РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д.м.н. Степан Агоп Терзиян,
катедра Математика,
Факултет Природни науки и образование,
Русенски университет “Ангел Кънчев”,
ул. Студентска 8, Русе 7017,
e-mail: sterzian@uni-ruse.bg

на дисертация за присъждане на
образователна и научната степен “Доктор”
в направление 4.5 Математика,
научната специалност “Диференциални уравнения”
на ас. Тодор Петков Митев, катедра Математика,
Русенски университет “Ангел Кънчев”

Със Заповед на Директора на Института по математика и информатика (ИМИ), № 203 от 19.07.2016 г. е назначено жури за провеждане на защита на докторска дисертация на тема ”Нормални форми и спектрални асимптотики” на Тодор Петков Митев за получаване на образователната и научна степен „доктор” в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление: 4.5. Математика, Докторска програма „Диференциални уравнения”.

Съгласно Протокол 1 от първото заседание на научното жури от 27.07.2016 г. съм определен за рецензент. Представен ми е комплект материали, който е в съответствие с Правилника за развитие на академичния състав на ИМИ и включва следните материали и документи:

- Дисертация;
- Автореферат ;
- Списък на публикациите свързани с дисертацията;
- Списък на цитиранията;
- Справка за приносите в дисертационния труд;
- Творческа автобиография.

1. Общо описание на представените материали –монографии, статии, свидетелства и патенти, учебници и др.

Тодор Петков Митев е роден на 13.01.1963 г. в гр. Русе. През 1981 г. е завършил Математическа гимназия в Русе; същата година е участвал в Международна олимпиада по математика и е получил златен медал.

През 1983 - 1988 г. е следвал математика в Софийски университет „Св. Климент Охридски“ и завършил като магистър специалност Доференциални уравнения. През 1989 - 2012 е главен асистент към катедра "Алгебра и геометрия", Факултет "Природни науки и образование", Русенски университет "Ангел Кънчев“ (РУ).

След 2014 г. е асистент към катедра Математика на РУ.

Съгласно документ „Списък на публикациите свързани с дисертацията“ по дисертацията са публикувани 3 статии и една е под печат.

Две от публикациите са в списания с Импакт фактор: Discrete and Continuous Dynamical Systems (series S) и Доклади на Българската академия на науките. По нататък ще използваме номера [1]-[4] на статии от „Списък на публикациите свързани с дисертацията“.

2. Обща характеристика на научната, преподавателската и научно-приложната дейност на кандидата. Съдържателен анализ на научните и научно приложните постижения

В дисертацията се изучава устойчивостта на квази-перидични решения на хамилтонови системи и се дават приложения в квази-класическия анализ на уравнения на Шрьодингер.

Дисертацията се състои от увод, три глави, 13 параграфа и Библиография с 38 литературни източници. Дисертацията е на 83 стр. Авторефератът е на 45 стр. и съдържа:

Обосновка и състояние на проблемите,
Основни резултати,
Основни понятия,
Описание на резултати по глави и
Библиография с 38 източника и 4 публикации по дисертацията.

Основният принос на дисертацията е построяването на класическа и квантова нормална форма на Биркхоф в класовете на Жевре за аналитични и по-общо за Жевреевски хамилтониани в околност на даден инвариантен тор. Нормалната форма на Биркхов в класовете на Жевре за класически хамилтониани е разгледана встатия [1]. Квантовата нормална форма на Биркхоф е построена в статии [2]-[4].

Ще дадем описание на резултатите по глави.

Уводът към дисертацията е на 12 стр. и съдържа 4 параграфа:
0.1 Обосновка и състояние на проблема;
0.2 Основни резултати;
0.3 Основни понятия – хамилтонова динамика и класове на Жевре;
0.4 Публикации.

Проблемът за устойчивост на хамилтонови системи е важен проблем в хамилтоновата динамика. Той е изучаван и изследван от известни класически и съвременни математици като Лиувил, Колмогоров, Арнолд, Мозер, Лазуткин, Пьошел, Нехорошев, Г. Попов и др. Основните резултати са представени в Параграф 0.2. Сред тях ще споменем Теореми 0.5 и 0.6. Основните понятия за хамилтонови системи и класове на Жевре са дадени в Параграф 0.3 на 2 страници.

Изложението на основни понятия би могло да бъде по-детайлно и ясно, с формулиране на определения, свойства и указване на литературни източници.

Основните резултати в дисертацията се съдържат в Глава 1, основана на резултатите от статия [1] (или [39] от библиографията към автореферата), посветена на Нехорошев.

Главна цел е да се намери нормална форма на Биркхоф (НФБ) в класове на Жевре на гладък по жеврев хамилтониан в околност на тор на Кронекер Λ с Диофантов вектор на въртене (ротация) . Добре е тези понятия да бъдат ясно обяснени в дисертацията в уводна глава с основни и помощни понятия и резултати указване на литературни източници.

Основни резултати са указани в Параграф 0.2 от увода. Към Глава 1 се отнасят теореми 0.5 и 0.6. Теорема 0.6 дава асимптотично квантуване върху тора Λ с експоненциално малка грешка. По-прецизна формулировка на тази теорема е дадена в Следствие 2.1, където квазисобствените значения $\lambda_m(h)$ са получени посредством подходяща квантово нормална форма на Биркхоф. Теорема 0.6 следва от Теорема 1.1 (стр. 20).

Идея за доказателството е дадена в Подпараграф 1.1.1 и следва от Твърдение 1. Доказателството е сложно и технично и за него е направена подготовка в параграфи 1.2-1.4.

В Параграф 1.2 са разгледани норми на Винер , които са подходящи при решаването на т.н. хомологично уравнение (1.12) и дават точни оценки за нормата на произведение на две функции.

Доказани са Лема 1.1, ефектната Лема 1.2 за S_s норма на произведение на две функции. На стр. 25 е спомената Лема 2.7, която не е формулирана преди това. Следват Лема 1.3 за Q_p полунорми, и Лема 1.4.

В Параграф 1.3 е разгледано решаването на хомологичното уравнение, в Паргарф 1.4 – жевревските оценки. На стр. 30 се споменава Твърдение 6, което не е формулирано. Следват Лема 1.5 и две важни забележки, след които доказателството на Лема 1.5 с ефектно използване на свойствата на Ойлеровта Гама (Г) функция и Бета (В) функция на Бине. По аналогичен начин се доказва и Лема 1.6. Твърдение 1 е доказано на стр. 39. След това е доказана Теорема 1.1 на стр. 40. Според мен не указани ясни връзки с доказаните предходни твърдения и леми. Също така следствието на Теорема 0.6 от Теорема 1.1 и коментари.

Глава 2 е посветена на метода за асимптотично квантуване с експонециално малка грешка. Методът е въведен от Маслов и дава асимтотични решения на стационарното уравнение на Шрьодингер $(\hat{H}-E)\phi=0$. На стр. 41 е нужно експлицитно да се представят операторите $\hat{H}$ и Е и смисълът на ϕ. Методът на Маслов дава двойки $(E(h), \phi_h)$, за които $(\hat{H}-E)\phi_h=O(h^2)$, $||\phi_h||_{L2}=1$ при $h\downarrow 0$. На стр. 41 е нужно да бъде дефиниран символа O_N.

Глава 2 е посветена на конструиране на квазимоди на формално спрегнати h-псевдодиференциални оператори от тип на Шрьодингер с експоненциално малко отклонение $O(\exp-(c/h^a))$ при $h\downarrow 0$, където a и c са положителни константи.

Символите на спрегнати h-псевдодиференциални оператори и класовете на Жевре са разгледани Параграф 2.2. Символите на Жевре на стр. 42 е добре да се формулират в отделно определение. Същото се отнася за резидуален клас символи, формални символи на Жевре. Доказани са Леми 2.1 и 2.2. Лема 2.2 има самостоятелен интерес и се отнася за Ойлеровата гама функция. Параграф 2.2.2 е посветен на h-псевдодиференциални оператори и класовете на Жевре. Главен резултат тук е Твърдение 3, което следва стандартна схема.

В Параграф 2.3 са разгледани интегрални оператори на Фурие (ИОФ) в класове на Жевре. Изложението следва монография на Хьормандер [13] и статия на Дюстермат [6].

В Параграф 2.4 са разгледани нормални форми на Бирkхоф, а в Параграф 2.5 квантови нормални форми на Биркхоф и квазимоди.
Формулирана е Теорема 2.5 за фамилия равномерно ограничени h- ИОФ U_h със свойства (i) и (ii) (стр.57), която е доказана в Параграф 2.6. Основна част от доказателството е синтезирана в Теорема 2.6.за съществуване на символи в класове на Жевре. Доказателството е технично и деликатно и преминава с използване на Леми 2.6 и 2.7 за оценка на норми в банаховото пространствот $\mathcal{FG}^{\rho,\mu}_{L}(T^n \times R^n)$ и норма на произведение на два степенни реда, Твърдения 5 и 6. В Глава 2 не са указани резултатите от статиите на автора [2] и [3].

Глава 3 е Апендикс (Приложение) и е посветена на специфични свойства и неравенства, свързани с Ойлеровта Г- функция и В-функция на Бине. Техни свойства са обсъдени и коментирани в Секция 7 Complements on Gamma function на статия статия [1] ([39]). Те са формулирани като Lemma 7.1, Remark 7.2, Lemma 7.3.

Параграф 3.1 е посветен на Гама функцията на Ойлер (3.1). В свойство 2, вместо „ в някоя точка t_0“ може да се каже „ в точка t_0“. Въведена е Бета функцията (3.3) и въз основа на неравенството на Коши Буняковски Шварц е изведено неравенство (3.4). Следва неравенство (3.5), което е обобщено в интересната и технична Лема 3.1 (Lemma 7.1 от [1]), която е сред красивите изводи в дисертацията. Следва също интересната Лема 3.2, в която се доказва неравенство за Г- функция и биномни коефициенти. Тук някои от формулите биха могли да се номерират и цитират. Доказана е Лема 3.3, което е интересно тъждество и също представлява самостоятелен интерес.

В следващия параграф 3.2 са доказани леми 2.6 и 2.7 с използване на Лема 3.2 .

Параграф 3.3 е посветен на доказателството на лемата за стационарната фаза на Морс (Лема 3.4) и теоремата за неявна функция в анизотропни пространства на Жевре.. Добре е последната теорема от статия на Г. Попов [31], да бъде ясно формулирана и обяснена. Доказателството на Лема 3.4 следва стандартното изложение от моногарфия на Л. Хьормандер [13] от 1983 г.

3. **Отражение на резултатите на кандидата в трудовете на други автори. Числови показатели -цитати (без автоцитатите), импакт-фактор и др.**

Представен е „Списък на цитиранията“, съгласно който статия [1] има 7 цитирания, сред които 2 са автоцитирания. Към цитиранията не са посочени публикационни данни. Такива данни могат да се намерят в системата Google Scholar, съгласно [1] има 7 цитирания от автори A Bounemoura; G Tranquilli ; X Hou, G Popov; G Popov, P Topalov; L Niederman ; A Bounemoura, B Fayad, L Niederman.

Съгласно Google Scholar, Н-индексът на публикациите на Т. Митев е 2. Най-цитирана, с 16 цитирания е статията Митев, Т. П. New inequalities between elementary symmetric polynomials., JIPAM, 2003, No 4, ISSN 1443-5756, която е извън дисертационния труд. Съгласно информационната система SCOPUS, Тодор Митев има 2 реферирани документа (статии [1] и [2]), 5 цитирания в 5 документа, Н-индекс 1, един съавтор.

Извън статиите в дисертацията Тодор Митев е автор на 7 статии по елементарна математика. Сред тях ясно личи афинитета и майсторството на автора към работа с неравенства.

4. **При колективни публикации да се отрази приносът на кандидата.**

Представени са 4 публикации, от които 2 самостоятелни и 2 в съавторство. С научния ръководител проф. Георги Попов. Считам. че в съвместните публикации, приносът на авторите е равностоен.

.

5. **Критични бележки и препоръки на рецензента.**

Критичните си бележки отправих в хода на становището в т. 2 и 3. На отделни места в дисертацията и автореферата са допуснати правописни и стилови грешки. Отправените критични бележки не омаловажават стойността на получените резултати и биха подобрили изложението.

6. **Лични впечатления на рецензента за кандидата**

Личните ми впечатления от кандидата са свързани с учебна и научна дейност в Русенския университет и са много добри.

7. Заключение

От анализа на представените материали по дисертацията на Тодор Петков Митев мога да направа следното заключение и предложение:

Препоръчвам на Научното жури да присъди на ас. Тодор Петков Митев образователната и научната степен "Доктор" в направление 4.5 Математика, научната специалност "Диференциални уравнения", по която ИМИ-БАН има акредитация.

Рецензент:
проф. д.м.н. Степан Терзиян
31. 08. 2016 г.
Русе