Резюмета на публикациите

на гл. ас. д-р Тихомир Вълчев

за участие в конкурс за *доцент* в област на висше образование

4. *Природни науки, математика и информатика*,

професионално направление 4.5. *Математика*,

научна специалност *Уравнения на математическата физика*,

обявен в *Държавен вестник*, бр. 108/22.12.2020 г.

По-долу са дадени резюметата на английски и български език на публикациите, представени за участие в конкурса, в ред, съвпадащ с този от съответния списък с публикации, вж. файла *Публ_конкурс.pdf*.

1. Valchev, T., *Multicomponent Nonlinear Evolution Equations of the Heisenberg Ferromagnet Type. Local versus Nonlocal Reductions*, to appear in: Proceedings of XXIInd International Conference on Geometry, Integrability and Quantization, June 8-13, 2020, Varna, Eds.: I. Mladenov, Avangard Prima, Sofia, 2021, arXiv: 2011.13437v1[nlin.SI].

Abstract: The report is dedicated to systems of matrix nonlinear evolution equations related to Hermitian symmetric spaces of the type **A.III**. The systems under consideration generalize the 1+1 dimensional Heisenberg ferromagnet equation in the sense that their Lax pairs are linear bundles in pole gauge like for the original Heisenberg model. We shall present here certain local and nonlocal reductions. A local integrable deformation and some of its reductions will be discussed too.

Резюме: Докладът е посветен на системи от матрични нелинейни еволюционни уравнения, свързани с ермитови симетрични пространства от серията **A.III**. Разглежданите системи обобщават 1+1-мерното уравнение за феромагнетика на Хаизенберг, в смисъл че Лаксовите им двойки са линейни снопове в полярна калибровка подобно на оригиналното Хайзенбергово уравнение. Тук ще бъдат представени някои локални и нелокални редукции. Също така ще бъде разгледана и локална деформация [на споменатите системи] заедно с някои нейни редукции.

2. Valchev, T., Myrzakulov, R., Nugmanova, G. and Yesmakhanova, K., *On Nonlocal Reductions of a Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation*, In: AIP Conference Proceedings, **2159**, Ed.: A. Slavova, AIP Publishing, 2019, 030037-1 – 030037-13, https://doi.org/10.1063/1.5127502 (Proceedings of 6th International Conference NTADES, 1-4 July, 2019, Sts. Constantine and Helena).

Abstract: We study nonlocal reductions of a coupled system of equations in 1 + 1 dimensions of the Heisenberg ferromagnet type. The system under consideration is completely integrable through inverse scattering transform and has a Lax pair related to a linear bundle in pole gauge. We describe

the integrable hierarchy of nonlinear equations related to our system in terms of generating operators. We present some special solutions associated with four distinct discrete eigenvalues of scattering operator. Using the Lax pair diagonalization method, we derive recurrence formulas for the conserved densities and find the first two simplest densities.

Резюме: Изследвани са нелокални редукции на система от две 1+1 –мерни уравнения от типа на феромагнетика на Хайзенберг. Разглежданата система е напълно интегруема чрез метода на обратната задача на разсейването и има представяне на Лакс, свързано с линеен сноп в полярна калибровка. Описана е цялата интегруема йерархия от нелинейни уравнения, към които се отнася по-горната система, с помощта на пораждащи оператори. Показани са частни решения, свързани с 4 собствени стойности на оператора на разсейването. С помощта на метода на диагонализация на Лаксовата двойка са изведени рекурентни формули за запазващите се плътности и са получени в явен вид първите две най-прости плътности.

3. Valchev, T. and Yanovski, A., *Solutions to a Vector Heisenberg Ferromagnet Equation Related to Symmetric Spaces*, In: Proceedings of XX-th International Conference on Geometry, Integrability and Quantization, June 2-7, 2018, Varna, Eds.: I. Mladenov, V. Pulov and A. Yoshioka, Avangard Prima, Sofia, 2019, 285-296.

Abstract: In this report we consider a vector generalization of Heisenberg ferromagnet equation. That completely integrable system is related to a spectral problem in pole gauge for the Lie algebra sl(n+1,C). We construct special solutions over constant background using dressing technique.

Резюме: В доклада се разглежда векторно обобщение на уравнението за феромагнетика на Хайзенберг. С това напълно интегруемо уравнение се свързва спектрална задача в полярна калибровка за алгебрата на Ли sl(n+1,C). Построени са частни решения върху константен фон чрез техниката на обличане.

4. Valchev, T. I. and Yanovski, A. B., *New Reductions of a Matrix Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation*, Pliska Studia Mathematica, **29** (2018) 179-188, ISSN 0204-9805 (Proceedings of Fourth International Conference NTADES, 18-22 June, 2017, Sofia).

Abstract: In this report, we shall present a new 1 + 1 dimensional nonlinear partial differential equation integrable through inverse scattering transform. The integrable system under consideration is a pseudo-Hermitian reduction of a matrix generalization of classical 1 + 1 dimensional Heisenberg ferromagnet equation. We derive recursion operators and describe the integrable hierarchy related to that matrix equation.

Резюме: В доклада е представено ново 1+1-мерно нелинейно частно диференциално уравнение интегруемо с помощта на метода на обратната задача на разсейването. Разглежданата интегруема система представлява псевдоермитова редукция на матрично обобщение на класическото 1+1-мерно уравнение за феромагнетика на Хайзенберг. Изведени са рекурсионни оператори и е описана интегруема йерархия, свързана с матричното уравнение.

5. Valchev, T., Yanovski, A., *Pseudo-Hermitian Reduction of a Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation. II. Special Solutions*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics **25**, No 3 (2018) 442-461, E-ISSN:1776-0852.

Abstract: This paper is a continuation of our previous work in which we studied a sl(3,C) Zakharov-Shabat type auxiliary linear problem with reductions of Mikhailov type and the corresponding integrable hierarchy of nonlinear evolution equations. Now we shall demonstrate how one can construct special solutions over constant background through Zakharov-Shabat's dressing technique. That approach will be illustrated on the example of the generalized Heisenberg ferromagnet equation related to the linear problem for sl(3,C). In doing this, we shall discuss the differences between the Hermitian and pseudo-Hermitian cases.

Резюме: Статията е продължение на друга наша работа, в която сме изследвали линейна система на Захаров-Шабат за алгебрата sl(3,C) с наложени Михайловски редукции и съответната интегруема йерархия от нелинейни еволюционни уравнения. Тук ще покажем как могат да бъдат построени частни решения върху константен фон посредством метода на обличането на Захаров-Шабат. Подходът ни ще бъде илюстриран на примера на обобщено уравнение за феромагнетика на Хайзенберг, свързано с линейна система за алгебрата sl(3,C). Ще бъдат обсъдени разликите между случаите на ермитова и псевдоермитова редукция.

6. Yanovski, A., Valchev, T., *Pseudo-Hermitian Reduction of a Generalized Heisenberg Ferromagnet Equation. I. Auxiliary System and Fundamental Properties*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics, **25**, No 2 (2018) 324-350, E-ISSN:1776-0852.

Abstract: We consider an auxiliary spectral problem originally introduced by Gerdjikov, Mikhailov and Valchev (GMV system) and its modification called pseudo-Hermitian reduction which is extensively studied here for the first time. We describe the integrable hierarchies of both systems in a parallel way and construct recursion operators. Using the concept of gauge equivalence, we construct expansions over the eigenfunctions of recursion operators. This permits us to obtain the expansions for both GMV systems with arbitrary constant asymptotic values of the potential functions in the auxiliary linear problems.

Резюме: Разгледана е вспомагателна спектрална задача, първоначално въведена от Герджиков, Михайлов и Вълчев (ГМВ-система), и една нейна модификация, наречена псевдоермитова редукция. Последната е обстойно изучена в тази статия за първи път. Дадено е паралелно описание на интегруемите йерархии на двете системи и са построени рекурсионни оператори. Ползвайки калибровъчната еквивалентност, са получени разложения по собствените функции на рекурсионните оператори. Това позволява да се изведат разложения и за двете ГМВ-системи при произволни константни гранични условия за потенциалите на вспомагателните линейни задачи.

7. Valchev, T., *Dressing Method and Quadratic Bundles Related to Symmetric Spaces. Vanishing Boundary Conditions*, Journal of Mathematical Physics, **57** (2016) 021508, E-ISSN 1089-7658.

Abstract: We consider quadratic bundles related to Hermitian symmetric spaces of the type $SU(m + n)/S(U(m) \times U(n))$. The simplest representative of the corresponding integrable hierarchy is given by a multi-component Kaup-Newell derivative nonlinear Schrödinger equation which serves as a motivational example for our general considerations. We extensively discuss how one can apply

Zakharov-Shabat's dressing procedure to derive reflectionless potentials obeying zero boundary conditions. Those could be used for one to construct fast decaying solutions to any nonlinear equation belonging to the same hierarchy. One can distinguish between generic soliton type solutions and rational solutions.

Резюме: Разглеждат се квадратични снопове, свързани с ермитови симетрични пространства от вида $SU(m + n)/S(U(m) \times U(n))$. Най-простият представител на съответната интегруема йерархия е многокомпонентно уравнение на Кауп-Нюъл (нелинейно уравнение на Шрьодингер с производна), което служи като мотивационен пример на нашите общи разглеждания. Обстойно е обсъдено как може да се приложи методът на обличането на Захаров-Шабат за получаване на безотражателни потенциали, удовлетворяващи нулеви гранични условия. Последните могат да се използват за построяване на бързо затихващи решения за всяко нелинейно уравнение от споменатата интегруема йерархия. Съществуват както солитоноподобни решения, така и решения от рационален тип.

8. Valchev, T., *On Solutions of the Rational Type to Multicomponent Nonlinear Equations*, Pliska Studia Mathematica, **25 (**2015) 203-212, ISSN 0204-9805 (Proceedings of Second International Conference NTADES, 6-10 July 2015, Sofia).

Abstract: In this report we shall propose an algorithm to construct rational type solutions to multicomponent nonlinear evolution equations solvable through inverse scattering transform. The algorithm to be demonstrated is based on Zakharov-Shabat's dressing technique. As an illustration of our approach we shall consider in more detail the derivation of rational solutions to a generalized Heisenberg ferromagnet equation.

Резюме: В доклада е предложен метод за построяване на решения от рационален тип за многокомпонентни еволюционни уравнения решими с метода на обратната задача на разсейването. Методът се основава на техниката на обличането на Захаров-Шабат. В качеството на илюстрация на нашия подход е разгледано по-подробно получаването на рационални решения за едно обобщение на уравнението за феромагнетика на Хайзенберг.

9. Valchev, T., *On Mikhailov's Reduction Group*, Physics Letters A: General, Atomic and Solid State Physics, **379** (2015) 1877–1880, ISSN:0375-9601.

Abstract: We propose a generalization of the notion of reduction group which provides group-theoretical tools to study in a uniform way certain classes of nonlocal S-integrable equations like Ablowitz–Musslimani's nonlocal Schrödinger equation. Another benefit of the generalization to be presented here is that it supplies us with a systematic approach to construct solutions to S-integrable equations with prescribed symmetries.

Резюме: Предложено е обобщение на понятието група на редукциите, което предоставя теоретико-групов формализъм за изучаване на определени класове от нелокални S-интегруеми уравнения. Пример за такова уравнение е нелокалното уравнение на Шрьодингер, въведено от Абловиц и Муслимани. Друга полза от посоченото обобщение, представена в статията, е, че то задава систематичен подход за построяване на решения на S-интегруеми уравнения, имащи отнапред зададени симетрии.

10. Valchev, T.*, Remarks on Quadratic Bundles Related to Hermitian Symmetric Spaces,* Journal of Physics: Conference Series, **482**, IOP Publishing, Bristol, 2014, 012044, 10 pages, doi:10.1088/1742-6596/482/1/012044 (Proceedings of International Conference "Physics and Mathematics of Nonlinear Phenomena", 22-29 June, 2013, Gallipoli, Italy).

Abstract: We consider quadratic bundles related to Hermitian symmetric spaces of the type SU(m+n)/S(U(m)xU(n)). We discuss the spectral properties of scattering operator, develop the direct scattering problem associated with it and stress on the effect of reduction on these. By applying a modification of Zakharov-Shabat's dressing procedure we demonstrate how one can obtain reflectionless potentials. That way one is able to generate soliton solutions to the nonlinear evolution equations belonging to the integrable hierarchy associated with quadratic bundles under study.

Резюме: Разглеждат се квадратични снопове, свързани с ермитови симетрични пространства от вида SU(m+n)/S(U(m)xU(n)). Обсъждат се спектралните свойства на оператора на разсейването, развива се правата задача на разсейването, асоциирана с него, като се акцентира върху ефекта на редукциите върху тях. Прилагайки процедура на обличането на Захаров-Шабат, е демонстрирано как могат да се получат безотражателни потенциали. По този начин могат да генерират солитонни решения на нелинейните еволюционни уравнения, принадлежащи на интегруемата йерархия, свързана с изучаваните квадратични снопове.

11. Valchev, T.*, On the Quadratic Bundles Related to Hermitian Symmetric Spaces,* Journal of Geometry and Symmetry in Physics, **29** (2013) 83-110, E-ISSN:1314-5673.

Abstract: Here we develop the direct scattering problem for quadratic bundles associated to Hermitian symmetric spaces. We adapt the dressing method for quadratic bundles which allows us to find special solutions to multicomponent derivative Schrödinger equation for instance. The latter is an infinite dimensional Hamiltonian system possessing infinite number of integrals of motion. We demonstrate how one can derive them by block diagonalization of the corresponding Lax pair.

Резюме: В статията се развива правата задача на разсейването за квадратични снопове, свързани с ермитови симетрични пространства. Адаптира се също така метода на обличането към квадратичните снопове, което позволява да бъдат намерени частни решения за многокомпонентно уравнение на Шрьодингер с производна. Последното представлява безкрайномерна хамилтонова система, притежаваща безкрайно много интеграли на движението. Демонстрира се начин за тяхното получаване чрез привеждане на съответната Лаксова двойка в блочно диагонален вид.

12. Valchev, T., *On Certain Reductions of Integrable Equations on Symmetric Spaces*, In: AIP Conference Proceedings, **1340**, Eds.: K. Sekigawa, V. Gerdjikov, Y. Matsushita and I. Mladenov, Melville, New-York, 2011, 154-164 (Proceedings of 10th International Workshop on Complex Structures, Integrability and Vector Fields, 11-17 September, 2010, Sofia).

Abstract: We derive a *Z2xZ2* reduced integrable system which is deeply connected with the famous Heisenberg ferromagnet equation. Its Lax pair is associated with the symmetric space *SO(5)/SO(2)xSO(3)*. We study the spectral properties of the scattering operator, introduce the basic notions of its direct scattering problem and construct fundamental analytic solutions in terms of Volterra integral equations. We obtain recursion operator to describe the hierarchy of higher order equations associated with the same Lax operator *L*.

Резюме: Извежда се *Z2xZ2*-редуцирана интегруема система, която е тясно свързана с известното уравнение за феромагнетика на Хайзенберг. Лаксовата ù двойка е свързана със симетричното пространство *SO(5)/SO(2)xSO(3)*. Изучават са спектралните свойства на оператора на разсейването, въвеждат се основни понятия от правата задача на разсейването и се строят фундаментални аналитични решения чрез интегрални уравнения от Волтеров тип. Получен е рекурсионен оператор, с чиято помощ е описана йерархията от висши уравнения, свързани със същия Лаксов оператор *L*.

13. Gerdjikov, V. S., Grahovski, G. G., Mikhailov, A. V., Valchev, T. I., *Polynomial Bundles and Generalised Fourier Transforms for Integrable Equations on **A.III**-type Symmetric Spaces*, Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications **7**, 096 (2011) 48 pages, ISSN: 1815-0659.

Abstract: A special class of integrable nonlinear differential equations related to A.III-type symmetric spaces and having additional reductions are analyzed via the inverse scattering method (ISM). Using the dressing method we construct two classes of soliton solutions associated with the Lax operator. Next, by using the Wronskian relations, the mapping between the potential and the minimal sets of scattering data is constructed. Furthermore, completeness relations for the `squared solutions' (generalized exponentials) are derived. Next, expansions of the potential and its variation are obtained. This demonstrates that the interpretation of the inverse scattering method as a generalized Fourier transform holds true. Finally, the Hamiltonian structures of these generalized multi-component Heisenberg ferromagnetic (MHF) type integrable models on A.III-type symmetric spaces are briefly analyzed.

Резюме: С помощта на метода на обратната задача на разсейването се анализира специален клас от интегруеми нелинейни диференциални уравнения, свързани със симетрични пространства от вида A.III и с допълнително наложени редукции. С помощта на метода на обличането се строят два типа солитонни решения, свързани с [дискретни собствени стойности] на Лаксовия оператор. Строи се изображение между потенциала и минималните набори от данни на разсейването с помощта на вронскиански съотношения. Освен това са изведени съотношения за пълнота за „квадратите на решенията“ (обобщени експоненти) и са получени разложения на потенциала и неговата вариация. Това показва, че е в сила интерпретацията на метода на обратната задача на разсейването като обобщено преобразование на Фурие. Накрая накратко са анализирани хамилтоновите структури на разглежданите обобщени многокомпонентни интегруеми модели от типа на феромагнетика на Хайзенберг.

14. Gerdjikov, V. S., Grahovski, G. G., Mikhailov, A. V., Valchev, T. I., *Rational Bundles and Recursion Operators for Integrable Equations on **A.III** Symmetric Spaces*, Theoretical and Mathematical Physics, **167** (3) (2011) 740-750, E-ISSN:1573-9333.

Abstract: We analyze and compare methods for constructing the recursion operators for a special class of integrable nonlinear differential equations related to symmetric spaces of the type A.III in Cartan's classification and having additional reductions.

Резюме: Анализират се и се сравняват различни методи за построяване на рекурсионни оператори за специален клас от интегруеми нелинейни диференциални уравнения, свързани със симетрични пространства от вида A.III по класификацията на Картан и с наложени допълнителни редукции.

15. Gerdjikov, V. S., Mikhailov, A. V., Valchev, T. I., *Reductions of Integrable Equations on A.III-type Symmetric Spaces*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, **43** (2010) 434015, Online ISSN: 1751-8121.

Abstract: We study a class of integrable nonlinear differential equations related to the A.III-type symmetric spaces. These spaces are realized as factor groups of the form *SU(N)/S(U(N−k)×U(k))*. We use the Cartan involution corresponding to this symmetric space as an element of the reduction group and restrict generic Lax operators to this symmetric space. The symmetries of the Lax operator are inherited by the fundamental analytic solutions and give a characterization of the corresponding Riemann–Hilbert data.

Резюме: Изучава се клас от интегруеми нелинейни диференциални уравнения, свързани със симетрични пространства от типа A.III. Тези пространства се реализират като фактори от вида *SU(N)/S(U(N−k)×U(k))*. Използва се Картановата инволюция, съответстваща на това симетрично пространство, като елемент на група на редукциите и се ограничават Лаксовите оператори в общо положение до това симетрично пространство. Симетриите на Лаксовите оператори се наследяват от фундаменталните аналитични решения и характеризират съответните данни Риман-Хилберт.