдения от теорията на динамичните системи, които се използват в дисертацията.

В дисертационния труд е представена и *авторска справка* с основните резултати, описани подробно в глави 2, 3 и 4 на дисертацията, както и списък на публикациите и цитиранията на дисертанта и участието му с доклади на семинари и конференции у нас и в чужбина.

Основните резултати в дисертацията се съдържат в глави 2, 3 и 4, които ще бъдат коментирани по-долу.

Анализ на научните и научноприложните постижения в дисертационния труд

Глава 2 разширява резултатите на модел от тип хищник–жертва с обобщени (англ. generic) функции на растеж и смъртност на популацията – хищник, предложен в статия на А. J. Terry от 2014 г. Разширението се състои в използването на специфичната функция на растеж на Beddington–DeAngelis вместо функцията на Holling от тип II в оригиналната статия на А. J. Terry. Използването на моделната функция на Beddington–

DeAngelis е поставено като отворен проблем в статията на А. J. Terry. Така полученият модел е изследван подробно, като първо са доказани основни свойства на решенията, смислени от гледна точка на интерпретацията на модела: положителна инвариантност на положителния квадрант, равномерна ограниченост на неотрицателните решения, съществуване и единственост на решенията при положителни начални условия. По-нататък са изследвани съществуване и единственост на равновесни точки в зависимост от параметрите на модела, изследвана е тяхната локална асимптотична устойчивост. Важна от гледна точка на приложенията е вътрешната (с две положителни компоненти) равновесна точка E_3 , за която е доказано, че ако E_3 е локално асимптотично устойчива, то тя е и глобално асимптотично устойчива (Теорема 6); доказателството се основава на критерия на Dulac. Доказано е съществуване на периодична орбита около E_3 в случая, когато E_3 не е локално асимптотично устойчива (Теорема 5). Изследвано е и поведението на решенията на модела в околност на граничните равновесни точки (с една или две нулеви компоненти). Подробният математически анализ показва, че модифицираният модел със специфична скорост на растеж на Beddington–DeAngelis и при направените предположения за обобщените функции на растеж и смъртност на популацията – хищник описва трите стандартни режима на поведение на екосистемата – изчезване на двете популации, отмиране на популацията – жертва, оцеляване на двете популации чрез периодични осцилации или устойчиво равновесие. Проведените числени симулации в системата Mathematica умело илюстрират и потвърждават получените теоретични резултати.

Глава 3 е посветена на друг известен от литературата математически модел от тип хищник–жертва, който в допълнение описва и защитно поведение на жертвата. В този модел за първи път са въведени обобщени функции на растеж и смъртност на популацията – хищник, а като специфична скорост на растеж е използвана функцията на Holling от тип II (известна още като функция на Моно). За разлика от въведените в Глава 2 обобщени функции на растеж тук са направени по-общи предположения за тях в опит да се опише по-адекватно наблюдаваното разнообразно поведение на една екосистема в реални условия. Както и в Глава 2, тук са доказани основните свойства на решенията на динамичната система като положителна инвариантност на положителния квадрант, равномерна ограниченост на неотрицателните решения, съществуване и единственост на решенията при положителни начални условия. Показано е, че винаги съществуват гранични (с една или две нулеви компоненти) равновесни точки, а при направените предположения за обобщените функции на растеж и в зависимост от параметрите на модела могат да съществуват до четири вътрешни (с две ненулеви компоненти) равновесни точки, което показва наличие на по-богата динамика на системата. Изследвана е локалната устойчивост и появата на бифуркации на Андронов–Хопф и на Богданов–Такенс на равновесните точки в зависимост от параметрите на модела. Глобалното поведение на моделните решения в случая на нула, една или две вътрешните равновесни точки е изследвано подробно в Теореме 7, 8, 9 и 10; доказателството за глобална устойчивост в случая на единствено вътрешно равновесие (Теорема 9) се основава на подходящо конструирана функция на Ляпунов. Случаите на съществуване на по-голям брой вътрешни равновесни точки са демонстрирани и коментирани чрез умело подбрани числови примери. Числените симулации и визуализацията отново са направени със системата Mathematica.

Глава 4 е посветена на валидиране на използването на обобщени функции на развитие на дадена популация на базата на реално получени експериментални данни. Естествената среда в лабораторни условия за проследяване на растежа на дадена биомаса е непрекъснатият биореактор (хемостат). Класическият базов модел се описва с две нелинейни обикновени диференциални уравнения и със специфична функция на

растеж на организмите от тип на Моно. Този модел е модифициран чрез въвеждане на обобщена функция на растеж на биомасата. Изследвани са свойствата на решенията на обобщения модел като съществуване и локална устойчивост на равновесни точки, съществуване, единственост и ограниченост на положителните решения на динамичната система. Доказана е глобална устойчивост на равновесната точка E_1 на отмиване на биомасата (Теорема 14), както и на вътрешното равновесие E^* в случаите когато то съществува (Теорема 15). Доказателствата на двете теореми са направени чрез конструиране на подходящи функции на Ляпунов и прилагане на принципа за инвариантност на Ласал. Тук е включено и кратко описание на реалните експерименти с два щама микроорганизми. След идентификация на параметрите на модела са проведени компютърни симулации, които показват, че предложеният модифициран модел с нелинейни (обобщени) функции на растеж на биомасата е по-гъвкав и описва по-добре представените експериментални данни.

Познаване на състоянието на проблема

Дисертационният труд е от интердисциплинарна област, свързана с прилагане на съвременни математически методи за изучаване на динамични модели на екосистеми от тип хищник–жертва. Изследванията в една такава област изискват както задълбочени познания от математическата теория на динамичните системи и в частност на автономните системи от нелинейни обикновени диференциални уравнения, но също и добро познаване на принципите на математическото моделиране, в частност на модели на биопроцеси и биосистеми с цел адекватно интерпретиране на получените теоретични резултати.

Цитираните литературни източници в дисертацията показват, че дисертантът е добре запознат с теорията на динамичните системи, има отлични умения за програмиране в среда на Mathematica. От получените в дисертацията резултати се вижда, че той умело използва тези знания за качественото изследване на нови математически модели в популационната динамика (и не само такива).

Считам, че дисертантът показва добро познаване на състоянието на проблема, използва съвременни методи и техники за изследване и решаване на поставените задачи.

Оценка на приносите

Формулираните от дисертанта приноси в дисертацията и в автореферата правилно отразяват постигнатите резултати.

Преценка на публикациите

Резултатите от дисертацията са публикувани в 3 излезли от печат статии, една от които е в международно списание (Mathematics and Computers in Simulation (MATCOM)) с импакт фактор (ISI Impact Factor 1.476 за 2017 г.), една е в международно списание BIOMATH (индексирано в международни реферативни база данни) и една публикация е в рецензирано международно списание. Забелязани са два цитата в списания с импакт фактор на публикацията от списание MATCOM.

Оценка на автореферата

Авторефератът на дисертацията е с обем от 28 страници. В него е обоснована актуалността на разглежданата тема, формулирани са целите и са поставени задачите за изследване. Представени са основните и най-важни резултати, получени в дисертацията, както и приносите и публикациите на автора, участието му с доклади в международни конференции и семинари у нас и в чужбина, имащи отношение към разработваната тематика. Считам, че авторефератът отразява пълно и точно резултатите в дисертацията, както и мястото и връзката им с резултатите на други автори.

Личните ми впечатления от дисертанта са отлични. Те се основават на преките ни контакти, които датират от 2012 г., когато Тихомир Иванов дойде като стажант в института в тогавашната секция „Биоматематика” (сега „Математическо моделиране и числен анализ”). Същата година завърши успешно и стаж по програмата „Студентски практики” на МОН. Стажовете приключиха с разработване на проект от областта на популационната динамика и публикация в поредицата „Научни известия” на ИМИ (която не е включена в дисертационния труд). Тази публикация стана основа на магистърската дипломна работа на Т. Иванов, защитена с отлична оценка в катедра „Изчислителна математика и математическо моделиране” на ФМИ при СУ „Св. Кл. Охридски”. Като научен ръководител на дисертанта мога да заявя, че той е сериозен и прецизен в работата си, отнася се отговорно към поставените му задачи. Т. Иванов е перспективен млад човек, който има сериозни математически познания, широк диапазон от умения в областта на информатиката, притежава качества за самостоятелна изследователска работа.

Критични бележки

По същество нямам критични бележки към представения дисертационен труд.

Заклучение

Въз основа на всичко изложено до тук считам, че представеният дисертационен труд отговаря на всички изисквания на ЗРАСРБ, на неговия Правилник и Правилниците за прилагане на ЗРАСРБ на БАН и ИМИ, затова убедено препоръчвам на почитаемото научно жури *да присъди на Тихомир Богословов Иванов образователната и научна степен "доктор"* в област на висше образование: 4 Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката”.

17 юли 2018 г.
София

.....
Нели Димитрова