

Рецензия от проф. д-р Тони Пантев

Факултет по математика
Университет на Пенсилвания

по подадените кандидатури за длъжността „доцент” за нуждите на Института по Математика и Информатика към Българската Академия на Науките съобразно конкурса обявен в Държавен вестник № 65 от 8 февруари 2024 г.

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление: 4.5 Математика,

Научна специалност: „Геометрия и топология” (Хомогенни пространства и геометрична теория на инвариантите)

Аз съм външен член на научното жури за тази процедура. Журито беше назначено със заповед № 347/1.10.2024 г. на директора на Института по Математика и Информатика. чл.-кор. проф. д-р Петър Бойваленков. Единствената кандидатура в конкурса е подадена от д-р Валдемар Василев Цанов, научен сътрудник в ИМИ-БАН. Като член на журито получих от д-р Цанов всички административни и научни документи, изисквани от Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагането му и Правилника за условията и реда за присъждане на научни степени и заемане на академични длъжности в Българската Академия на Науките.

1 Биографични данни

Д-р Валдемар Цанов е роден в София на 16 декември 1980 г. От 1999 г. до 2004 г. е записан в бакалавърската програма на факултета по Математика и информатика (ФМИ) на СУ „Св. Климент Охридски”(СУ) със специалност „Чиста математика”. През 2002-2003 г. е студент по обмен в бакалавърската програма на Университета в Нант по Програмата Еразъм на Европейския съюз. След завършване на бакалавърската програма в Софийския Университет през 2004 г. се записва като магистър във ФМИ на СУ и през 2006 г. завършва магистърска степен по Математика, (специалност „Математическа физика”). През 2007 г. е приет за докторант в катедрата по математика на Queen’s University, Канада. Защищава докторска степен по математика през 2011 г. От 2011 до 2014 г. е постдокторант в Рурския университет в Бохум, а от 2014 до 2016 г. той заема постдокторска позиция в университета в Гьотинген. От 2016-2018 г. той е изследовател и ръководител на проект в университета в Гьотинген. След това, в периода 2018-2021 г. работи като научен сътрудник в Рурския университет в Бохум и през 2022 г. работи като щатен научен сътрудник в университета Якобс в Бремен. От 2023 г. досега работи като научен сътрудник в МЦМН на ИМИ-БАН.

2 Научно изследователска дейност

Научната дейност на д-р Цанов обхваща разнообразни теми и изследва дълбоки въпроси в алгебричната геометрия, асимптотичната теория на представянията и тримерната топология. Той е водещ специалист по глобалната геометрия на хомогенни многообразия, с множество оригинални приноси, разрешаващи класически нерешени въпроси и развиващи мощни нови техники за изучаване на сложната геометрия и симетрии на проективните влагания на флагови многообразия. Той също има значителни приноси към безкрайномерната теория на представянията и към програмата за тримерна геометризация. Работите на Цанов изследват актуални въпроси, които са на предна линия в съответните им области и имат широкообхватни приложения към редица важни предмети, включително към теорията на особеностите, към изброителната геометрия, към теорията на канонични базиси, към алгебричната теория на матроидите, към квантовите инварианти на възли и към геометрията на модулярните форми.

Статиите, представени в конкурса, могат да се разпределят грубо в пет потока, които ще опиша накратко:

(i) *Конструктивна геометризация на допълнения на възли.* Една много интересна част от изследователската програма на Цанов се занимава с задачата за явно конструиране на диференциално-геометрични структури върху допълнения на възли и звена, чрез използване на техники от аналитичната теория на функциите и алгебричната геометрия. В своя авторски труд [1], Цанов използва автоморфни форми с дробно тегло, за да конструира геометрична $SL_2(\mathbb{R})$ структура върху допълнението на торичен възел в тримерната сфера. От общата теория на тримерните многообразия и работата на Реймънд-Васкес е известно, че такава структура съществува, но явното описание на структурата е известно класически само за граничният възел на стандартна каспидална особеност. В статията [1], Цанов извършва необходимия анализ на некокомпактни решетки в триъгълни подгрупи на $PSL_2(\mathbb{R})$ и описва пръстените от автоморфни форми, които отъждествяват допълнението на всеки торичен възел в S^3 с фактора на $\widetilde{SL}_2(\mathbb{R})$ по подгрупа от краен индекс в прообраза на асоциирана триъгълна група в $\widetilde{SL}_2(\mathbb{R})$. Това е една многообещаваща статия. Тя не само решава задачата за геометризация на допълнения на торични възли, но също така поставя основите за разработка на конструктивната геометризация в нехомогенни ситуации, чрез изучаване на поведението на съответните пръстени от автоморфни форми при стандартни алгебро-геометрични операции върху възли, като например повдигане в универсалното абелево накритие, тръбни пробиви и снаждане.

(ii) *Теория на представянията на безкрайномерни алгебри на Ли.* Друга основна тема в изследователската дейност на Цанов е изучаването на допълнителните алгебрични данни, които са необходими за да бъде развита обща структурна теория на представянията на безкрайномерните алгебри на Ли. В забележителна статия от миналата година (статия [10] в списъка на подадените документи), Пенков и Цанов конструират, за всяко

неотрицателно цяло число t , универсална абелева тензорна категория \mathbf{T}_t , която се поражда от два обекта с крайни филтрации с дължина $t+1$ и със сдвояване на двата обекта със значения в моноидална единица. Категорията \mathbf{T}_t е конструирана като подкатегория в категорията на представянията на алгебра на Маки-Ли, свързана с диагонализируемо сдвояване между две комплексни векторни пространства с размерност, равна на безкрайния кардинал \aleph_t . Категорията \mathbf{T}_t се построява чрез явен, но доста деликатен процес на попълване на елементарна сърцевинна подкатегория в категорията на представяния на алгебрата на Маки-Ли и изисква много внимателен контрол над хомологичните свойства на пораждащите обекти. Това е технически сложна, но концептуално проясняваща конструкция, която разкрива неявните структурни свойства на представянията на алгебрата на Маки-Ли. В частност, Пенков и Цанов откриват, че простите обекти в сърцевинната категория могат да бъдат описани чрез диаграми на Юнг и извеждат явна формула за размерностите на техните пространства от разширения, която се изразява чрез числата на Литълвуд-Ричърдсън. Конструкцията и изчисленията на Пенков и Цанов обобщават и съществено усилват резултатите в поредица от предишни статии на Пенков-Чиривасу, Пенков-Серганова и Сем-Сноуден, в които авторите успяват да разрешат само специални случаи на въпроса за универсалност. Очевидно, факторът който води до успешното решение на проблема за универсалността в [10], е привличането на Цанов като участник в екипа работещ по проекта. Огромната експертиза на Цанов в теорията на представянията се проявява ясно в множеството нетривиални хомологични изчисления в [10] и цялата статия е наситена с неговата оригинална комбинация от концептуално и конкретно мислене.

(iii) *Секантни многообразия, изображения на моментите и инварианти.* Една съществена част от последните работи на д-р Цанов е фокусирана върху въпроси, разкриващи сложните структури в глобалната геометрия на хомогенните пространства. В статиите [2], [4], [6] и [9], от списъка на работите, представени в конкурса, той използва напреднали методи от Геометричната Теория на Инвариантите, симплектичната геометрия, теорията на представянията и теорията на орбитното израждане, за да се получи ограничения върху числената сложност на пръстените от инварианти на проективни затворени орбити в линейни представяния. Той също така дава геометричен метод за получаване на долни граници на степените на инвариантите. Методът е базиран върху една много интересна комбинаторна структурна теория на образите на секантните многообразия при изображения на моментите.

Геометричната картина описана в статиите [2], [4] и в авторските статии [6] и [9] е богата не само на резултати, но и на идеи, открития, нова методология и неочаквани приложения към физикохимията и квантовата теория на информацията. Важен резултат тук е теоремата на Цанов за делимост, описваща делители на степените на пораждащите в алгебрата на инвариантни полиноми върху неприводими представяния в термините на явни съотношения между корени и тегла. Въпреки, че това са класически и добре изучавани въпроси, преди работите на Цанов съществуват само изолирани частични резултати в това направление. Това се дължи най-вече на сложността на за-

дачите и на инцидентната специфика на традиционно използваните техники. Работите на Цанов [6] и [9] напълно променят изследователското поле. В тези си работи той открива концептуално и оптимално комбинаторно условие върху множеството от тегла на дадено неприводимо представяне, което е лесно за проверка и осигурява изчислими долни граници и делители на степените на пораждащите инварианти. Резултатите на Цанов усилват и значително обобщават известни резултати на Жамаар, Велхау, и Вилдбергер и разкриват нови подходи за изучаване на инварианти на представяния. След другите забележителни постижения в тази част на изследователската програма на Цанов са неговия оригинален подход към класическия въпрос за описание на моментните политопи на представянията на компактни групи, задълбоченото изследване на моментните образите на секантните и оскулиращите пространства към орбити, както и приложенията към класификацията на квантови системи, чиито спектрални политопи се получават от двойно възбудени състояния и към задачата за реконструиране на състоянията в квантовото заплитане.

(iv) *Относителна теория на инвариантите и мечтаните пространства на Мори.* Друго много плодотворно изследователско направление, следвано от д-р Цанов е неговият забележителен труд върху относителната теория на инвариантите на редуктивни групи. Задачата за класификация и изчисляване на относителните инварианти е крайъгълна в теорията на представянията, алгебричната комбинаторика и диференциалната геометрия. В най-основния си и интересен вариант това е задачата за изчисляване на инвариантите на неприводимо представяне на редуктивна група G по отношение на действието на редуктивна подгрупа $\hat{G} \subset G$. Тази задача има множество важни специални случаи, например проблемът за разклоненията на представяния и задачата за описание на проектора на Шур в разлагането на тензорни произведения на неприводими представяния.

Статиите на Цанов [5] и [7], написани съвместно със Сепеннен, въвеждат оригинален нелинеен подход към проблема. Те изучават действието на редуктивната подгрупа \hat{G} върху флаговото многообразие X на обемащата група G от гледна точка на прескачането на камери при варирането на факторите в Геометричната Теория на Инвариантите. Това позволява на Цанов да даде явно описание на съответното множество от нестабилни точки и да даде красива комбинаторна формула за неговата размерност. Цанов използва този подробен анализ за да изведе пълно и алгоритмично изчислимо крайно множество от неравенства, които определят асоциираният конус на Литълвуд-Ричърдсън. Това развива и обяснява предишните частични и теоретични резултати на Беренщайн-Жамаар, Белкале-Кумар, и Ресейр-Ричмънд. Описанието, дадено от Сепеннен-Цанов има много изчислителни и теоретични предимства. За разлика от известни досега рецепти, списъкът на Цанов с дефиниращи неравенства, не изисква никакви кохомологични изчисления в кохомологии на алгебри на Ли. Удобната и явна форма на списъка лесно позволява динамичен анализ на пространствата от кратности на инвариантите и води до рекурсивна класификация на \hat{G} -еквивариантните обилни линейни разслоения върху X . Това позволява на Цанов да класифицира \hat{G} -еквивариантните обилни и подвиж-

ни конуси и да изведе редица дълбоки приложения към бирационалната геометрия на многообразието от модули. По-специално в [7] Цанов дава достатъчни условия за съществуване на еквивариантни поляризации с нестабилен множество от коразмерност поне две, които пораждат геометрични GIT фактори. Той също така доказва, че получените фактомногообразия винаги са мечтани пространства на Мори и че камерите в техния псевдоефективен конус съответстват на GIT-камерите в \widehat{G} -еквиариантния обилен конус на X . Накрая той доказва, че всяко бирационално изображение от такова фактомногообразие към нормално проективно многообразие се реализира от GIT-вариация на линеаризациите на действието на \widehat{G} върху X . Тези конструкции и класифициращи резултати дават една много интересна нова връзка между програмата за минималните модели и геометричната теория на представянията.

(v) *Ранг-функции и степени на инварианти.* Ранг-функцията е фундаментален инвариант на неизродено гладко проективно многообразие $X \subset \mathbb{P}(V)$. Тази функция присвоява на всяка точка p от $\mathbb{P}(V)$ минималната размерност на секантното или оскулиращо пространство за X , което съдържа p . Описанието на ранг-функциите на проективните влагания е изключително важно в изследването на подмногообразието с малка коразмерност, в теорията на висшата проективна нормалност, в Хартшорновата теория за връзката и в теорията на Зак за многообразието на Серге. Изследването на ранг-функциите има дълга история с много интересни резултати. Цанов в момента има едни от най-силните общи резултати по темата. По-специално, статиите на Цанов [3], [6] и [9], представени в конкурса, са първият значим напредък в нашето разбиране на ранг-функциите след началните резултати на Ландсбърг-Манивел отпреди петнадесет години. Статията [3] (написана в съавторство с Петухов) и статията [9] съдържат характеристика и пълна класификация на всички еквиариантно вложени хомогенни проективни многообразия с полунепрекъснатата отдолу ранг-функция. Използвайки таксономията на своята класификация и структурната теория на Ландсбърг-Манивел, Цанов разрешава редица отворени въпроси в глобалната проективна геометрия. Например, той показва, че едно хомогенно еквиариантно вложено многообразие има полунепрекъснатата отдолу ранг-функция тогава и само тогава когато е субкоминускулно или е хиперплоско сечение на субкоминускулно многообразие в неговото минимално влагане. Като следствие той показва, че идеалът на r -тото секантно многообразие на хомогенно многообразие X с полунепрекъснатата отдолу ранг-функция, е породен в степен $r + 1$ от $(r - 1)$ -то продължение на пораждащото множество на идеала на X . Това са съвременни и много оригинални резултати. Очаквам, че тези резултати много скоро ще провокират нови изследвания, които ще съживят тази класическа област.

3 Проекти и награди

Д-р Цанов е участвал като постдокторант в проекта DFG-SFB/TR12 в Рурския Университет в Бохум и в Приоритетната Програма 1388 на DFG в университета в Гьотинг

ген. Бил е ръководител на проект DFG-AZ:TS/352/1-1 в университета в Гьотинген и е работил като щатен изследовател и член на екипа в проекта DFG-AZ/PE980/8-1 в университета Якобс в Бремен и в проекта DFG-CRC/TRR191 в Рурския Университет в Бохум. В момента д-р Цанов е научен сътрудник в МЦМН на ИМИ-БАН финансиран от DO1-67/05.05.2022 г. и е изследовател в проекта DFG-AZ/PE980/9-1 в Университета Конструктор в Бремен.

4 Лични впечатления от кандидата

Познавам д-р Цанов откакто беше докторант в Университета Queen's. От самото начало бях изключително впечатлен от неговия талант и работна етика. През последните десет години съм имал възможност да го наблюдавам многократно да представя своите работи както неофициално, така и официално в различни професионални срещи и винаги съм изумен от лекотата, с която той установява връзка с публиката. Цанов изнася вдъхновяващи лекции и е лектор който щедро споделя своите идеи и открития. Освен, че е генератор на идеи, създател на математически методики и отличен откривател на решения, Цанов е особено придирчив по въпросите на научното изложение. Статиите му се четат с удоволствие и имат видим и изявен ефект в алгебричната геометрия, алгебричната комбинаторика и теорията на представянията.

5 Заключение

Статиите, подадени от д-р Валдемар Цанов в този конкурс недвусмислено показват, че той е водеща фигура в теорията на представянията и геометричната теория на инвариантите. Трудовете му имат и ще продължават да имат трансформиращо въздействие върху глобалната проективна геометрия, теория на особенностите, калибровъчните теории и геометризиращата в тримерната топология. Научните постижения на Цанов са повече от достатъчно, за да удовлетворят изискванията за назначаване като Доцент в която и да е високопрофилна академична институция.

Въз основа на всичко това, убедено препоръчвам на научното жури да одобри кандидатурата на д-р Цанов и да предложи на Научния Съвет на ИМИ-БАН да назначи д-р Валдемар Василев Цанов за Доцент в областта **на висшето образование: 4. Природни науки, математика и информатика; серия професионално направление: 4.5 Математика; научна специалност: Геометрия и топология (Хомогенни пространства и Геометрична Теория на Инвариантите).**