

СТАНОВИЩЕ

за дисертацията на Тодор Митев
„Нормални форми и спектрални асимптотики“
от професор д-р Георги Попов

Дисертацията на Тодор Митев изучава асимптотичното поведение на решенията на класически и квантови хамилтонови системи близки до напълно интегрируеми системи с точност до експонциално малка грешка. В математическата и физична литература тези системи са известни като К.А.М. (Колмогоров-Арнолд-Мозер) системи. Един от основните резултати за класическите хамилтонови К.А.М. системи е теоремата за инвариантните торове на Колмогоров, Арнолд и Мозер, която гласи, че инвариантните торове на неизродени хамилтонови напълно интегрируеми системи с диофантови вектори на въртене се запазват при малки смущения и само леко се деформират. От друга страна, Нехорошев доказва ефективна устойчивост на решенията за голям клас от такива системи. Лазуткин и Colin de Verdière построиха квази-моди с полиномиално малка грешка за елиптични оператори, чиито главни символи са близки до неизродени напълно интегрируеми системи. Тези квази-моди са породени от инвариантните торове на главния символ на оператора с диофантови вектори на въртене.

Отправна точка за дисертацията на Тодор Митев са статиите G. Popov, *Invariant tori, effective stability and quasimodes with exponentially small error terms I, II*, Ann. Henri Poincaré, 1, 223-248, 249-279 (2000). В тези статии е доказана теорема тип К.А.М. и е построена класическа и квантова нормална форма в класовете на Жевре за почти всички К.А.М. инвариантни торове на класическата хамилтонова система. Тези нормални форми сравнително лесно водят до ефективна устойчивост на решенията на класическата система в околност на инвариантните торове и дават квази-моди с експоненциално малка грешка за квантовата система. Остава открит въпросът дали такива нормални форми са в сила за всеки инвариантен тор с диофантов вектор на въртене и дали може да се премахне условието за неизроденост, което е трудно за проверяване. Окончателен отговор на тези въпроси е получен в дисертацията на Тодор.

В първата глава на дисертацията се изучават хамилтонови системи в симплектично многообразие M с размерност $2n$ в околност на инвариантен тор на Кронекер $\Lambda(\omega)$ с вектор на въртене ω удовлетворяващ диофантово условие със степенен показател τ , където числото τ е по-голямо от $n-1$. Предполага се гладкост в класа на Жевре с индекс ρ по-

голям или равен на 1 ($\rho=1$ отговаря на класа на аналитичните функции). Основният резултат в тази глава гласи, че в околност на инвариантния тор хамилтонианът H допуска нормална форма на Биркхоф, която е Жевре - ρ по отношение на ъгловите променливи и Жевре - $\rho(\tau+1)+1$ по отношение на действието. Загубата на гладкост по отношение на действието е точна. Тази нормална форма води до ефективна устойчивост на решенията на хамилтоновата система (не само на действието както в теорията на Нехорошев).

Втората част на дисертацията е посветена на построяването на квантова нормална форма на Биркхоф в класовете на Жевре в околност на $\Lambda(\omega)$ за полукласически диференциален оператор зависещи от малък параметър $h>0$ (константата на Планк в случая на оператора на Шрьодингер), чийто главен символ е H . Като следствие се построяват квази-моди с експоненциално малка грешка по отношение на $1/h$ на степен $v=\rho(\tau+2)$.

Доказателството на основните резултати изисква задълбочени знания и умения в областта на хамилтоновите системи, симплектичната геометрия, микролокалния анализ и най-вече в глобалната теория на интегралните оператори на Фурие. Те се основават на фин анализ на ултра диференцируеми функции от класовете на Жевре.

Ще отбележа, че част от резултатите са получени в сътрудничество с Г. Попов, в което Т. Митев има абсолютно равностойно участие.

Като заключение, горещо предлагам на научното жури да присъди на Тодор Митев образователната и научна степен Доктор в областта на математиката.

С уважение:

Георги Попов

София, 27.09.2016