

# РЕЦЕНЗИЯ

**от проф. д.м.н. Манчо Христов Манев**  
**от Факултета по математика и информатика**  
**на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“**  
на материалите, представени за участие в конкурс  
за заемане на академичната длъжност **„Професор“**  
**в Института по математика и информатика при БАН**

по област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика  
професионално направление: 4.5. Математика  
научна специалност: „Геометрия и топология“ (Диференциална геометрия)

## 1. Предмет на рецензиране

В конкурса за „професор“, обявен в Държавен вестник, бр. 18 от 27.02.2018 г. и на сайта на ИМИ-БАН за нуждите на секция „Анализ, геометрия и топология“, като единствен кандидат участва доц. д-р Величка ВАСИЛЕВА МИЛУШЕВА от същата секция.

Със Заповед №116 от 26.04.2018 г. на Директора на Института по математика и информатика при БАН съм избран за член на Научното жури в конкурса за „Професор“. Съгласно решение на това жури (Протокол №1/03.05.2018) съм определен да напиша рецензия по конкурса.

В ролята си на член на научното жури съм получил електронно следните документи, приложени към заявлението от 25.04.2018 г. на доц. д-р Величка Милушева до Директора на ИМИ-БАН за участие в конкурса:

2. Професионална автобиография по европейски образец;
3. Копие от диплома за завършено висше образование;
4. Копие от диплома за придобита образователна и научна степен „доктор“;
5. Пълен списък на научните трудове;
6. Списък на научните трудове за участие в конкурса;
7. Саморъчно подписана авторска справка за научните приноси в трудовете по т. 6;
8. Списък на цитирания на научни трудове;
9. Препис-извлечение от протокола на НС на ИМИ-БАН за инициране на процедурата;
10. Копие от Държавен вестник с обявата за конкурса;
11. Документи за учебна работа:
  - 11.1. Справка за учебно-преподавателската работа;
  - 11.2. Списък на издадени учебници и учебни пособия;
  - 11.3. Удостоверение за ръководство на докторанти;
12. Списък на научноизследователски проекти;
13. Копия от трудовете по т. 6;
14. Удостоверение за заемане на академичната длъжност „доцент“ поне 2 години съгласно чл. 29, ал. 1, т.2. от ЗРАСРБ;
15. Копие на свидетелство за научно звание „доцент“;
16. Удостоверение за идентичност на лице с различни имена.

Този комплект от документи и материали дава възможност за обективна и пълна оценка на кандидата в съответствие с изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и съответния правилник на ИМИ-БАН.

## **2. Академично развитие на кандидата**

Кандидатът за професор Величка Василева Милушева е родена на 22 февруари 1969 г. в гр. Чепеларе, област Смолян. Завършва висше образование във ФМИ при СУ „Св. Климент Охридски“ през 1993 г. със специалност „Математика“, специализация „Геометрия“.

Преподавателската ѝ дейност започва с водене на упражнения в ФМИ на СУ от 1992 г. до 1997 г. първо като демонстратор, а след дипломирането си като хоноруван асистент. От 1994 г. до 1996 г. е асистент във ВСУ „Любен Каравелов“ където освен с преподаване започва да се занимава и с научноизследователска работа. Повишена е в длъжностите „старши асистент“ и „главен асистент“ съответно през 1996 г. и 2000 г. и ѝ е поверено воденето на лекции освен упражненията във ВСУ. Научната си кариера Величка Милушева започва с докторантура в ИМИ-БАН и успешна защита през 2006 г. на дисертация за образователната и научна степен „доктор“ по научната специалност 01.01.06 „Геометрия и топология“ пред ВАК. През 2010 г. печели конкурс за „доцент“ по същата научна специалност във ВСУ „Любен Каравелов“ и заема тази академична длъжност там до 2017 г. От 2011 г. до сега работи също като „доцент“ в секция „Анализ, геометрия и топология“ на Института по математика и информатика при БАН, като последната година е научен секретар на ИМИ.

Познавам лично доц. д-р Величка Милушева повече от 10 години от срещите ни в ИМИ и на научни конференции. През всичките тези години съм имал възможност да дискутирам с нея научните ѝ резултати, както и работата ѝ като преподавател и научен секретар на секцията и на Института. Преценявам доц. Милушева като сериозен изследовател в областта на геометрията, задълбочена в сферата на научните си интереси, опитен университетски преподавател и отговорен деятел в научната организация.

## **3. Обща характеристика на представените за участие в конкурса трудове**

Списъкът на всички научни публикации на доц. д-р Величка Милушева съдържа 48 заглавия, от които 21 са статии в списания с импакт фактор с обща сума 10,53. От тези публикации за участие в настоящия конкурс тя е представила 22 научни статии при изискване на Правилника по ЗРАС на ИМИ от поне 20 публикации. Всички представени трудове са след хабилизацията ѝ за доцент, с което удовлетворява изискването на ИМИ от поне 5 извън други конкурси. От представените статии доц. Милушева има 16 с импакт фактор при изискване от поне 10.

Участващите в конкурса публикации са на английски език в рецензирани издания. Самостоятелни са 2 от представените статии, 17 са с 1 съавтор, а 3 – с 2-ма съавтори, като 13 пъти съавтор е бил нейният научен ръководител на докторантурата Георги Ганчев, по 3 пъти – докторантката ѝ Яна Алексиева и Betül Bulca, а по 2 пъти – Nurettin Cenk Turgay и Kadri Arslan.

Статиите [3], [8] и [10] са включени в томове на 1 национална и 2 международни конференции, а статиите [2], [16] и [18] са публикувани съответно в International Journal of Geometry и Pliska Studia Mathematica. Останалите 16 статии от

списъка на представените работи са публикувани в следните 13 списания с общ импакт фактор 9,331: Mediterranean Journal of Mathematics ([1], [20]); Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society ([4]); Taiwanese Journal of Mathematics ([5]); Journal of the Korean Mathematical Society ([6]); Mathematical Communications ([7]); Journal of Geometry and Physics ([9]); Bulletin of the Korean Mathematical Society ([11], [14]); Turkish Journal of Mathematics ([12]); Central European Journal of Mathematics ([13], [22]); International Journal of Geometric Methods in Modern Physics ([15]); Israel Journal of Mathematics ([17]); Journal of Mathematical Physics ([19]); Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences ([21]).

В приложената от доц. Милушева справка за цитирания на нейните трудове са посочени 87 цитирания при изискване от поне 30 цитирания на Правилника на ИМИ за заемане на академичната длъжност „професор“.

Последното специфично изискване на ИМИ за „професор“ на същия правилник е кандидатът да има поне 2-ма защитили докторанти. Доц. д-р Величка Милушева е представила удостоверение, че е била научен консултант на Яна Алексиева, защитила докторска дисертация на 18.01.2018 г., а в момента е научен ръководител на докторантката Виктория Бенчева, зачислена от 05.07.2017 г. Това показва, че последното изискване не е напълно удовлетворено. Според споменатия правилник, всеки от изброените критерии е препоръчителен и във всеки конкретен случай може да бъде заменян с други ясни аргументи, показващи високо научно ниво. По мое мнение недостигът по това изискване се компенсира с по-високото от изискваното ниво на представените научни статии, включващи с 60% повече статии с импакт фактор, както и с почти трикратното покриване на изискването за броя цитирания.

Освен това, в Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН са дадени т.нар. съществени, но незадължителни, изисквания към кандидатите, които се вземат предвид от научното жури. Според конкурсните документи доц. д-р Величка Милушева има следните дейности, отговарящи на някои от допълнителните изисквания:

- 2 участия в национални научноизследователски проекти към Фонд „Научни изследвания“, като на единия е ръководител;
- участия в 2 програмни комитета на Пролетната конференция на СМБ и 7 организационни комитета на международни конференции;
- секретар на постоянния научен семинар на секция „Анализ, геометрия и топология“ в ИМИ;
- 30 участия с доклади в международни научни конференции;
- участие в международната редакционна колегия на International Journal of Geometry;
- аудиторни и извънаудиторни занятия във ВСУ „Любен Каравелов“;
- разработване на лекционни курсове по Дескриптивна геометрия, Аналитична геометрия, Линейна алгебра и аналитична геометрия, Математически анализ;
- съавтор на 2 учебника и 2 учебни пособия за студенти, както и на 9 учебни пособия за ученици.

#### 4. Характеристика на участващите в конкурса научни трудове

Научните изследвания на кандидата са насочени върху изучаване на диференциалната геометрия на специални повърхнини в евклидово или псевдоевклидово пространство, като основните теми и съответните статии от списъка за конкурса са следните:

- Локална теория на повърхнини в 4-мерно евклидово или псевдоевклидово пространство ([6], [18], [20], [22]);
- Повърхнини с нулев или изотропен вектор на средната кривина ([9], [15], [16], [17], [19]);
- Повърхнини от ротационен тип ([4], [8], [12], [13], [21]);
- Повърхнини, лежащи върху ротационни хиперповърхнини ([1], [2], [3], [5], [7], [10], [11], [14]).

Основните научни приноси в представените публикации могат да се опишат по следния начин:

- ***Повърхнини, лежащи върху ротационни хиперповърхнини***  
(8 статии: [1], [2], [3], [5], [7], [10], [11], [14]).

Изучава се един геометрично конструиран клас повърхнини в 4-мерното евклидово пространство  $E^4$ , т.нар. меридианни повърхнини, въведени от Г. Ганчев и В. Милушева в [22]. В [11] се изучават тези повърхнини параметризирани относно главните линии и са получени 8 инвариантни функции. Описани са два специални класа меридианни повърхнини, зададени с условия за анулиране на техни инвариантни функции.

В [14] се разглеждат меридианни повърхнини в  $E^4$ , за които гаусовото изображение е поточково от тип 1 и е дадена тяхна пълна класификация. Намерено е необходимо и достатъчно условие една меридианна повърхнина да има хармонично гаусово изображение.

В статии [7] и [10] се разглеждат пространственоподобни меридианни повърхнини в пространство на Минковски  $E_1^4$ . Ротационните хиперповърхнини са разделени на три типа според оста им - елиптически, хиперболичен и параболичен. В [7] са разгледани меридианни повърхнини върху първите два типа ротационни хиперповърхнини и са получени 8 инвариантни функции, чрез които е дадена съответна класификация на следните подкласове меридианни повърхнини: с постоянна гаусова кривина, с постоянна средна кривина, повърхнините на Чен и повърхнините с паралелно нормирано векторно поле на средната кривина. В [10] се изучават по подобен начин меридианни повърхнини от параболичен тип.

В статия [5] се изследва гаусовото изображение на меридианни повърхнини от елиптически и хиперболичен тип в  $E_1^4$ . Намерени са всички меридианни повърхнини от елиптически и хиперболичен тип с хармонично гаусово изображение и е получена пълна класификация на меридианните повърхнини от тези два типа, за които гаусовото изображение е поточково от тип 1.

В [1], [2] и [3] по подобен начин са изучени меридианни хиперповърхнини в 4-мерното псевдоевклидово пространство с неутрална метрика  $E_2^4$  като са конструирани лоренцови (меридианни) повърхнини върху съответните три типа ротационни хиперповърхнини. В [1] са описани минималните меридианни повърхнини и е доказано, че те лежат върху хиперравнини в  $E_2^4$ . Получена е класификация на квазиминималните меридианни повърхнини (т.е. с изотропен вектор на сред-

ната кривина) и на меридианните повърхнини с ненулева постоянна средна кривина. В [2] за меридианни повърхнини, лежащи върху ротационни хиперповърхнини с времеподобна или пространственоподобна ос, а в [3] – с изотропна ос, е направена класификация на тези повърхнини с постоянна гаусова кривина, съответно с паралелен (в частност нормиран) вектор на средната кривина. За повърхнините от [3] е доказано, че имат плоска нормална свързаност.

- **Повърхнини с нулев или изотропен вектор на средната кривина**  
(5 статии: [9], [15], [16], [17], [19]).

Изучава се един основен клас повърхнини – минималните, т.е. с нулев вектор на средната кривина  $H$ . Въвежда се геометричен придружаващ репер и канонични параметри, което позволява да се минимизира броят на функциите и броят на ЧДУ, определящи повърхнината с точност до движение.

В [17] е разработена локална теория на времеподобните минимални повърхнини в  $E_1^4$  посредством въвеждане на каноничен придружаващ репер и канонични параметри. За тези от повърхнините без инфлексни точки са въведени специални изотермични параметри (наречени канонични) и е конструиран каноничен придружаващ репер във всяка точка от повърхнината. Доказана е теорема за съществуване и единственост на тези повърхнини, според която всяка такава повърхнина се определя еднозначно с точност до движение от две функции, удовлетворяващи система от две ЧДУ.

Обект на изследване също са повърхнини, които са обобщение на минималните повърхнини в  $E_1^4$ . Това са известните в математическата физика marginally trapped повърхнини, които тук съкратено означавам като МТ-повърхнини. Една двумерна повърхнина в  $E_1^4$  е МТ-повърхнина, ако е пространственоподобна и във всяка нейна точка векторното поле на средната кривина е изотропно. В [19], следвайки идеите от [20], се изучават повърхнини от този тип като се въвежда геометрично определен придружаващ репер чрез  $H$  и главните направления на повърхнината. Доказана е фундаментална теорема за съществуване и единственост на такава повърхнина с точност до движение, определена от система инвариантни функции. Конструиран е един клас МТ-повърхнини и са намерени техните инвариантни функции.

Методът за конструиране на МТ-повърхнини е приложен в [15], където са разгледани 2-мерни меридианни повърхнини от параболичен тип и са намерени в явен вид всички МТ-меридианни повърхнини от този тип.

В [16] се изследват МТ-повърхнини, за които гаусовото изображение  $G$  е поточново от тип 1, т.е. с определено условие за лапласиана на  $G$ . Чрез разработения подход от [19], са намерени необходими и достатъчни условия, при които една МТ-повърхнина има гаусово изображение от този тип. Прави впечатление теоремата, че една МТ-повърхнина без изродени точки има гаусово изображение от този тип, тогава и само тогава когато повърхнината има паралелно  $H$ . Този резултат заедно с известната класификацията на МТ-повърхнините с паралелно  $H$  дава пълно описание на всички МТ-повърхнини без изродени точки, за които гаусовото изображение е поточново от тип 1.

В [9] се разглеждат квазиминимални лоренцови повърхнини в псевдоевклидовото пространство с неутрална метрика  $E_2^4$  като се изследва гаусовото им изображение. Тези повърхнини имат изотропен вектор на средната кривина  $H$  във всяка точка и са аналог на МТ-повърхнините в  $E_1^4$ . Описани са всички такива повърхнини с хармонично  $G$  и е доказано, че всяка такава повърхнина е плоска и

има паралелно  $H$ . Намерени са в явен вид всички плоски квазиминимални повърхнини, за които  $G$  е поточново от тип 1. Доказано е, че непlosка квазиминимална повърхнина с плоска нормална свързаност има  $G$  поточново от тип 1, тогава и само тогава когато има паралелно  $H$ . Получена е пълна класификация на квазиминималните лоренцови повърхнини с непlosка нормална свързаност и  $G$  поточново от тип 1.

- **Повърхнини от ротационен тип** (5 статии: [4], [8], [12], [13], [21]).

В [21] се разглеждат пространственоподобни ротационни повърхнини от елиптичен и хиперболичен тип в  $E_1^4$ , т.е. орбитите на пространственоподобни криви, подложени на ортогонални трансформации, които запазват поточново съответно времеподобна и пространственоподобна двумерна равнина. Намерени са всички такива повърхнини, за които присъединеното векторно поле на средна кривина е нула (т.н. повърхнините на Чен). Описани са и всички ротационни повърхнини на Чен в  $E^4$ .

В [13] и [8] се изучават лоренцови ротационни повърхнини в  $E_2^4$ . В зависимост от типа на ротационната ос са разгледани три типа повърхнини с двумерна ос – от елиптичен, хиперболичен и параболичен тип. В [13] и [8] са получени съответно класификации на квазиминималните ротационни повърхнини от трите типа и на лоренцовите ротационни повърхнини от трите типа с постоянна средна кривина.

Изучаването на пространственоподобни обобщени ротационни повърхнини в  $E_1^4$ , дефинирани в [20], продължава в [12]. Намерени са в явен вид минималните и са описани плоските и тези с плоска нормална свързаност.

В [4] са дефинирани лоренцови обобщени ротационни повърхнини от елиптичен и хиперболичен тип в  $E_2^4$  и е доказано, че те са повърхнини на Чен. Намерени са в явен вид такива повърхнини с паралелно нормирано  $H$ . Описани са още три геометрични класа – на минималните, на плоските и на тези с плоска нормална свързаност.

- **Локална теория на повърхнини в 4-мерно евклидово или псевдо-евклидово пространство** (4 статии: [6], [18], [20], [22]).

Изучаването на локалната теория на повърхнините в  $E^4$  посредством геометрично изображение и въвеждане на главни допирателни започва в предишна статия на Г. Ганчев и В. Милушева от 2008 г. Изследванията продължават в [22], където на базата на главните допирателни върху повърхнина без равнинни точки и въведения геометричен придружаващ репер са получени 8 инвариантни функции на повърхнината, които се определят геометрично от вектора на средната кривина и главните направления. Доказана е фундаментална теорема за съществуване и единственост на повърхнината с точност до движение, използвайки осемте инвариантни функции. Характеризирани са минималните повърхнини и повърхнините с плоска нормална свързаност чрез условия върху две геометрични фигури: елипсата на нормална кривина и допирателната индикатриса. Намерени са всички меридианни повърхнини с постоянна гаусова кривина, с постоянна средна кривина и с постоянна инварианта  $k$ .

В [20] се разработва локалната теория на пространственоподобните повърхнини  $M^2$  в  $E_1^4$  и се изучават техните инварианти по аналогия на тази в  $E^4$ . Въведена е инварианта  $\zeta$  на двойка допирателни  $g_1$  и  $g_2$  в точка от повърхнината, като  $\zeta$  не зависи от локалната параметризация на  $M^2$ , а знакът ѝ зависи от нейната ори-

ентация. С помощта на  $\zeta$  са въведени понятията нормална кривина и геодезична торзия на допирателна и са изучени съответните асимптотични и главни допирателни. Дефинирано е линейно изображение  $\gamma$  от тип изображение на Вайнгартен и е въведен геометричен придружаващ репер, чрез който са намерени 8 инвариантни функции и е получена характеристика чрез тях. Доказана е фундаментална теорема за класа на пространственоподобните повърхнини, за които  $H$  във всяка точка е ненулев пространственоподобен (или времеподобен) вектор. Конструиран е клас пространственоподобни повърхнини от ротационен тип в  $E_1^4$  и са намерени техните инвариантни функции.

Статия [18] има обзорен характер на резултатите от [22], [20] и [19].

В [6] е разработена локална теория на лоренцовите повърхнини в  $E_2^4$ , следвайки метода за  $E_1^4$ . За основния клас лоренцови повърхнини са дефинирани главни линии, чрез които е въведен геометрично определен придружаващ репер. В случаят, когато  $H$  е пространственоподобен (или времеподобен) във всяка точка, е намерена система от 8 инвариантни функции. Доказана е и съответна фундаментална теорема за съществуване и единственост с точност до движение. Характеризирани са някои основни класове повърхнини чрез техните инвариантни функции: плоски, с постоянна ненулева гаусова кривина, с плоска нормална свързаност, повърхнини на Чен, с паралелно  $H$  и с паралелно нормирано  $H$ . За класа на лоренцовите повърхнини с паралелно нормирано  $H$  са въведени канонични параметри и броят на функциите и на частните диференциални уравнения, определящи повърхнината, е сведен до три. Доказана е съответната теоремата за съществуване и единственост за този клас повърхнини.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Въз основа на направения анализ убедено смятам, че кандидатът по обявения конкурс доц. д-р Величка Василева Милушева отговаря на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН за заемане на академичната длъжност „Професор“.

В резултат на това намирам за основателно да дам своята **положителна оценка** и да препоръчам на Научното жури да предложи на Научния съвет на ИМИ-БАН **да избере** доц. д-р ВЕЛИЧКА ВАСИЛЕВА МИЛУШЕВА на академичната длъжност „ПРОФЕСОР“ в Института по математика и информатика при БАН по област на висше образование „4. Природни науки, математика и информатика“, професионално направление „4.5. Математика“, научна специалност „Геометрия и топология“ (Диференциална геометрия).

11.06.2018 г.  
гр. Пловдив

Рецензент:

(проф. д.м.н. Манчо Манев)